Резонансное рассеяние электронов на круглом наноотверстии в графене

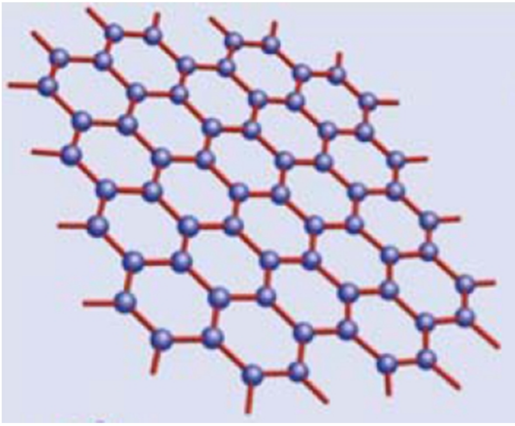
Жанна Девизорова[1,2], И.В. Загороднев[1,2] , В.В. Еналдиев[2], В.А. Волков[2,1]

[1]Московский физико-технический институт,
[2] ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

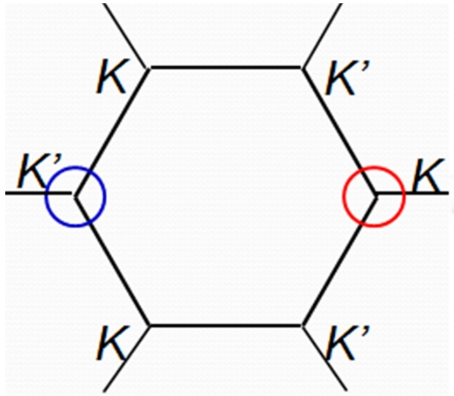
Семинар лаборатории «Квантовой теории информации»
13 октября 2015

Кристаллическая и зонная структура графена

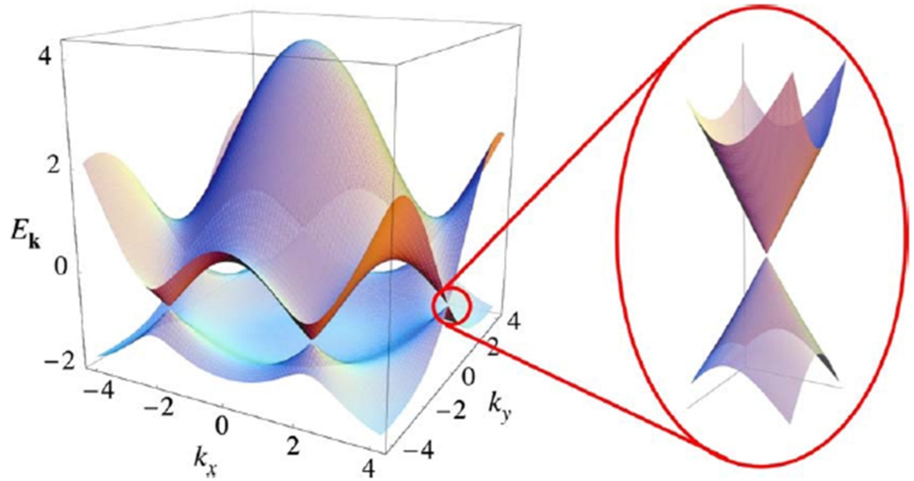
Кристаллическая решетка



Обратная решетка. Зона Бриллюэна



Электронный спектр

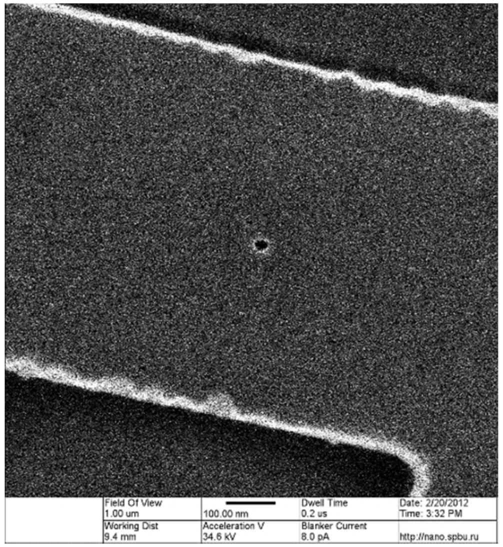


$$E = \pm v_F p,$$

$$v_F = c / 300$$

Антиточка в графене

Антиточка, полученная с помощью FIB



Антиточка – круглое наноотверстие в графене

SCIENTIFIC REPORTS

OPEN

SUBJECT AREAS:
ELECTRONIC PROPERTIES AND DEVICES

Transport of Massless Dirac Fermions in Non-topological Type Edge States

Yu I. Latyshev[1]*, A. P. Orlov[1], V. A. Volkov[1,2], V. V. Enaldiev[1], I. V. Zagorodnev[1], O. F. Vyvenko[3], Yu V. Petrov[3] & P. Monceau[4,5,6]

На антиточке могут существовать краевые состояния!

Осцилляции сопротивления перфорированного графена при изменении уровня Ферми

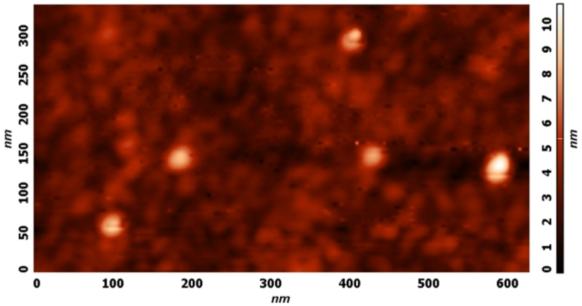
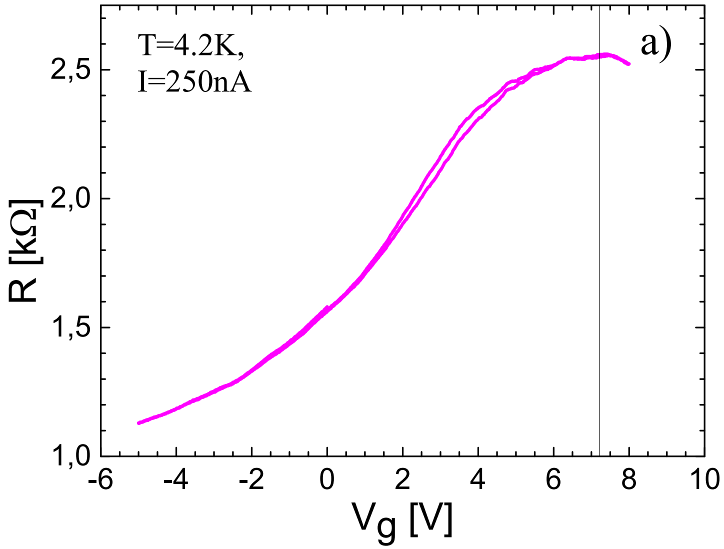


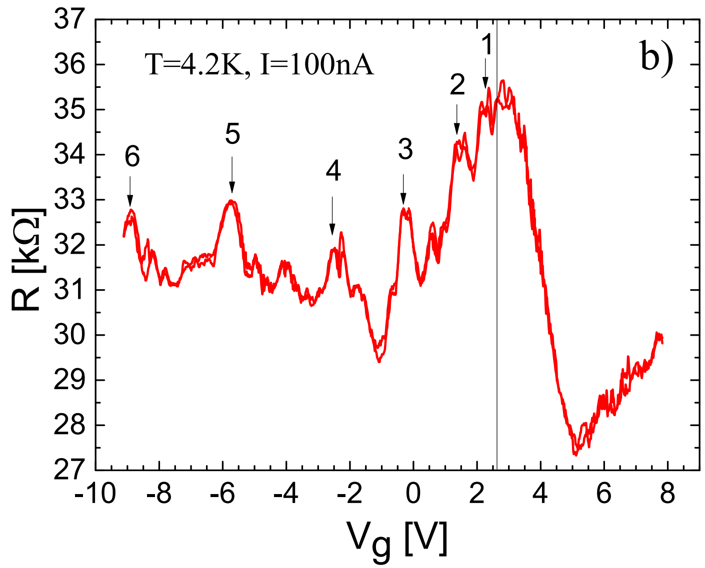
Рис. 1. АСМ изображение перфорированного графена

Рис. 2. Зависимость сопротивления от затворного напряжения:

(a) - контрольный образец графена,

(b) - графен, облученный тяжелыми ионами





*Ю.И. Латышев и др., Письма в ЖЭТФ **98**, 242 (2013)*

<u>Цель:</u> теоретически описать (или предсказать) возможные проявления краевых состояний. В данной работе - в проводимости и локальной плотности состояний.

План доклада

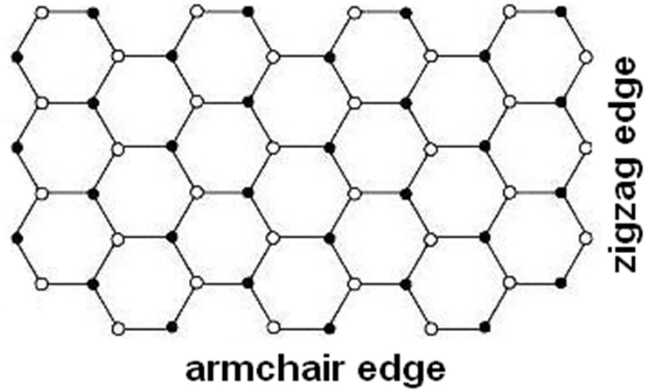
I. Краевые (таммовские) состояния на линейном краю графена (обзор)

II. Краевые состояния в графеновой антиточке

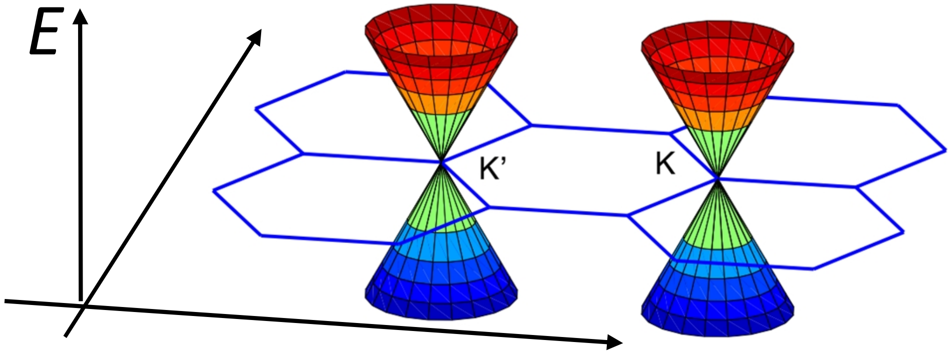
III. Амплитуда и сечение рассеяния электронов на антиточке с краевыми состояниями, а также локальная плотность состояний вблизи нее (основные результаты)

Краевые состояния на линейном краю:
(приближение ближайших соседей модели сильной связи)

Решетка графена

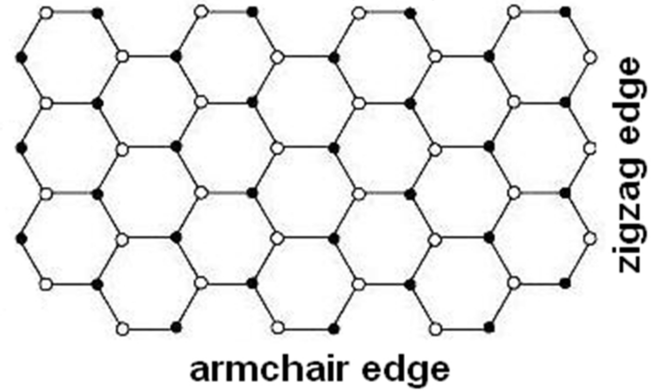


Обратная решетка и электронный спектр

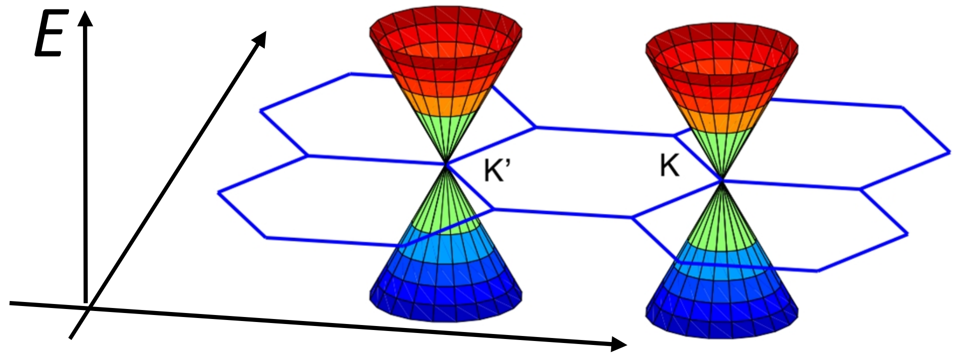


Краевые состояния на линейном краю:
(приближение ближайших соседей модели сильной связи)

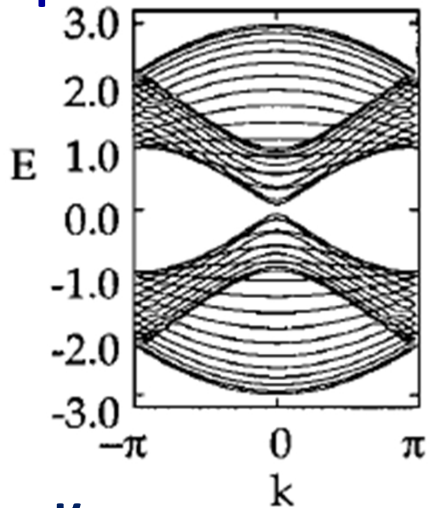
Решетка графена



Обратная решетка и электронный спектр



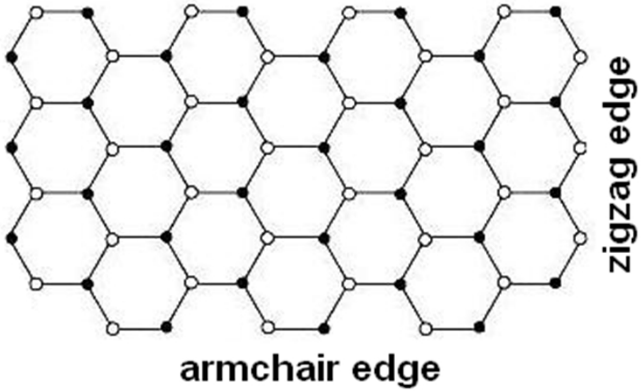
Электронный спектр полосы с краями типа armchair



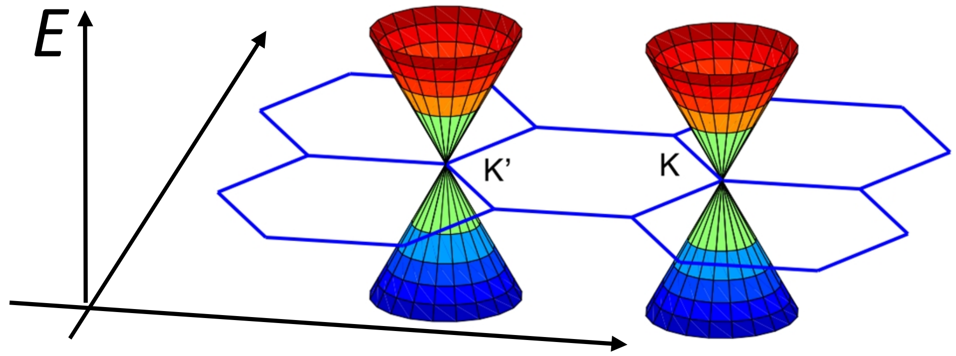
Краевые состояния отсутствуют

Краевые состояния на линейном краю:
(приближение ближайших соседей модели сильной связи)

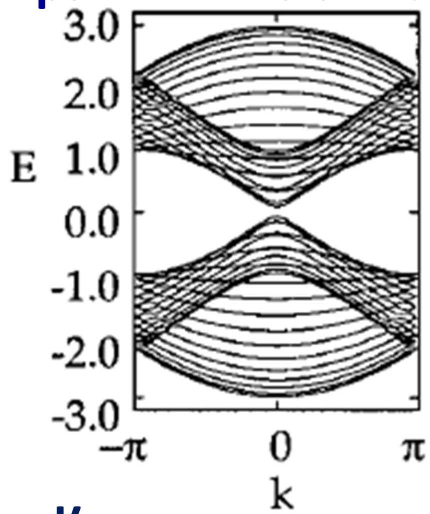
Решетка графена



Обратная решетка и электронный спектр

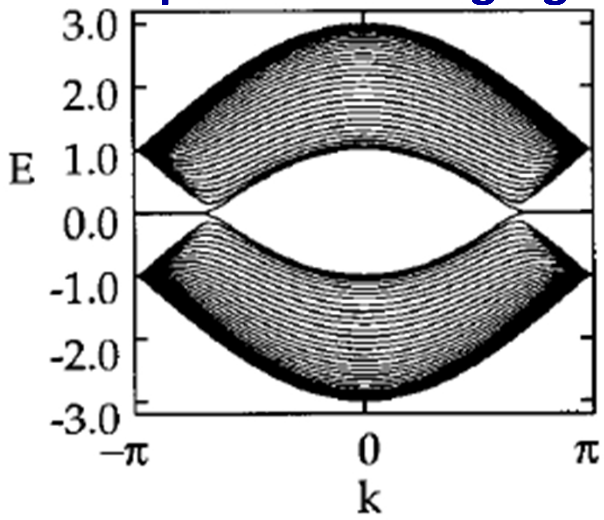


Электронный спектр полосы с краями типа armchair



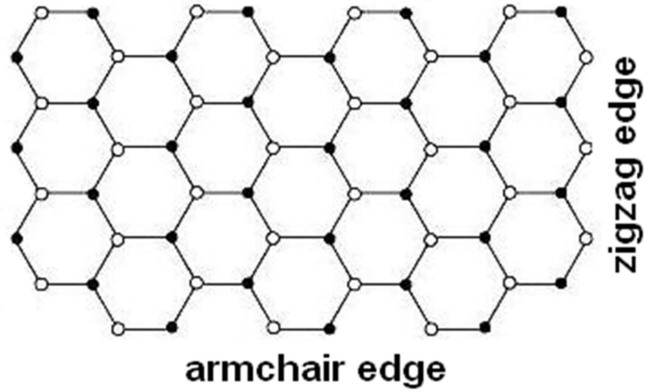
Краевые состояния отсутствуют

с краями типа zigzag:

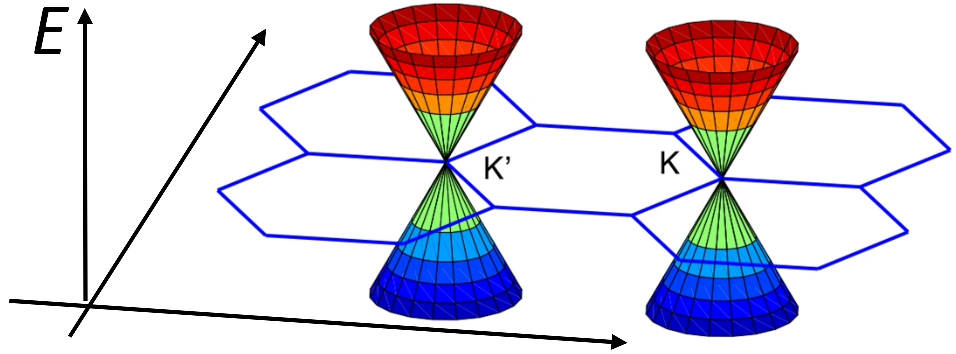


Краевые состояния на линейном краю:
(приближение ближайших соседей модели сильной связи)

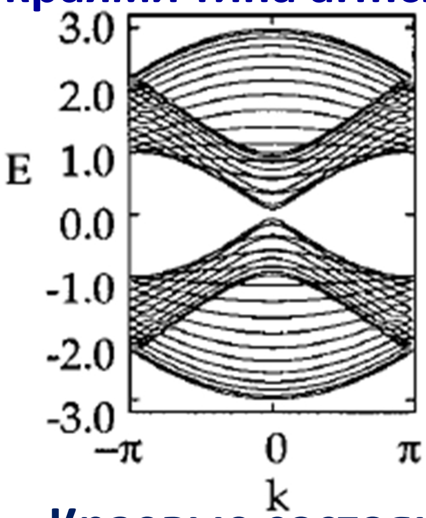
Решетка графена



Обратная решетка и электронный спектр

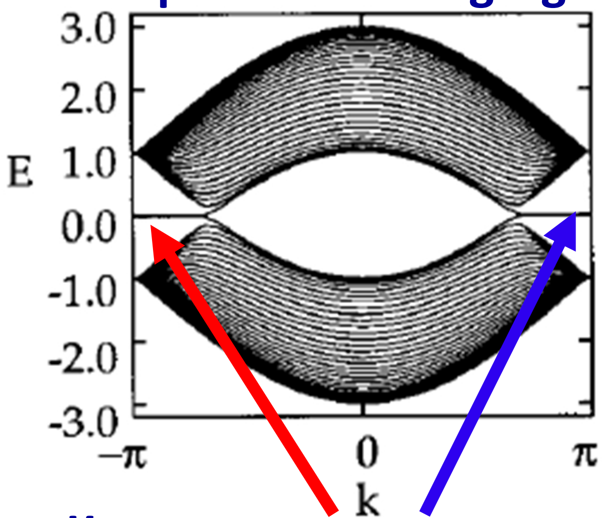


Электронный спектр полосы с краями типа armchair

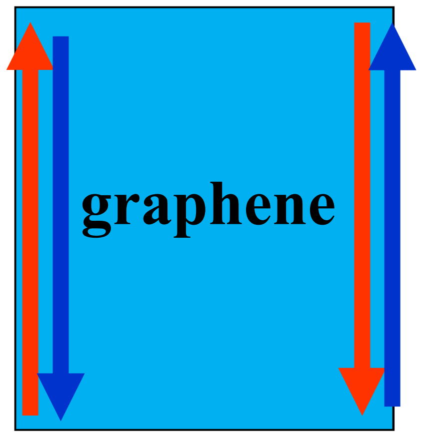


Краевые состояния отсутствуют

с краями типа zigzag:

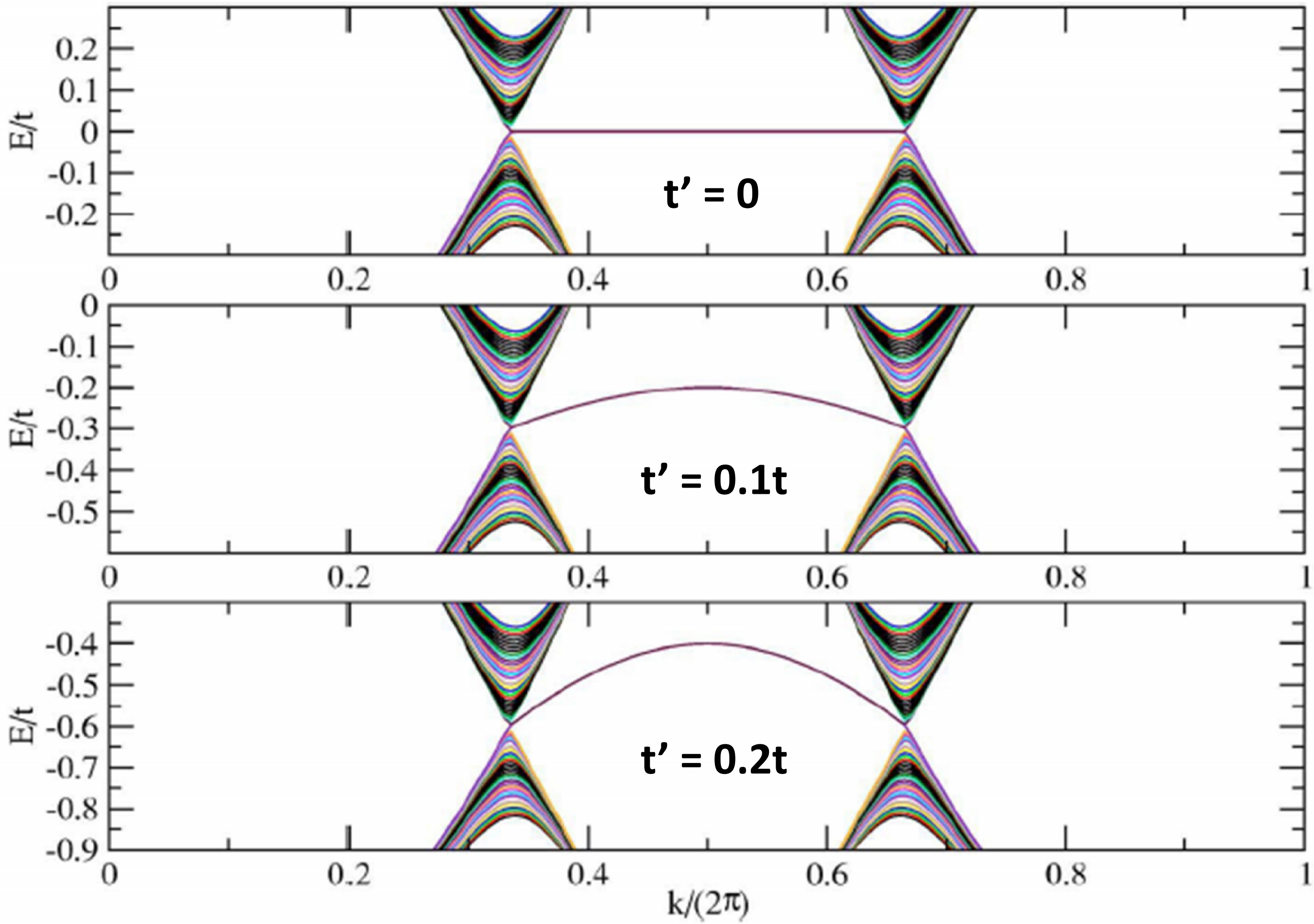


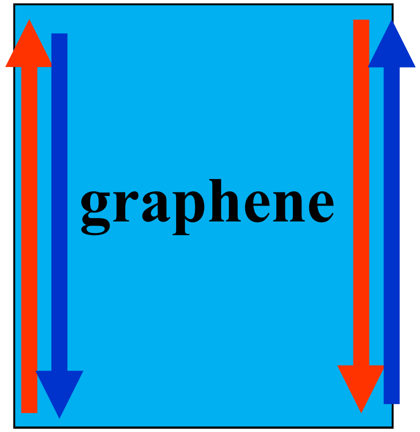
Краевые состояния есть!



K. Nakada et al., *PRB* (1996)

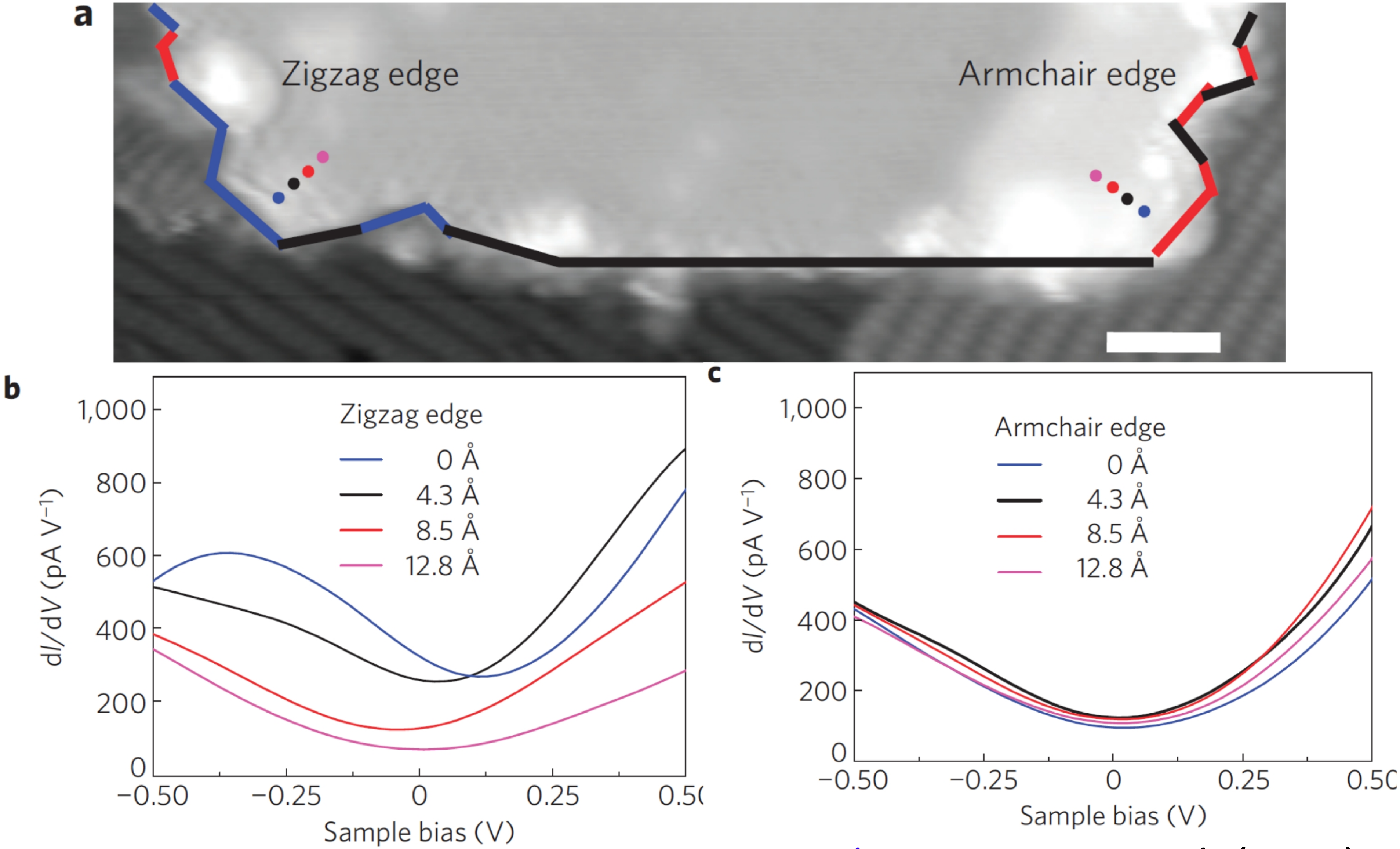
Краевые состояния на крае типа zigzag
(приближение следующих за ближайшими соседями)





***N.M.R. Peres et al.**, PRB (2006).* **Электронный спектр графеновой полосы с краями типа zigzag при учете интеграла перекрытия (t') между следующими за ближайшими соседями**

Локальная плотность состояний близи zigzag и armchair



K. Ritter et al., *Nature Materials* (2009)

Краевые состояния в рамках непрерывного описания

Электроны в одной из долин графена описываются уравнением типа Вейля

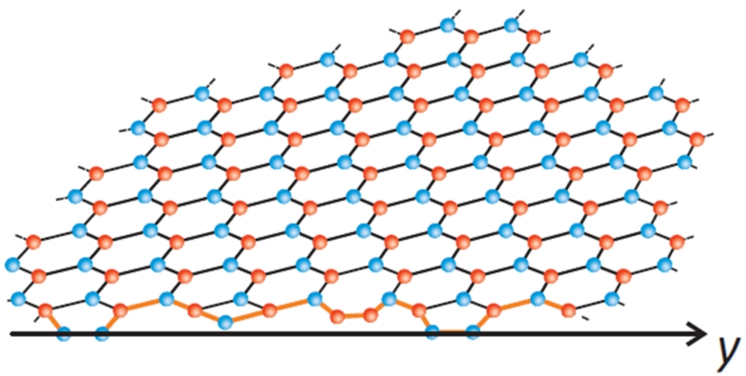
$$v_F \, \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}\psi = E\psi,$$ где $\psi = (\psi_1, \psi_2)^T$ **двухкомпонентная волновая функция**

Граничное условие: $$\left(\psi_1 + iae^{-i\varphi}\psi_2\right)\Big|_{at\ edge} = 0,$$

$a -$ **действительный параметр, характеризующий структуру края**

$\varphi -$ **угол между осью x и нормалью к границе**

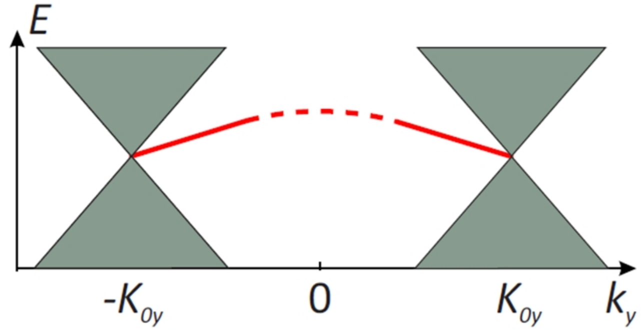
Линейный край (полуплоскость x>0)



В.Волков, И.З., ФНТ ***35****, 5 (2009)*
A.Akhmerov, C.Beenakker, Phys. Rev. B ***77****,*
085423 *(2008)*

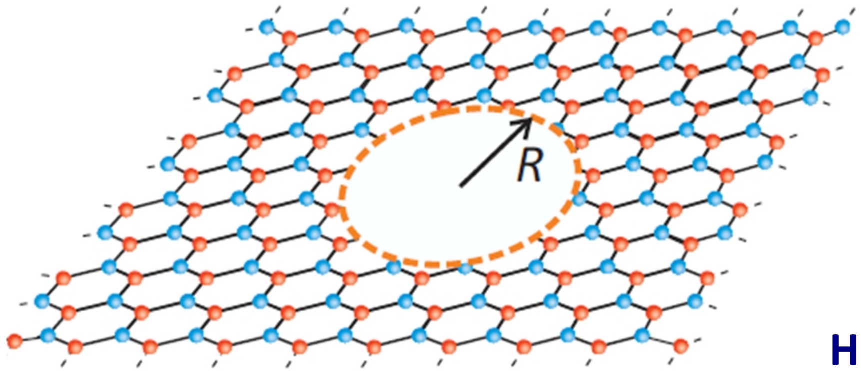
Спектр краевых состояний

$$E_s = s\hbar v \frac{2a}{1+a^2} k_y, \quad sk_y(1-a^2) > 0, \quad s = \pm 1$$



Вероятность распада в объем $w \propto k_y^{\,4}$

Краевые состояния на антиточке в графене



Полный угловой момент j сохраняется.

Уравнение Бесселя на каждую компоненту волновой функции

$$r^2\psi''_1(r)+r\psi'_1(r)+\left[(kr)^2-l^2\right]\psi_1=0,$$

$$k=-E/(\hbar v),\quad E<0$$

Нет стационарных локализованных состояний. Будем искать квазистационарные.

Волновая функция с заданным моментом, отвечающая уходящей волне:

$$\begin{pmatrix}\psi_1(r,\varphi)\\ \psi_2(r,\varphi)\end{pmatrix}=C\begin{pmatrix}e^{il\varphi}H_l^{(2)}(kr)\\ -ie^{i(l+1)\varphi}H_{l+1}^{(2)}(kr)\end{pmatrix},$$

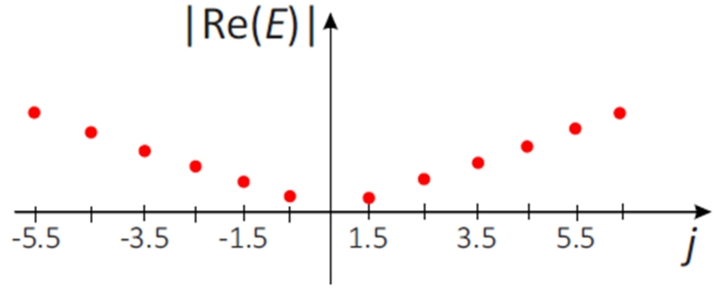
$H_l^{(2)}(x)-$ **функция Ганкеля второго рода,** $l-$**орбитальное квантовое число**

Дисперсионное уравнение: $$H_l^{(2)}(kR)=-aH_{l+1}^{(2)}(kR).$$

При $|la|<<1$ **можно получить спектр в явном виде:**

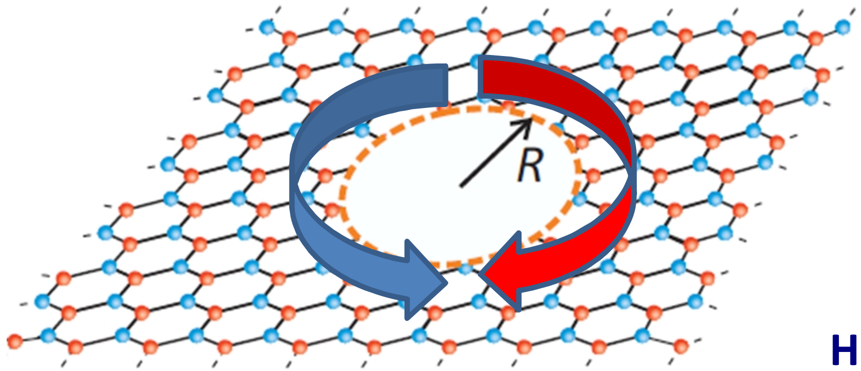
$$kR\approx-2sla+i\frac{2\pi|a|(|la|)^{2l}}{\left[(l-1)!\right]^2},\quad sla<0,\quad l\neq0$$

$$a=k_0R\ln\frac{k_0R}{2},\quad l=0$$



КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ СПЕКТР!

Краевые состояния на антиточке в графене



Полный угловой момент j сохраняется.

Уравнение Бесселя на каждую компоненту волновой функции

$$r^2\psi''_1(r)+r\psi'_1(r)+\left[(kr)^2-l^2\right]\psi_1=0,$$

$$k=-E/(\hbar v),\quad E<0$$

Нет стационарных локализованных состояний. Будем искать квазистационарные.

Волновая функция с заданным моментом, отвечающая уходящей волне:

$$\begin{pmatrix}\psi_1(r,\varphi)\\ \psi_2(r,\varphi)\end{pmatrix}=C\begin{pmatrix}e^{il\varphi}H_l^{(2)}(kr)\\ -ie^{i(l+1)\varphi}H_{l+1}^{(2)}(kr)\end{pmatrix},$$

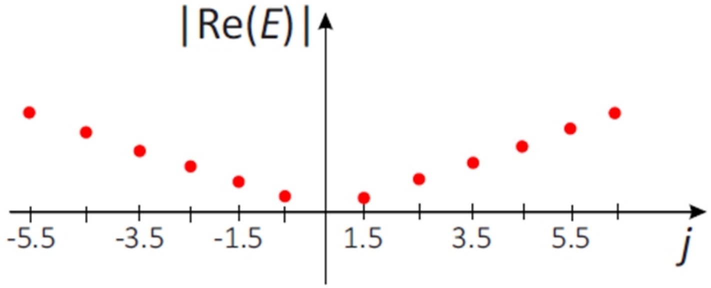
$H_l^{(2)}(x)-$ **функция Ганкеля второго рода,** $l-$**орбитальное квантовое число**

Дисперсионное уравнение: $$H_l^{(2)}(kR)=-aH_{l+1}^{(2)}(kR).$$

При $|la|<<1$ **можно получить спектр в явном виде:**

$$kR\approx-2sla+i\frac{2\pi|a|(|la|)^{2l}}{\left[(l-1)!\right]^2},\quad sla<0,\quad l\neq0$$

$$a=k_0R\ln\frac{k_0R}{2},\quad l=0$$



КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ СПЕКТР!

Постановка задачи рассеяния на антиточке в графене

$$k = -E/(\hbar v)$$

Волновая функция представляет суперпозицию падающей и отраженных волн:

$$\psi_{scat} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{2}} + \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l \frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_l^{(2)}(kr) \\ -ie^{i\varphi} H_{l+1}^{(2)}(kr) \end{pmatrix}.$$

Коэффициент находим из граничного условия при постоянном граничном параметре

$$C_l = -(-i)^l \frac{J_l(kR) + aJ_{l+1}(kR)}{H_l^{(2)}(kR) + aH_{l+1}^{(2)}(kR)}$$

Амплитуда рассеяния:

$$f(\varphi) = \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l \exp\left(il\varphi + i\frac{l\pi}{2} + i\frac{\pi}{4} \right).$$

Сечение рассеяния

$$\sigma_{tr} = \int_0^{2\pi} (1 - \cos\varphi) |f(\varphi)|^2 \, d\varphi = \frac{4}{k} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left(|C_l|^2 - \mathrm{Im}(C_l C_{l+1}^*) \right).$$

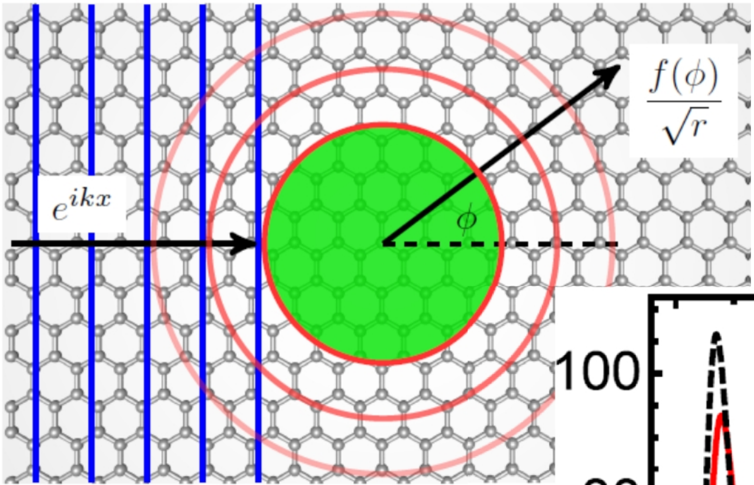
Неоднородный граничный параметр

$$a(\varphi) = \sum a_n e^{in\varphi}$$

Уравнение на коэффициенты

$$\sum_n a_n \left[(-i)^{l-n} J_{l-n+1}(kR) + H_{l-n+1}^{(2)}(kR) C_{l-n} \right] + H_l^{(2)}(kR) C_l + (-i)^l J_l(kR) = 0, \quad \forall l.$$

Рассеяние электронов на антиточке с краевыми состояниями

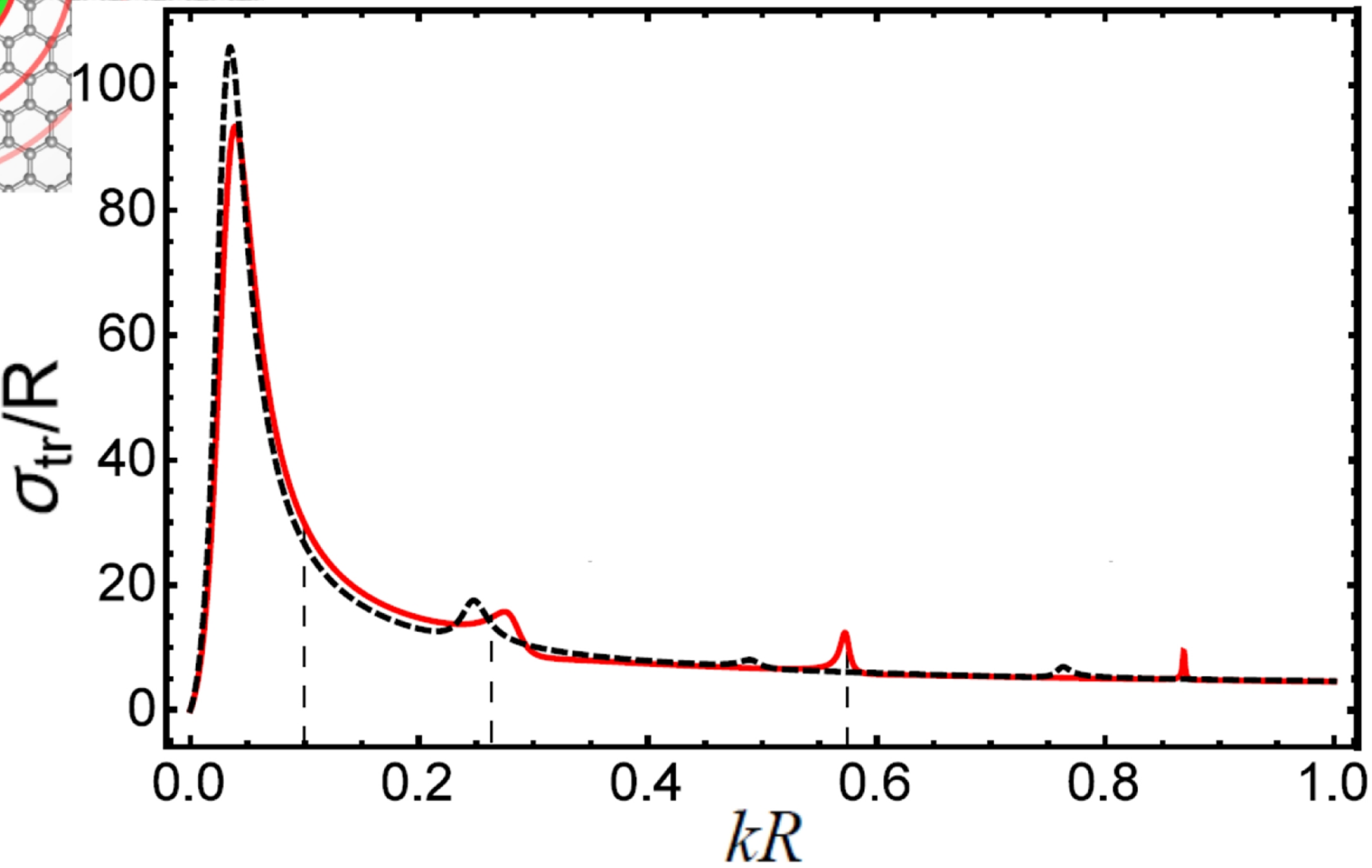


$$k = -E\,/\,(\hbar v)$$

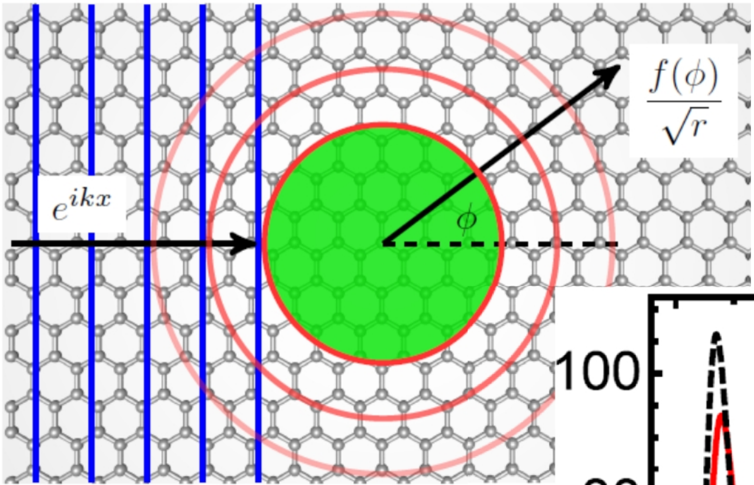
Транспортное сечение рассеяния

Красная кривая: $a = -0.15$

Черная кривая: $a(\varphi) = -0.15 \pm 0.04 \cos\varphi$



Рассеяние электронов на антиточке с краевыми состояниями

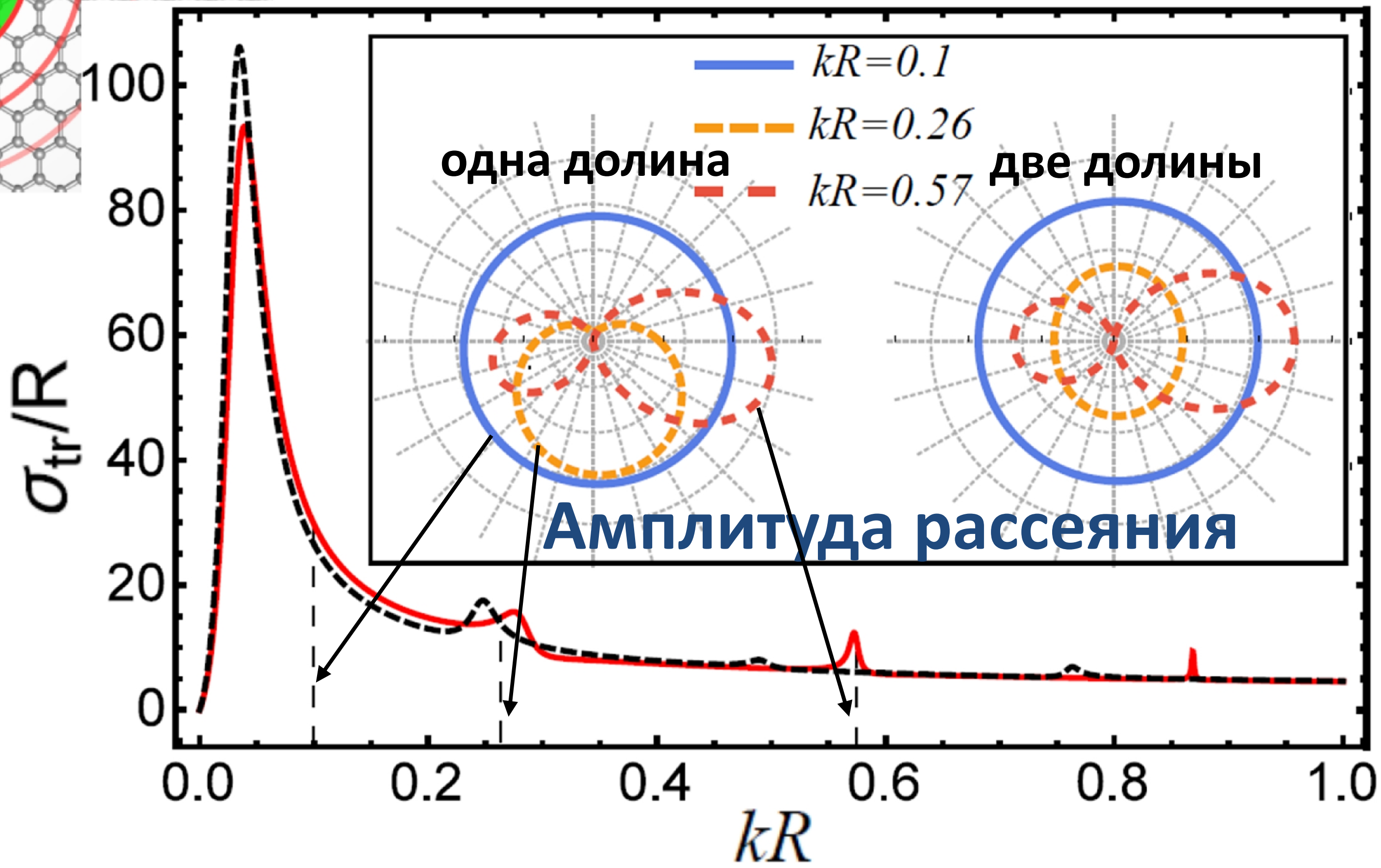


$$k = -E/(\hbar v)$$

Транспортное сечение рассеяния

Красная кривая: $a = -0.15$

Черная кривая: $a(\varphi) = -0.15 \pm 0.04\cos\varphi$



Амплитуда рассеяния в каждой долине асимметрична

$$C_{l+1} \neq C_{-l},$$
$$e^{2i\delta_j} = 1 + 2i^l C_l,$$
$$j = l + 1/2,$$
$$\delta_j \neq \delta_{-j},$$
$$f(\varphi) \neq f(-\varphi)$$

Низкоэнергетическое рассеяния

$$kR < 1$$

$$kR \ll 2|a|$$ **S - рассеяния**

$$C_0 \approx -(-i)^l \frac{1}{1 + i\frac{2}{\pi}\left[\frac{a}{kR} - \gamma - \ln\left(\frac{kR}{2}\right)\right]}$$

$$\sigma_{tr} \approx \frac{4\pi^2 kR^2}{\pi^2 k^2 R^2 + 4\left[kR\ln\left(\frac{kR}{2}\right) - a\right]^2}$$

$\gamma -$ **постоянная Эйлера**

Нулевой максимум

Высота пика

$$\sigma_{tr} = 4 / k_0,$$

Ширина пика

$$\Delta = \pi a / [\pi^2 + 4\ln^2(k_0 / 2)]$$

$$kR \approx 2|al_0| \ll 1$$ $l_0 -$ **ый максимум**

$$C_{l_0} \approx -\frac{1}{1 - \frac{il_0!(l_0 - 1)!}{2\pi}\left(\frac{2}{kR}\right)^{2l_0 + 1}(kR + 2al_0)} \approx -1$$

Высота пика

$$\sigma_{tr} = \frac{2\mathrm{R}}{|\mathrm{al}_0|}$$

Много больше геометрического сечения рассеяния!

Локальная плотность состояний вблизи антиточки

$$\psi_{k,l} = A_l(k)e^{il\varphi}\begin{pmatrix} J_l(kr) + B_l(k)Y_l(kr) \\ -ie^{i\varphi}\left[J_{l+1}(kr) + B_l(k)Y_{l+1}(kr)\right] \end{pmatrix}, \qquad B_l(k) = -\frac{aJ_{l+1}(kR) + J_l(kR)}{Y_l(kR) + aY_{l+1}(kR)}.$$

Условие нормировки для функций непрерывного спектра $\int\limits_R^\infty \psi^+_{k',j'}(r,\varphi)\psi_{k,j}(r,\varphi)d^2r = g\delta(k-k')\delta_{jj'}$

$$\rho(k,r) = \frac{k}{\pi\hbar v}\sum_{l=-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+|B_l(k)|^2}\left[\left|J_l(kr)+B_l(k)Y_l(kr)\right|^2 + \left|J_{l+1}(kr)+B_l(k)Y_{l+1}(kr)\right|^2\right]$$

Низкоэнергетическое приближение

$$kR \to 0: \quad \rho_{free}(k) = 2k/(\pi\hbar v)$$

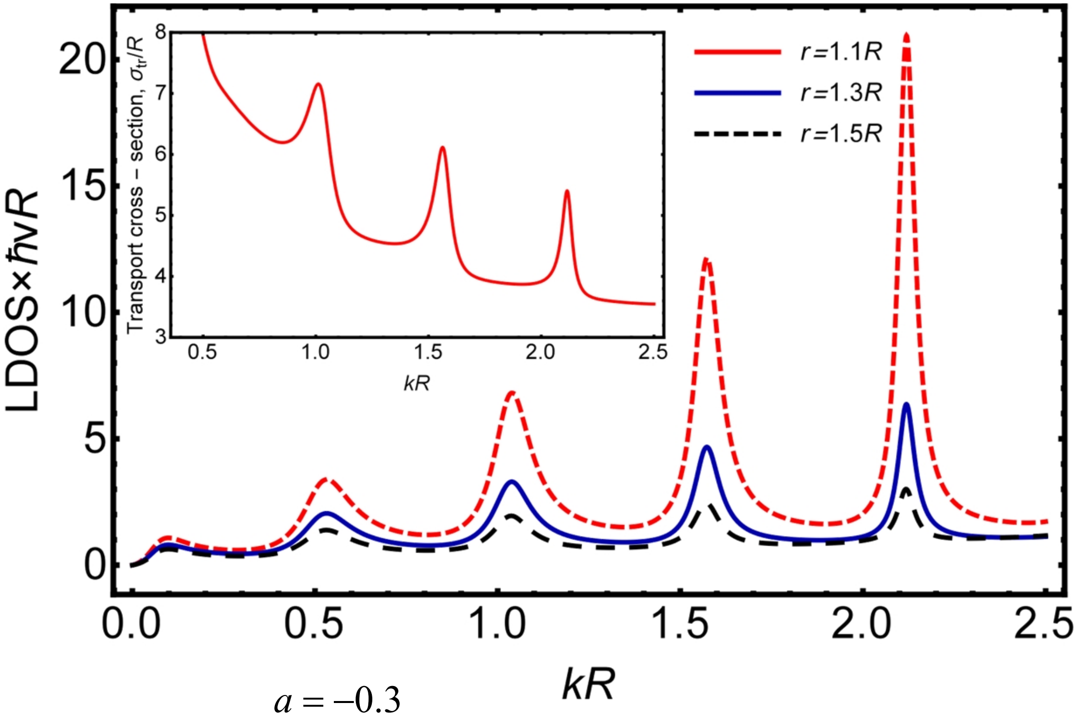
$$\mathrm{k}<\mathrm{k}_0, \quad r \sim R:$$

$$\rho(k,r) \simeq \rho_{free}(k)\left(1+\frac{R^2}{2a^2r^2}\right)$$

$$k \simeq k_0: \quad \rho(k_0,r) \simeq \frac{4}{\pi^3\hbar v k_0 r^2}$$

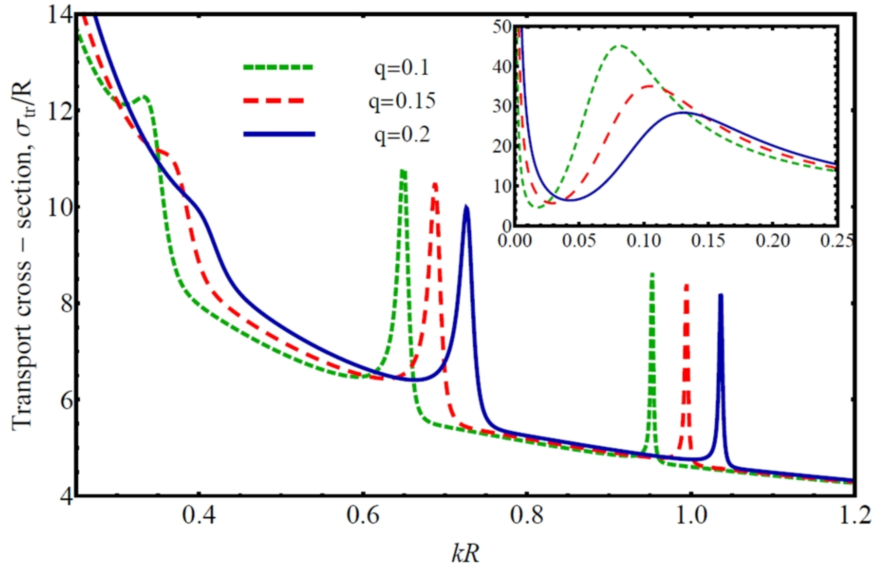
$$kR \simeq 2|a|l_0 \ll 1$$

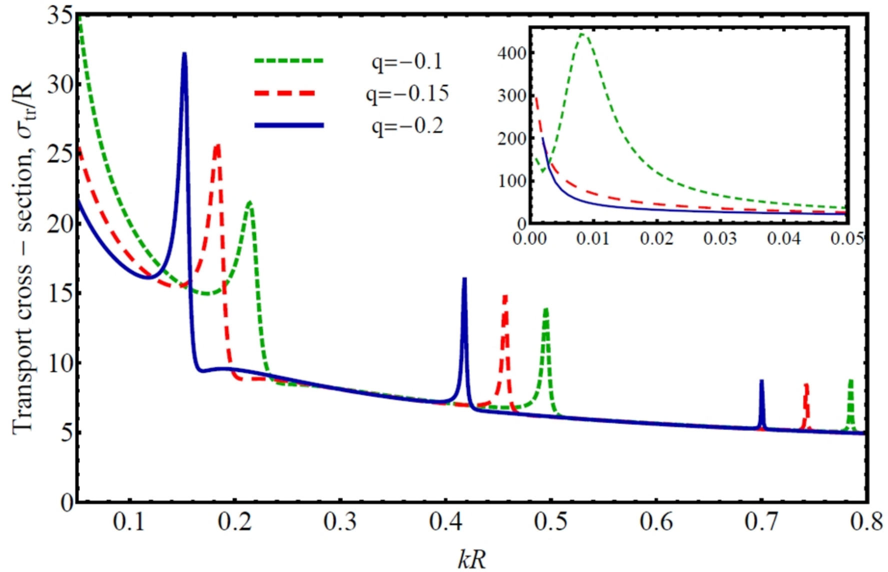
$$\rho(k,r) \simeq \frac{2}{\pi^3\hbar v R}\frac{(l_0!)^2}{(|a|l_0)^{2l_0+1}}\left(\frac{R}{r}\right)^{2l_0+2}.$$



$a = -0.3$

Заряженная антиточка





$$q = \frac{eQ}{\hbar v_F}$$

$Q-$ **заряд антиточки**

Спектр в низкоэнергетическом приближении

$$kR \simeq -2al + \frac{l}{l+1/2}q + i\frac{|\Gamma(l+1/2-iq)|^2}{8l\Gamma^2(2l)}e^{-\pi q}\left(-4al + \frac{2l}{l+1/2}q\right)^{2l+1}.$$

$$kR \simeq k_0R - \frac{q}{1+a/k_0R}, \quad l=0$$

Основные новые результаты

- *Рассеяние электронов на графеновой антиточке содержащей краевые состояния носит резонансный характер, так же как и локальная плотность состояний вблизи нее.*
- *Положение и параметры резонансов определяются параметрами краевых состояний.*
- *Амплитуда рассеяния вблизи резонансов долинно асимметрична, что должно приводить к резонансному долинному эффекту Холла.*

Спасибо за внимание!