

Спиральные течения на плоскости потенциала

А. И. Рылов

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

rylov@math.nsc.ru

Рассматривается плоское потенциальное спиральное течение Толлмина, в котором, как известно, изобары являются логарифмическими спиралями [1]. Важной особенностью работы [1] как раз и является то, что в качестве одного из семейств координатных линий изначально использовались логарифмические спирали. В настоящей же работе принципиальной особенностью является использование плоскости потенциала и возможных точных решений на этой плоскости.

В основе доклада лежит относительно мало известная система уравнений газовой динамики

$$kU_\varphi - V_\psi = 0, \quad U_\psi + V_\varphi = 0 \quad (1)$$

Эта система создавалась в свое время для анализа линий уровня нулевых компонент вектора ускорения [2,3]. Соответственно, зависимые переменные системы (1) являются некоторыми комбинациями производных от газодинамических параметров, взятых вдоль линии тока. Детали построения системы (1) и соответствующие обозначения приведены в [2,3].

В рассматриваемом случае система (1) интересна тем, что она имеет очевидное частное решение для произвольной постоянной μ

$$U = \mu\psi, V = -\mu\varphi \quad (2)$$

Совместный анализ системы (1) и решения (2) показывает, что на плоскости потенциала решению (2) отвечает веер лучей (он же веер изобар) $\lambda = \psi/\varphi$, что достаточно очевидно. Но более детальный анализ показывает, что на физической плоскости каждому из этих лучей отвечает своя логарифмическая спираль.

При переходе от луча к лучу производная z_λ имеет вид

$$z_\lambda = \frac{dz}{d\lambda} = -\frac{1}{\mu(k\lambda^2 + 1)} \quad (3)$$

Здесь

$$z = z(q) = \int \frac{\rho}{q} dq, \quad k = k(z) = \frac{1 - M^2}{\rho^2}$$

Равенство (3) полезно как при анализе особенностей рассматриваемого спирального течения, так и при численном анализе. В частности, на предельном луче, на котором $z_\lambda = \pm\infty$, имеем: $M > 1$, $k < 0$, а также

$$k\lambda^2 + 1 = 0, \quad \lambda^2 = -k^{-1}$$

Детали изложены в недавней статье [4].

Литература

1. W.Tollmien, Z. angew. Math. Mech. 17 (1937), pp. 117-136.
2. Рылов А.И. Сибирский журнал индустриальной математики. 1998. Т.1. №2. С.169-174.
3. Рылов А.И. Прикладная математика и механика (ПММ), 2006, Т.70. В. 3. С. 400-411.
4. Рылов А.И. ДАН, 2017, том 472, №2.

Циклы Пуанкаре и неравновесная термодинамика

Т. В. Сальникова

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
tatiana.salnikova@gmail.com

Анри Пуанкаре рассматривает бесстолкновительную сплошную среду на отрезке прямой с упругими отражениями от концов отрезка - одномерный газ. Независимо от начального распределения газ необратимо стремится равномерно заполнить интервал. Каждая молекула газа возвращается к своему начальному состоянию бесконечно много раз. Однако эта индивидуальная возвращаемость не является равномерной, что приводит к необратимому поведению рассматриваемой системы.

Пусть к находящемуся в равновесии одномерному газу приближено гравитирующее тело, а после того, как газ снова придет в состояние равновесия, тело убирается. После этого газ снова