

Семинар по теории операторов и теории функций

21 сентября

Не-неравенства типа Орнштейна и функция Беллмана

Д. М. Столяров

(по совместной работе с М. Войчеховским и К. Казанецким)

Классическая теорема Орнштейна гласит: пусть $\{T_j\}_{j=1}^\ell$ — набор однородных дифференциальных операторов d переменных одного порядка (с постоянными коэффициентами); если неравенство

$$\|T_1 f\|_{L_1(\mathbb{R}^d)} \lesssim \sum_{j=2}^{\ell} \|T_j f\|_{L_1(\mathbb{R}^d)}$$

выполнено для всякой функции $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^d)$ равномерно, то T_1 есть линейная комбинация остальных операторов T_j . Мы докажем обобщение этой теоремы на случай анизотропной однородности. Рассуждение опирается на технику функции Беллмана. Метод позволяет получить аналоги теоремы Орнштейна, в которых вместо дифференциальных операторов речь идёт о мартингальных преобразованиях, и случае, когда L_1 -норма заменена L_p -нормой.