

provides also short description and references to experimental databases that can be used for the validation, improvements and development of phenomenological TCI models for RANS, subgrid scale models for LES, and reduced-kinetics models.

The author was financially supported by ONERA and by the Grant of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Contract No. 14.G39.31.0001 of 13.02.2017).

Бигармоническая проблема теории упругости. Точные решения

¹**Д. А. Абруков, ²А. П. Кержаев, ³М. Д. Коваленко,**

⁴**И. В. Меньшова**

¹ ЧГПУ

^{2,3,4} ИТПЗ РАН

¹abrukova@yandex.ru

²alex_kerg@mail.ru

³kov08@inbox.ru

⁴menshovairina@yandex.ru

В виде рядов по собственным функциям Фадля–Папковича (однородным решениям) строятся точные решения краевых задач теории упругости и теории изгиба тонких прямоугольных пластин. Функции Фадля–Папковича точно удовлетворяют нулевым граничным условиям на двух противоположных сторонах прямоугольника. Удовлетворяя граничным условиям на его торцах, приходим к проблеме разложения заданных здесь граничных функций в ряды по системам функций Фадля–Папковича (бигармоническая проблема).

Функции Фадля–Папковича комплекснозначны и не образуют базиса на отрезке – торцах прямоугольника. Поэтому найти неизвестные коэффициенты разложений по ним, основываясь на классических представлениях теории базиса функций, невозможно. Их нужно рассматривать как пример представляющих систем экспонент с комплексными показателями (А.Ф. Леонтьев, Ю.Ф. Коробейник) и с вырожденной в отрезок областью аналитичности. Основываясь на преобразовании Бореля в классе квазицелых функций экспоненциального типа, к функциям

Фаддя–Папковича удается построить соответствующие биортогональные функции и затем найти простые явные выражения для коэффициентов искомых разложений.

Вначале изучаются разложения одной функции в ряд по какой-либо одной системе функций Фаддя–Папковича. При решении краевых задач эти разложения играют ту же роль, какую ряды Фурье играют в известных периодических решениях Файлона–Рибьера. Затем даются решения краевых задач, в том числе неоднородных, смешанных, с разрывами сплошности.

Полученные точные решения обладают свойствами, не присущими известным точным решениям. Например, они не единственны (впервые внимание на это обратил Е.И. Шемякин). Отсюда, как следствие, вытекает возможность описания этими решениями остаточных напряжений.

Особое внимание уделяется физической стороне задачи. В частности, обсуждается глубокая связь между неединственностью, совместностью деформаций, поведением решений в окрестности угловых точек границы и т.д.

Неединственность связана не только с необходимостью продолжения заданных на торце полуполосы граничных функций с отрезка (торцов прямоугольника) на всю вещественную ось, но и с продолжением решения вдоль горизонтальных сторон прямоугольника. Это значит, что угловые точки в прямоугольнике рассматриваются не как геометрические объекты (например, как в решении для бесконечного клина), но как бесконечно малые элементы, подобные другим точкам области. От того, как выполнены эти продолжения, будет зависеть решение. Способ того или иного продолжения определяется из физических соображений.

Важной особенностью решений, описывающих остаточные напряжения, является то, что граничные условия в них ставятся строго на прямолинейных границах полуполосы, а не «сносятся на недеформированную поверхность». Как было показано Д.И. Шерманом, «снесение на недеформируемую поверхность» связано с добавлением недостающего (или удалением лишнего) материала (создание «вкладок», по Н.И. Мусхелишвили). Благодаря этому выполняются условия совместности деформаций. В полученных точных решениях условия совместности не выполняются, и это означает лишь то, что стороны прямоугольника, прямолинейные до деформации, не остаются прямолинейными после приложения нагрузки.

Найденными точными решениями можно описывать остаточные напряжения. Укажем, вытекающие из полученных результатов, несколько признаков, свидетельствующих о наличии остаточных напряжений в какой либо конечной плоской области: 1) знакопеременность напряжений, являющаяся следствием их самоуравновешенности; 2) значительные остаточные деформации свободных поверхностей разрыва, возникающие в результате сброса остаточных напряжений; 3) фрагменты области, образовавшиеся вследствие ее разделения и сброса остаточных напряжений, перемещаются и поворачиваются как абсолютно жесткие; 4) их невозможно сложить вновь по поверхностям разрыва без зазоров.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 15-41-02644 и 16-31-60028 мол_а_дк.

Экстремали Больцмана и эргодическая проблема по Пуанкаре и Гиббсу

¹С. З. Аджиев, ²В. В. Веденяпин, ²В. В. Казанцева

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

²ИПМ имени М.В. Келдыша РАН

vicveden@yahoo.com

H -теорема впервые была рассмотрена Больцманом в [1]. Эту теорему, обосновывающую сходимость решений уравнений типа Больцмана к максвелловскому распределению, Больцман связал с законом возрастания энтропии [2]. Доказательство H -теоремы не только обосновывает 2-е начало термодинамики, но и делает поведение решения уравнения понятным, так как позволяет узнать, куда сходится решение для данного уравнения при времени, стремящемся к бесконечности. Мы рассматриваем обобщения уравнений химической кинетики, включающие в себя классическую и квантовую химическую кинетику [3]. H -теорема для этих обобщений уравнений химической кинетики: (2) и (3), в случае непрерывного времени исследовалась [3]. Были изучены обобщенное условие детального равновесия (баланса) и обобщенное условие динамического равновесия (или обобщенное условие Штюкельберга–Батищевой–Пирогова), при выполнении которых справедлива H -теорема. В работах [4,5] было показано, как выполняется закон роста энтропии для уравнений Лиувилля: энтропия