

при котором электроды на поверхности цилиндра отсутствуют, установившиеся колебания возбуждаются нормальной механической нагрузкой, приложенной к боковой поверхности цилиндра. В связи с этим после исключения компоненты электрического потенциала (путем интегрирования уравнения электростатики) из основных уравнений электроупругости была получена краевая задача второго порядка относительно радиального смещения и комплексных модулей, характеризующих механические свойства цилиндра. Обратная задача заключалась в идентификации мгновенных и длительных модулей, входящих в состав исходных комплексных модулей, по дополнительной информации о значениях функции смещения в некоторой точке поверхности цилиндра в наборе частот. Для решения обратной задачи представлен специальный подход - метод алгебраизации, при котором искомые функции представлялись в виде разложений по некоторым системам линейно независимых функций. После подстановки разложений в исходные уравнения колебаний обратная задача сводилась к решению системы линейных уравнений относительно коэффициентов разложения функции смещения и последующем решении системы нелинейных уравнений относительно коэффициентов разложения функций мгновенных и длительных модулей. Представлены результаты вычислительных экспериментов по восстановлению функций различного характера, демонстрирующих эффективность предложенного подхода.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00354 А) и Минобрнауки РФ (проект № 9.4726.2017/8.9).

Некоторые аналитические подходы к исследованию задач газовой динамики, квалифицированных Л.И. Седовым, как трудные

А. Н. Богданов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Рассматривается возможность аналитического подхода к исследованию задач динамики ударных волн в газовых средах (в

том числе задачи о поршне). Анализируются известные и предлагаются оригинальные аналитические методы исследования.

Задача о поршне в газовой динамике является классической. Л.И. Седовым она отнесена к числу трудных и в общем случае при непрерывных ускоренных движениях газа решаемой только с помощью численных расчетов на машинах [1].

Автором доклада предлагается аналитический подход к получению решения задачи в общем случае движения поршня в объеме, занимаемый газом. Предлагаемый метод основан на интегрировании малых отклонений параметров процесса как откликов на малые изменения скорости движения поршня.

Такой метод возможно применить к исследованию других задач динамики ударных волн при произвольном изменении параметров среды распространения разрыва, начальных и граничных условий процесса. В частности, указанным методом может быть получена аналитическая зависимость скорости ударной волны, при ее распространении в среде со стратификацией плотности и температуры, как функции плотности перед фронтом волны.

Результаты исследования динамики ударных волн в неоднородных средах также приведены [2], однако только для частного случая, а примененный метод нахождения решения оставлял вопросы о справедливости полученных результатов.

Имеющиеся автомодельные решения [2] отвечают частным случаям распространения ударной волны по среде с монотонным изменением плотности по степенному или экспоненциальному закону.

Исследование [3], посвященное безударному сжатию в слоистых системах оболочек, проведено несколько для других целей и в других условиях. Именно, слои считаются несжимаемыми, скорости в них постоянными по пространству, противодействие на свободных границах отсутствует, в возникающем течении все вещество в рассматриваемой области за характерное время коллапсируется в одной точке, необходимым условием, определяющим организуемое течение, является сохранение энтропии для высокой экономичности процесса и т.д. Результатом проведенного исследования является определение величины кумулирующей энергии и выявление ее зависимости от параметров конструкций и способов энергозложения.

Работа выполнена по плану исследований НИИ механики МГУ при частичной финансовой поддержке гранта Министерства Об-

разования и Науки РФ (договор №14.G39.31.0001 от 13.02.2017г.), Совета по грантам Президента РФ (проект НШ 8425.2016.1) и РФФИ (проект 16 29 01092).

Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. – М.: Наука, 1976.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977.
3. Долголева Г.В., Забродин А.В. Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Математическая модель и вычислительные алгоритмы для моделирования развития трещины ГРП в трехмерной постановке

**В. Е. Борисов, А. И. Иванов, Б. В. Критский,
И. С. Меньшов, Е. Б. Савенков**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
e.savenkov@gmail.com

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) является одним из наиболее распространенных методов увеличения нефтеотдачи. По существу процедура ГРП заключается в создании крупномасштабной (длина ~ 100 м, высота ~ 10 м) трещины в толще нефтегазонасного пласта путем закчки в пласт специальной жидкости разрыва. Созданная трещина играет роль высокопроводящего канала, обеспечивающего интенсивный приток пластового флюида к скважине. Анализ и предсказание геометрических и фильтрационных свойств трещины ГРП является в настоящее время важной и не до конца решенной задачей. Существующие процедуры для анализа эволюции трещины ГРП в основном используют сильно упрощенные математические модели.

В настоящей работе предлагается математическая модель развития трещины ГРП в полностью трехмерной постановке, с учетом всех основных механических процессов, сопровождающих