

# Линейные коды

курс И.В. Аржанцева

летняя школа "Современная математика", Дубна, 20-24 июля 2016

## ЗАДАЧИ К ЗАНЯТИЮ 2

**Задача 1.** Докажите, что любое подпространство арифметического векторного пространства является множеством решений некоторой системы однородных линейных уравнений. Объясните, почему проверочная матрица  $H$  кода  $C$  получается взятием в качестве строк  $(n - k)$  линейно независимых решений системы линейных уравнений  $Gx = 0$ , где  $G$  – порождающая матрица кода  $C$ .

**Задача 2.** Найдите число матриц размера  $n \times n$  над полем  $\mathbb{F}_q$  с фиксированным значением  $a \in \mathbb{F}_q$  определителя.

**Задача 3.** Приведите примеры несовершенных кодов.

**Задача 4.** Пусть дан  $[n, k, d]_q$ -код. Постройте по нему  $[n + 1, k, d]_q$ -код,  $[n, k - 1, d]_q$ -код и  $[n, k, d - 1]_q$ -код.

**Задача 5** (Граница Плоткина). Докажите, что для любого  $[n, k, d]_q$ -кода имеет место неравенство

$$d \leq \frac{nq^{k-1}(q-1)}{q^k - 1}.$$

**Задача 6.** Докажите, что для любого кода  $C \subseteq \mathbb{F}_q^n$  имеем  $\text{Aut}(C) = \text{Aut}(C^\perp)$  и  $\text{Iso}(C) = \text{Iso}(C^\perp)$ .