

плотности за телом, возникающие при обтекании его неоднородной жидкостью. Ранее они были обнаружены только экспериментально. Другие особенности течений неоднородной жидкости (застойная зона - блокировка жидкости перед препятствием) и возникновение внутренних волн тяжести), не свойственные течениям однородной жидкости, так же были промоделированы. Результаты численных расчётов находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Кроме того, обнаружена необычная, в виде «гребня», форма линий равной солёности в опережающем возмущении течения перед цилиндром, и застойные зоны в следе за цилиндром при малых скоростях течения.

В трёхмерных течениях при отсутствии экспериментальных данных были обнаружена зависимость размера области, занятой внутренними волнами в набегающем потоке вверх от передней критической точки цилиндра, от скорости течения (в данной постановке задачи - от числа  $Re$ ).

## **Одномерные течения суспензий в пористых средах с образованием конечного скачка пористости**

**Е. И. Рощин**

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
evg.roschin@gmail.com*

Настоящая работа посвящается численному изучению одномерных течений малоконцентрированных суспензий через пористые материалы при оседании взвешенных частиц на пористый скелет с образованием подвижного сильного разрыва — скачка концентрации и малого конечного скачка пористости. Такие явления встречаются, например, в нефтепромысловой области (изменение свойств околоскважинной зоны пласта под воздействием технологических жидкостей), гидрогеологии (утилизация содержащих загрязняющие вещества промышленных отходов в подземных резервуарах; отток жидкости через дно водоемов с учетом кольматации), промышленной водоподготовке и фильтровании (очистка загрязненных флюидов; транспорт вирусов, бактерий и простейших в водоносных горизонтах).

В некоторых имеющихся работах (Santos A., Bedrikovetsky P., 2004, DOI: 10.1590/S0101-82052004000200009; Altoé J.E. et al., 2004, SPE 90083), связанных с этой тематикой, отмечается отставание передней границы распространения взвешенных частиц от передней границы несущей их жидкости. Одним из возможных вариантов математического описания этого явления является односкоростная (скорость несущей среды и переносимой фазы совпадают) гиперболическая модель с малым конечным скачком пористости (Леонтьев Н.Е., 2009, DOI: 10.3103/S0027133009050070).

В настоящей работе решается задача об одномерном прямолинейно-параллельном потоке суспензии при ее закачке в первоначально незагрязненный пористый пласт в рамках классического феноменологического подхода (Herzig J.P., Leclerc D.M., Le Goff P., 1970, DOI: 10.1021/ie50725a003).

Численное решение задачи строится с применением метода явного выделения скачка (shock-fitting method), при этом используется деформирующаяся система координат, связанная с положением разрыва. Преимущество такого подхода по сравнению с широко распространенными методами сквозного счета заключается в отсутствии нефизичных и трудноинтерпретируемых («размазывание» разрыва) результатов (Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю., Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений, 2001).

В гладкой области исходные нелинейные уравнения аппроксимируются схемой с центральной разностью, имеющей второй порядок точности по временной и пространственной переменным.

Предложенная методика применима для течений, описываемых произвольными уравнениями, задающими кинетику засорения пласта. Для корректности вычислений при начале расчета используется метод разложения решения в степенные ряды по пространственной и временной переменной.

Для случая нулевого и малого конечного скачка пористости приводятся численные решения для пористости и концентрации, строятся закон и скорость движения фронта засорения. Показывается наличие теоретически предсказанного замедления движения скачка и дается возможная физическая интерпретация возникновения данного явления.

Для верификации результатов производится сравнение численного решения с известными аналитическими (Леонтьев Н.Е.,

2009) в рамках простейшей кинетики засорения. Демонстрируется высокая точность вычисления параметров за фронтом.

В завершении приводится возможный путь обобщения данной задачи — рассмотрение двухскоростной гиперболической модели, в которой скорости несущей среды и переносимой фазы не совпадают (Леонтьев Н.Е., 2017, DOI: 10.1134/S0015462817010161).

Автор выражает благодарность Леонтьеву Н.Е. за полезные замечания и обсуждение данной работы.

## **Математический анализ разрушения для вариационной модели механики композитов**

**<sup>1</sup>Е. М. Рудой, <sup>2</sup>В. В. Щербаков**

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН  
Новосибирский государственный университет*

<sup>1</sup>rem@hydro.nsc.ru

<sup>2</sup>victor@hydro.nsc.ru

В последние десятилетия широкое распространение в авиации, космонавтике, автомобилестроении получили искусственные материалы — волокнистые композиты, состоящие из упругой матрицы, армированной высокопрочными тонкими волокнами. Использование композиционных материалов обусловлено их уникальными свойствами: высокой прочностью, малым весом, большой сопротивляемостью агрессивным средам. Опыт показывает, что уже на стадии изготовления или же на ранней стадии эксплуатации волокнистых композитов в них появляются трещиноподобные дефекты, которые оказывают существенное влияние на прочностные характеристики материалов и механизмы их разрушения.

В докладе представлены результаты исследования нелинейной краевой задачи о равновесии композита, армированного тонким упругим волокном при наличии трещины отслоения. Для описания вертикальных прогибов волокна используется полулинейное уравнение типа Кирхгофа — Бергера с нелокальным коэффициентом. На берегах трещины задаются краевые условия, имеющие вид равенств и неравенств и исключающие взаимное проникание точек упругой матрицы и волокна, что приводит к слабой постановке задачи в виде эллиптического вариационного неравенства. На основе метода малых регулярных возмущений формы