Задача о сближении управляемой системы, содержащей неопределенный параметр (An approach problem for a control system with an unknown parameter)*

В. Н. Ушаков (V. N. Ushakov), А. А. Ершов (A. A. Ershov)

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург, Россия

ushak@imm.uran.ru, ershov@imm.uran.ru

Рассматривается управляемая система на конечном промежутке времени, содержащая неопределенный постоянный (т.е. не меняющийся со временем) параметр. Значение параметра, присутствующее в управляемой системе, описываемой векторным дифференциальным уравнением, неизвестно лицу, управляющему системой; известно лишь множество, содержащее значения параметра. Изучается задача о сближении управляемой системы с целевым множеством в фазовом пространстве в конечный момент времени [1–8].

Эту задачу можно рассматривать и как позиционную игровую задачу [1, 2, 9], в которой второй игрок владеет выбором значения из множества, ограничивающего постоянный параметр. Решение задачи, получаемое в рамках позиционной формализации, выделяет нам в качестве разрешающего множества исходных позиций множество позиционного поглощения; в качестве разрешающей стратегии для всех исходных позиций, входящих в множество разрешимости, можно использовать экстремальную позиционную стратегию [1, 2]. Экстремальная стратегия обеспечит и решение нашей исходной задачи о сближении, в которой значение параметра постоянно вплоть до момента окончания игры. Такой подход дает нам возможность не прибегать к процедуре идентификации параметра как к одному из основных этапов решения задачи. Однако такой подход не дает полного решения первоначальной задачи о сближении, так как множество позиционного поглощения у́же, вообще говоря, чем множество разрешимости первоначальной задачи. Стремясь к полному решению задачи, мы не прибегаем к каким-либо редукциям задачи о сближении, а конструируем ее (приближенное) решение,

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-01-00221 А).

используя ее специфику. При этом у нас неизбежно возникает необходимость восстановления параметра в самом начале процесса управления системой, точнее, на некотором малом начальном промежутке времени. Не имея возможности из-за сложности задачи восстановить параметр точно, восстанавливаем его приближенно. Таким образом, мы входим в круг задач теории динамического обращения [10–12].

Задачи о сближении управляемых систем с неопределенным постоянным параметром часто встречаются в механике, экологии и экономике [13, 14]. Математической постановкой таких задач является следующая [15].

На промежутке времени $[t_0, \theta]$ рассматривается управляемая система

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, u, \alpha),$$

где t — время, $x \in \mathbb{R}^n$ — фазовый вектор системы, $u \in P$ — вектор управляющих воздействий, $P \in \mathrm{comp}(\mathbb{R}^p)$, $\alpha \in A$ — вектор-параметр, $A \in \mathrm{comp}(\mathbb{R}^q)$; здесь $\mathbb{R}^k$ — евклидово пространство размерности k, $\mathrm{comp}(\mathbb{R}^k)$ — пространство компактов в $\mathbb{R}^k$ с хаусдорфовой метрикой $d(\cdot, \cdot)$.

Предполагается, что управляющему лицу в начальный момент t_0 неизвестно значение параметра α, присутствующего в системе; известно лишь ограничение A на параметр.

Требуется выбором управления $u = u(t) \in P$ на $[t_0, \theta]$ перевести фазовый вектор $x = x(t)$ из положения $x(t_0) = x^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ на целевое множество $M \in \mathrm{comp}(\mathbb{R}^n)$ в конечный момент времени θ.

Процедура конструирования приближенного решения задачи о сближении включает в себя три основных этапа. На первом этапе осуществляется приближенное вычисление так называемого множества разрешимости задачи о сближении. Под этим множеством мы имеем в виду множество всех тех исходных позиций управляемой системы, для которых при любом допустимом значении параметра существует допустимое управление, приводящее движение системы на целевое множество. Второй этап ассоциируется нами с приближенной идентификацией значения параметра, присутствующего в управляемой системе, посредством использования пробного управления на малом начальном промежутке времени. На третьем этапе на основе информации о приближенно вычисленном множестве разрешимости и значения параметра в системе конструируется разрешающее управление.

Рассмотрены конкретные примеры решения таких задач о сближении для управляемых систем, содержащих неопределенный постоянный параметр.

Список литературы

1. *Красовский Н.Н.* Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970.
2. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
3. *Осипов Ю.С.* Альтернатива в дифференциально-разностной игре // ДАН СССР. 1971. Т. 197, № 5. С. 619–624.
4. *Куржанский А.Б.* Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
5. *Куржанский А.Б.* Альтернированный интеграл Понтрягина в теории синтеза управлений // Труды МИАН. 1999. Т. 224. С. 234–248.
6. *Кряжимский А.В., Осипов Ю.С.* Об одном алгоритмическом критерии разрешимости игровых задач для линейных управляемых систем // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2000. Т. 6, № 1. С. 2–10.
7. *Понтрягин Л.С.* Математическая теория оптимальных процессов и дифференциальные игры // Труды МИАН. 1985. Т. 169. С. 119–158.
8. *Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.* Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.
9. *Субботин А.И., Ченцов А.Г.* Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981.
10. *Осипов Ю.С., Кряжимский А.В., Максимов В.И.* Методы динамического восстановления входов управляемых систем. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2011.
11. *Максимов В.И.* Задачи динамического восстановления входов бесконечномерных систем. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2000.
12. *Денисов А.М.* Введение в теорию обратных задач. М.: МГУ, 1994.
13. *Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А.* Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006.
14. *Тарасьев А.М., Усова А.А.* Чувствительность фазовых портретов гамильтоновых систем для модели роста ресурсозависимой экономики // Динамика систем и процессы управления: Тр. Междунар. конф. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2015. С. 317–324.
15. *Ершов А.А., Ушаков В.Н.* О сближении управляемой системы, содержащей неопределенный параметр // Мат. сб. 2017. Т. 208, № 9. С. 56–99.