

эволюции вектора ориентации, но существенно влияет на граничные условия.

В докладе рассматриваются стационарные плоскопараллельные течения типа Куэтта и Пуазеля, когда вектор ориентации сонаправлен с вектором скорости потока. Показано, что учет дивергентного слагаемого позволяет обнаружить новый тип ориентационной неустойчивости потока, выражющейся в появлении периодических отклонений директора от невозмущенного с волновым вектором, лежащим перпендикулярно вектору скорости и параллельно границам слоя нематика. Определено, в каком диапазоне значений K_{24} объемная энергия Франка периодической конфигурации меньше, чем для однородной и, соответственно, решения с постоянным директором неустойчивы. Для линеаризованной задачи о возмущениях выведена зависимость волнового числа таких периодических решений от толщины слоя и констант Франка. На основании полученных соотношений и имеющихся в литературе экспериментальных данных определена величина K_{24} для некоторых типов нематических жидких кристаллов. Также на основе оценок характерного времени релаксации возмущений скорости и вектора ориентации дано теоретическое объяснение причин, осложняющих экспериментальное обнаружение таких эффектов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-01-00361.

О периодических решениях в слое нематического жидкого кристалла

¹А. Г. Калугин, ²Д. В. Павлов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

¹kalugin@mech.math.msu.su

²pavlovdmv@mail.ru

В работе рассматривается модель нематического жидкого кристалла - сплошной среды, анизотропные свойства которой описываются единичным вектором (директором) \vec{n} . Наличие дополнительного макроскопического параметра среды приводит к появлению анизотропной части свободной энергии, квадратичное разложение которой по градиенту директора имеет вид

$$2F_V = K_1(\operatorname{div}\vec{n})^2 + K_2(\vec{n} \cdot \operatorname{rot}\vec{n})^2 + K_3|[\vec{n} \times \operatorname{rot}\vec{n}]|^2 + \\ + K_{24} (\nabla_i n_j \nabla^j n^i - (\nabla_k n^k)^2)$$

где K_i — постоянные коэффициенты Франка, причем слагаемое с коэффициентом K_{24} имеет дивергентную форму и не дает вклада, например, в уравнения равновесия внутри объема, но влияет на граничные условия.

Границные условия определяются моделью слабого сцепления, когда ориентация директора на границе нематика находится из условия минимума поверхностной энергии, для которой рассмотрено приближение Рапини-Папулара

$$2F_S = 2\gamma + W(1 - (\vec{n}, \vec{m})^2)$$

где γ , W — постоянные коэффициенты, \vec{m} — ось легкого ориентирования. При этом \vec{m} может вращаться по конусу с заданным углом между образующей и осью — вектором нормали к границе.

В докладе рассматривается задача о равновесии планарно (параллельно границам) ориентированного плоского слоя нематического жидкого кристалла. Показано, что учет дивергентных слагаемых в свободной энергии упругости ориентации Франка позволяет получить нетривиальные периодические решения задачи о малых возмущениях директора с волновым вектором, лежащим в плоскости слоя и перпендикулярным невозмущенной планарной ориентации директора.

При этом получена связь между параметрами среды, толщиной слоя H и волновым числом k возмущенного решения в виде

$$\pm(K_2 - K_1)HK_{24}^2k^2 + kK_{24}(4K_1K_2 - K_{24}(K_1 + K_2))sh(kH) + \\ + 2W(ch(kH) \pm 1)K_1K_2 = 0$$

Также проведен анализ этого соотношения. Для параметров типичного нематического жидкого кристалла МББА найден диапазон значений K_{24} при которых такие периодические решения существуют, исследована зависимость k от толщины слоя H . Кроме того, предложена новая интерпретация наблюдавшихся ранее экспериментально эффектов, на основании данных которых получена количественная оценка K_{24} для МББА.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-01-00361.

Принцип неполной связанности в моделях гидроразрыва в верхних слоях коры

А. В. Каракин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

avkarakin@yandex.ru

Рассматривается класс неполно связанных плоских аналитических задач о медленных движениях равновесной трещины ГРП в пороупругой среде земной коры при наличии в ней разломов. Аналитическими методами исследуются вязкие движения жидкости в самой трещине и вызванные этими движениями деформации и фильтрация во внешней среде. Движения создаются защёлкой жидкости в скважину. Течение в трещине описывается уравнениями гидродинамики Стокса в приближении смазочного слоя. Внешняя задача описывается уравнениями пороупругости. Жидкость может фильтроваться через стенки трещины. Этому исследованию посвящен цикл публикаций. Цель указанных работ состоит в том, чтобы понять суть геомеханических процессов, происходящих при гидроразрыве в пороупругих средах, а также быть тестом для численных моделей.

Областью определения однородных и изотропных уравнений пороупругости является плоскость с разрезами. Границы трещины являются проницаемыми. В клюве трещины задается условие Ирвина. Как внешняя, так и внутренняя задачи содержат малый параметр ε , который имеет смысл величины раскрытия трещины, а также упругой деформации $\varepsilon = \theta^*$. Здесь θ обозначает объемную деформацию среды, звездочка – ее максимальное значение. На бесконечности возмущения затухают. Специфика пороупругих задач состоит в том, что около трещины возникает тонкий пограничный слой, в котором возникают интенсивные фильтрационные процессы.

Основной метод решения состоит в том, что производится расщепление решения на упругую и фильтрационную составляющие. Это расщепление удовлетворяет принципу неполной связанности,