Литература

1. Новиков П.С. Об единственности решения обратной задачи потенциала // Докл. АН СССР, 18:3 (1938), 165–168.
2. Лежнев В.Г., Марковский А.Н. Метод базисных потенциалов для неоднородного бигармонического уравнения // Вестник Самарского госуниверситета – Естественно научная серия, №8/1(67), 2008, С.127-139.
3. Лежнев В.Г. Системы потенциалов, полные на границе области // Тр. Конф. Математическая физика. Владимиров-90, МИАН, 2013.

Автомодельные решения в задаче о безнапорной фильтрации в высокопористой среде

Н. Е. Леонтьев
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
leontiev_n@mail.ru

В докладе изучается течение тонкого слоя вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью внутри высокопористой среды над горизонтальным непроницаемым основанием. Такие задачи могут возникать в некоторых практических приложениях, например при пропитке пористых сред при производстве композиционных материалов.

Течение предполагается медленным, так что можно пренебречь инерционными эффектами и для описания фильтрации использовать уравнение Бринкмана. На нижней границе слоя ставится условие проскальзывания Навье [Леонтьев Н. Е. Изв. РАН. МЖГ, 2014, № 2]. В качестве эвристической гипотезы на свободной поверхности ставятся (1) условие непрерывности давления (поверхность предполагается пологой, влиянием поверхностного натяжения пренебрегается) и (2) условие для тензора скоростей деформаций, вычисленного по скорости фильтрации, которое формально аналогично условию отсутствия касательных напряжений на свободной поверхности в свободной вязкой жидкости. В принципе возможны обобщения рассматриваемых условий, моделирующие влияние капиллярной каймы на свободной поверхности с помощью касательных напряжений, приложенных к верхней границе слоя (известно качественно аналогичное демпфирующее влияние пены на поверхности жидкости).

При этих предположениях выведено уравнение для толщины слоя жидкости, которое оказывается частным случаем нелинейного уравнения теплопроводности, а также получено условие на слабых разрывах. При стремлении толщины слоя к нулю в случае прилипания на дне уравнение асимптотически переходит в известное уравнение течения тонкой пленки вязкой жидкости [Leal L. G. Advanced transport phenomena. Fluid mechanics and convective transport processes, 2007], а с ростом толщины слоя уравнение асимптотически переходит в уравнение Буссинеска для пологой безнапорной фильтрации в рамках закона Дарси [Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод, 1977].

На примере плоских течений строятся автомодельные решения, описывающие течение от источника. По-видимому, впервые на существование решений такого вида (в случае уравнения теплопроводности с нестепенно́й зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры) обратил внимание Н. А. Дмитриев [Зельдович Я. Б., Компанеец А. С. Сборник, посвященный 70-летию акад. А. Ф. Иоффе, 1950], впоследствии аналогичные автомодельные решения для нелинейных параболических уравнений рассматривались многими авторами.

Находятся асимптотические разложения решений в окрестности передней границы растекающейся жидкости (точки касания свободной поверхности и подстилающей поверхности). В случаях прилипания и проскальзывания показатели степени в разложениях толщины пленки как функции от расстояния до передней границы растекающейся жидкости (в рамках принятой модели) оказываются различными (соответственно 1/3 и 1/2), что можно использовать как диагностический признак при анализе экспериментальных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 15-01-00361, 17-01-00037).