

Рис. 1: Ранняя стадия взаимодействия, изолинии плотности.  $is$  – падающая ударная волна,  $ic$  – граница облака,  $ts$  – волна внутри облака,  $rs$  – отраженная волна.

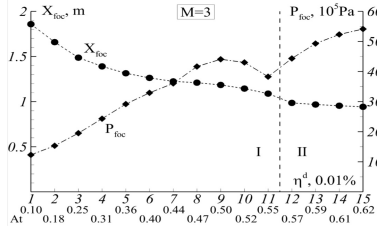


Рис. 2: Зависимость удаления точки пиковой фокусировки ( $X_{\text{foc}}$ ) и давления в этой точке ( $P_{\text{foc}}$ ) от концентрации пыли в облаке. I и II – области внешнего и внутреннего режимов фокусировки соответственно.

## Оптимизация ускорения вязкоупругого тела

**А. Н. Голубятников**

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
golubiat@mail.ru

Проблема управляемого ускорения мягких металлических оболочек, в частности с образованием кумулятивных струй, исследуется теоретически и экспериментально уже более века. В частности достигнут прогресс в обеспечении устойчивости движения тонкой оболочки за счет учета упругого упрочнения материала, фактически проявляющего жидкокристаллические свойства (Голубятников А.Н., Зоненко С.И., Черный Г.Г. Прикладная математика и механика, 2007). Интересно также влияние вязкости материала. В настоящем докладе представлено точное решение осесимметричной задачи об оптимизации ускорения вязкоупругого однородного несжимаемого тела Фойхта из состояния покоя под-

ходящим распределением поверхностных сил. Заданы масса тела, объем, время его движения, коэффициент необходимого поперечного обжатия  $k$  и приобретаемый телом импульс. Плотность диссипации — гладкая выпуклая функция от компонент скорости деформации, а удельная внутренняя энергия — функция лагранжевых компонент метрического тензора, выпуклая по дисторсии (в частности квадратичные функции). Требуется минимизировать сумму работы поверхностных сил и энергии возможного начального удара.

Важно, что в интегральное уравнение кинетической энергии, записанное в конечный момент, входит интеграл по времени от диссипации, который минимизируется независимо. Это приводит к движению с однородной деформацией, причем совместному с дифференциальными уравнениями движения, которые в данном случае сводятся к уравнениям идеальной жидкости и определяют только распределение давления. Кроме этого, остается еще одна произвольная функция от времени, выбор которой позволяет полностью определить движение материала и вычислить энергию начального удара, обязательно ненулевую. Далее минимизируется конечная кинетическая энергия, что приводит к начальной форме тела в виде сплющенного эллипсоида вращения с соотношением продольной и поперечной осей  $0,5 k^3$ , обычно относительно тонкого.

Полученный результат позволяет проводить сравнение с движением тел других форм. Близкое значение затрат энергии в 1,05 от наименьшего дает оптимизация в классе прямых круговых цилиндров, ускорение которых может быть обеспечено действием нормальной нагрузки (давлением). Аналогичные результаты получаются и в теории вязкоупругости Максвелла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-01-00361, 17-01-00037).

## Нелинейная диффузия плавающих частиц

**А. Н. Голубятников, О. О. Иванов**

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова*  
 loliv@rambler.ru