

2. Gorshkov, A.G., Morozov, V.I., Ponomarev, A.T., Shklyarchuk, F.N. Аэрогидроупругость конструкций. М.: Физматлит, 2000.
3. Shapiro, A.H. Physiologic and medical aspects of flow in collapsible tubes// Proc. 6th Canadian Congress on Applied Mechanics, p. 883–906, 1977.
4. Pedley, T.J., Brook, B.S., Seymour, R.S, Blood pressure and flow rate in the giraffe jugular vein// Philos. Trans. R. Soc. Lond. B. Biol. Sci. V. 351, p. 855–866, 1996.
5. Pedley, T.J. Arterial and Venous Fluid Dynamics// Cardiovascular fluid mechanics (ed. G. Pedrizzetti, K. Perktold). Chap. 1, p. 1–72. Springer, 2003.
6. Grotberg, J.B., Jensen, O.E.. Biofluid mechanics in flexible tubes// Ann. Rev. Fluid Mech. V. 36, p. 121–147, 2004.
7. Heil, M., Hazel, A.L.. Fluid-Structure Interaction in Internal Physiological Flows// Ann. Rev. Fluid Mech. V. 43, p. 141–162, 2011.

## Законы подобия для турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке газа

**И. И. Вигдорович**

*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова*

vigdorovich@imec.msu.ru

Доклад посвящен описанию течения в турбулентном пограничном слое на пластине при нулевом продольном градиенте давления в терминах законов подобия для основных гидродинамических и тепловых величин. Для течения несжимаемой жидкости такие законы подобия надежно установлены. К ним относятся закон стенки Прандтля, законы дефекта скорости и трения Кармана и аналогичные соотношения для температуры и теплового потока на стенке. В промежуточной пристеночной области пограничного слоя профили скорости и температуры удовлетворяют известному логарифмическому закону.

Обобщение закона стенки для профиля скорости на случай турбулентного течения сжимаемого газа принадлежит Ван Дристу [1]. В своем анализе, однако, он, как и его последователи,

просто использовал формулу пути смешения Прандтля. Поэтому этот результат нельзя считать в такой же степени обоснованным как соотношения для несжимаемой жидкости, которые, фактически, получены из первых принципов. Более того, известно, что формула Ван Дриста заметно хуже согласуется с экспериментальными данными, чем ее аналог для несжимаемого течения. Расхождения особенно существенны при наличии теплопередачи на стенке.

Цель настоящей работы — объяснить причину рассогласования формулы Ван Дриста с результатами измерений и вывести новые законы подобия для скорости и температуры, которые являются точными асимптотическими решениями уравнений Рейнольдса для сжимаемого газа. Тот факт, что рассматриваемое течение зависит от конечного числа определяющих параметров, позволяет сформулировать условия замыкания, связывающие турбулентное касательное напряжение и турбулентный поток тепла с градиентами усредненной скорости и энтальпии. Идея существования таких связей в случае, когда задача зависит от конечного числа параметров, впервые была сформулирована в [2] и затем для несжимаемых течений использовалась, например, в работах [3–7]. Замкнутые таким образом уравнения Рейнольдса решаются методом сращиваемых асимптотических разложений для различных характерных областей течения, в число которых входят: вязкий подслой, логарифмический подслой и внешняя область пограничного слоя. Малый параметр теории — число Маха, вычисленное по динамической скорости и энтальпии газа на стенке. Рассматриваются все возможные случаи теплопередачи на обтекаемой поверхности — охлаждаемая, теплоизолированная и нагреваемая стенка.

Показано, что в вязком подслое пограничного слоя сжимаемого газа безразмерный профиль скорости такой же, как для несжимаемой жидкости, а профиль температуры — суперпозиция известного профиля для несжимаемой жидкости при нулевом кинетическом нагреве и профиля температуры, соответствующего частному случаю теплоизолированной пластины, когда кинетический нагрев не равен нулю. Решение задачи в логарифмическом подслое и асимптотическое сращивание с решением для вязкого подслоя дают связь между температурой и скоростью (интеграл Крокко) и законы стенки для скорости и температуры. Главный член асимптотики для профиля скорости соответствует извест-

ной формуле Ван Дриста. Однако полученное решение содержит дополнительные слагаемые порядка единицы, что объясняет расхождение формулы Ван Дриста с экспериментальными данными. Аналогичную структуру имеет закон стенки для температуры, который для сжимаемого течения сформулирован впервые. Кроме постоянной Кармана и турбулентного числа Прандтля в логарифмической области, известных для течения несжимаемой жидкости, полученные соотношения содержат три новые универсальные константы, которые не зависят от молекулярных свойств и отношения теплоемкостей газа. Сращивание решений для логарифмического подслоя и внешней области дает законы трения и теплообмена, выражения для коэффициентов восстановления и аналогии Рейнольдса, законы дефекта скорости и температуры для внешней области пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (16-01-00172).

### Литература

1. Van Driest E. R. J. Aeronaut. Sci. 1951. V. 18. P. 145–160.
2. Вигдорович И. И. ДАН. 2003. Т. 392. № 3. С. 340–345.
3. Вигдорович И. И. ЖЭТФ. 2013. Т. 144. Вып. 2(8). С. 413–427.
4. Вигдорович И. И. ЖЭТФ. 2014. Т. 146. Вып. 5(11). С. 1062–1089.
5. Vigdorovich I. I. Int. J. Heat Mass Transfer. 2015. V. 84. No. 5. P. 653–659.
6. Вигдорович И. И. ДАН. 2016. Т. 466. № 4. С. 412–417.
7. Vigdorovich I. I. Physics of Fluids. 2016. V. 28. No. 8. P. 085102-1–7.