Достаточные условия неустойчивости положений равновесия релейных систем (Sufficient conditions of unstability of relay system equilibrium)

А. А. Лосев (A. A. Losev)

Москва, Россия

andrey.a.losev@gmail.com

Рассматривается система вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с двумя реле вида

$$\dot{y}_i = p_i \operatorname{sgn} y_1 + q_i \operatorname{sgn} y_2 + \sum_{j=1}^{n} r_{ij} y_j, i = 1, \ldots, n. \tag{1}$$

Здесь $n \geqslant 2$; $y_1(t), \ldots, y_n(t)$ – неизвестные функции времени t; $\dot{y}_i$ обозначает производную dy_i/dt, $i = 1, \ldots, n$; $(p_1, \ldots, p_n)^{\mathrm{T}}$ и $(q_1, \ldots, q_n)^{\mathrm{T}}$ – заданные постоянные n-мерные векторы (символ T обозначает транспонирование); $(r_{ij})_{1\leqslant i,\, j\leqslant n}$ – заданная постоянная $(n \times n)$-матрица.

Для доопределения системы (1) на гиперплоскостях $y_1 = 0$ и $y_2 = 0$ разрыва правых частей уравнений системы и на пересечении этих гиперплоскостей можно использовать простейшее выпуклое доопределение, доопределение методом эквивалентного управления, общее доопределение, причем для релейной системы (1) все три доопределения совпадают [1].

Определение. *Решением системы* (1) называется набор абсолютно непрерывных функций $(y_1(t), \ldots, y_n(t))$, который вне гиперплоскостей $y_1 = 0$ и $y_2 = 0$ удовлетворяет системе (1), а на этих гиперплоскостях и их пересечении – системам, полученным из (1) методом эквивалентного управления (при почти всех t).

Если $\Delta := p_1 q_2 - p_2 q_1 \neq 0$, то систему (1) можно привести к виду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 \operatorname{sgn} x_1 + b_1 \operatorname{sgn} x_2 + \sum_{j=1}^{n} c_{1j} x_j, \\ \dot{x}_2 = a_2 \operatorname{sgn} x_1 + b_2 \operatorname{sgn} x_2 + \sum_{j=1}^{n} c_{2j} x_j, \\ \dot{x}_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j, i = 3, \ldots, n. \end{cases} \tag{2}$$

При этом $x_k \equiv y_k$, $a_k = p_k$, $b_k = q_k$, $k = 1, 2$, $\Delta = a_1 b_2 - a_2 b_1$. Релейную систему вида (2) мы называем *приведенной*.

В настоящей работе получен ряд достаточных условий неустойчивости (в малом) положения равновесия $(0, \ldots, 0)$ приведенной системы.

Теорема. *Пусть* $n \geqslant 2$ *и выполнена одна из следующих систем условий:*

1) $\Delta \neq 0$, $a_1 + b_1 > 0$, $a_2 + b_2 > 0$;
2) $\Delta \neq 0$, $-a_1 + b_1 < 0$, $-a_2 + b_2 > 0$;
3) $\Delta < 0$, $|b_1| < -a_1$;
4) $\Delta < 0$, $|a_2| < -b_2$;
5) $r := a_1|a_2| + b_2|b_1| > 0$, $|a_1| < b_1$, $|b_2| < -a_2$;
6) $r > 0$, $|a_1| < -b_1$, $|b_2| < a_2$.

Тогда положение равновесия $(0, \ldots, 0)$ *приведенной системы неустойчиво.*

Список литературы

1. *Филиппов А.Ф.* Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985.