

5.1) Если справедливы неравенства $T_{ex} < T < T_1$, то вычисляем c_{ex} . В области $0 \leq r \leq c_{ex}$ — упругое состояние, в области $c_{ex} \leq r \leq b$ — пластическое состояние. На границе $k = b$ реализуется режим, определяемый давлением p на внешней границе.

5.2) Если $T_1 < T$, то вычисляем c_{in} и c_{ex} . Как и на шаге 4.2, в области $c_{in} \leq r \leq c_{ex}$ реализуется упругое состояние.

Для верификации результатов строятся графики для эквивалентного напряжения, соответствующего допустимым режимам пластичности, и график годографа вектора напряжений.

Предложенный алгоритм является общим для целого класса подобных задач. Аналогичная задача рассматривалась ранее другими авторами для конкретных условий пластичности (Треска, Шмидта), например, [1,2]. Однако практически не обсуждался вопрос, связанный с определением полей пластических деформаций и наличием разрывов на границах, соответствующих сингулярным точкам кривых пластичности.

Важным элементом предложенного алгоритма является верификация полученных результатов.

Литература

1. Orcan Y., Garner U. Elastic-plastic deformation of a centrally heated cylinder // *Acta Mechanica*. 1991. Vol. 90. P. 61–80.
2. Dats E., Murashkin E. On unsteady heat effect in center of the elastic-plastic disk // *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*. 2016. Vol. 1. P. 69–72.

Решение автомодельных задач фильтрации газа в водонасыщенном пласте

А. А. Афанасьев

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова

afanasyev@imec.msu.ru

Глобальное потепление – острая проблема, стоящая перед человечеством. Для смягчения его последствий и уменьшения климатических изменений перспективной считается технология захоронения парниковых газов, в частности углекислого газа (CO_2),

в проницаемых недрах Земли. Закачка газа в водонасыщенный пласт приводит к многофазным неизотермическим течениям, сопряжённых с фазовыми переходами. Нагнетаемый через вертикальную скважину газ, как более лёгкая фаза, поднимается вверх, скапливаясь и растекаясь вдоль кровли пласта. Исследование данных нелинейных процессов также осложняется околокритическим термодинамическим состоянием газа. В настоящей работе в полной нелинейной постановке решены две автомодельные задачи, описывающие распространение газа от скважины в пласт.

Во-первых, в пренебрежении силой тяжести решена одномерная краевая задача Римана в полупространстве (задача о поршне), описывающая неизотермическое течение CO_2 от нагнетательной скважины в водонасыщенный пласт. Для смешанной системы уравнений фильтрации предложен асимптотический метод исследования нелинейных волн – возможных волновых картин, описывающих многофазное течение в пласте. Метод основывается на рассмотрении фильтрации при устремлении проницаемости пласта к бесконечности. Решение задачи может состоять из 3-х эволюционных фазовых разрывов, на каждом из которых выполняется условие Жуге, и 3-х простых волн Римана. На фазовой плоскости ограничены области качественно различных решений, взаимное расположение которых определяется околокритическим термодинамическим состоянием CO_2 . Сравнение с численным решением задачи в полной постановке подтвердило хорошую точность построенной асимптотики.

Во-вторых, решена двумерная нестационарная задача, описывающая накопление лёгкой фазы газа у кровли пласта на начальном этапе закачки. В случае общего положения осесимметричное течение CO_2 и пластовой воды в окрестности вертикальной скважины зависит от времени и двух пространственных переменных – расстояния от скважины и глубины. В работе найдены нелинейные асимптотические решения данной задачи, зависящие только от двух автомодельных переменных, являющихся комбинациями отмеченных размерных переменных. Асимптотика строится в предположении значительной мощности пласта, если процессы у его подошвы не влияют на течение газа вдоль кровли. В предположении несмешивающегося изотермического вытеснения определены параметры подобия. Показано, что тип двумерной волновой картины в окрестности скважины зависит только

от двух безразмерных чисел и функций относительной фазовой проницаемости. Первое из безразмерных чисел есть отношение вязкостей пластового флюида и газа, а второе – сложное безразмерное отношение абсолютных проницаемостей породы в вертикальном и горизонтальном направлениях и других параметров задачи. Методом прямого численного моделирования исследованы двухмерные волновые картины, описывающие распределение насыщенности газа. Построены оценки для размеров области накопления газа в зависимости от параметров подобия течения.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-31-20585).

Вулканомеханика

А. А. Афанасьев, О. Э. Мельник, И. С. Уткин

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова

`melnik@imec.msu.ru`

В докладе будут рассмотрены три модели вулканических извержений, учитывающие взаимодействие магмы с вмещающими породами в процессе извержения.

В процессе экструзивных извержений происходит медленное выдавливание лавового купола. Скорости подъема магмы невелики, поэтому существенны кристаллизация магмы и отделение газа в свободную фазу. Существующие модели либо рассматривали фильтрацию газа сквозь магму, либо в упрощенной постановке – отток газа в окружающие породы. В докладе будет представлена совместная модель течения магмы в канале вулканы и геотермальной системы, окружающей канал [1]. Показано, что интенсивность оттока вулканических газов в породы сравнима с интенсивностью их переноса вместе с поднимающейся магмой. Учёт оттока газа из магмы существенно влияет на динамику извержения, в частности на период колебаний расхода магмы. Объяснено отсутствие корреляции измеряемых на поверхности расходов магмы и газа, наблюдаемое на многих вулканах.

Измерение деформаций земной поверхности, происходящие в процессе вулканического извержения, являются одним из основных методов мониторинга активных вулканов. Источником деформаций служат процессы в системе очаг–канал, а также в