Устойчивость управляемости динамических неравенств (Stability of controllability of dynamic inequalities)*

А. А. Давыдов (A. A. Davydov)

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
НИТУ "МИСиС", Москва, Россия

davydov@mi.ras.ru

Понятие грубости динамических систем было введено А.А. Андроновым и Л.С. Понтрягиным в работе [1]. Оно относилось к структурной устойчивости семейства фазовых кривых дифференцируемого векторного поля на двумерном диске, не обращающегося в нуль на границе диска и не касающегося этой границы. В этой работе были найдены необходимые и достаточные условия на векторное поле и семейство его фазовых кривых такие, что поле, удовлетворяющее этим условиям, и любое поле, достаточно C^1-близкое к нему, имеют фазовые портреты в этом диске, которые переводятся один в другой близким к тождественному гомеоморфизмом этого диска. Эта работа оказала огромное влияние на развитие качественной теории динамических систем в XX в. и создание общей теории динамических систем. Одним их этапов этого развития стала фундаментальная теорема о структурной устойчивости типичных дифференцируемых векторных полей на ориентируемых компактных поверхностях, доказанная М. Пейшоту [2, 3].

Аналогичная задача для динамических неравенств или управляемых систем на поверхности M (и те и другие локально можно рассматривать как специальные дифференциальные включения вида $\dot{x} \in \{v\colon F(x,v) \leq 0,\, v \in T_xM\}$ и $\dot{x} \in \{v\colon v = f(x,u),\, u \in U\}$) при таком же определении структурной устойчивости гораздо сложнее. Ее постановка для динамических неравенств восходит по сути к работе А.Д. Мышкиса [4], в которой он поставил задачу описания семейства орбит динамического неравенства. В частности, такая задача естественным образом включает анализ устойчивости различных типов управляемости таких систем и неравенств.

Для типичных управляемых систем на ориентируемых компактных поверхностях (например, для типичных бидинамических систем на сфере) структурная устойчивость была доказана в работе [5] (см. также [6]). Теорема о структурной устойчивости типичных динамических неравенств (с локально ограниченными производными) на компактных ориентируемых поверхностях не доказана до сих пор. Однако значительная предварительная работа уже проделана: установлены устойчивость свойств локальной управляемости таких неравенств и устойчивость ростков фазовых портретов при движении с предельными скоростями [7]. В 2007 г. структурная устойчивость была доказана для типичных простейших динамических неравенств на плоскости с ограниченным дополнением к области полной управляемости [8].

Доклад посвящен этим результатам и связанным с ними результатам в смежных областях математики.

---

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки России (проект 1.638.2016/ФПМ).

Список литературы

1. *Андронов А.А., Понтрягин Л.С.* Грубые системы // ДАН СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 247–250.
2. *Peixoto M.M.* On structural stability // Ann. Math. Ser. 2. 1959. V. 69, No. 1. P. 199–222.
3. *Peixoto M.M.* Structural stability on two-dimensional manifolds // Topology.1962. V. 1, No. 2. P. 101–120.
4. *Мышкис А.Д.* О дифференциальных неравенствах с локально ограниченными производными // Зап. мех.-мат. фак. Харьк. гос. ун-та и Харьк. мат. о-ва. 1964. Т. 30. С. 152–163.
5. *Давыдов А.А.* Структурная устойчивость управляемых систем на ориентируемых поверхностях // Мат. сб. 1991. Т. 182, No. 1. С. 3–35.
6. *Davydov A.A.* Qualitative theory of control systems. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1994. (Transl. Math. Monogr.; V. 141).
7. *Давыдов А.А.* Локальная управляемость типичных динамических неравенств на поверхностях // Тр. МИАН. 1995. Т. 209. С. 84–123.
8. *Гришина Ю.А., Давыдов А.А.* Структурная устойчивость простейших динамических неравенств // Тр. МИАН. 2007. Т. 256. С. 89–101.

Вариации типа v-замены времени в задачах с фазовыми ограничениями (Variations of the v-change of time type in problems with state constraints)*

А. В. Дмитрук (A. V. Dmitruk)[а,б], **Н. П. Осмоловский (N. P. Osmolovskii)**[в,г]

[а] *Центральный экономико-математический институт РАН, Москва, Россия*

[б] *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

[в] *Московский государственный строительный университет, Москва, Россия*

[г] *Университет технических и гуманитарных наук, Радом, Польша*

avdmi@cemi.rssi.ru, osmolovski@uph.edu.pl

Задачи с фазовыми ограничениями привлекали внимание специалистов с самого начала развития теории оптимального управления (см., например, [1]). При этом, как известно, обобщение принципа максимума Понтрягина на эти задачи было сопряжено со значительными трудностями, поскольку здесь мы имеем дело с бесконечным (континуальным) числом ограничений типа неравенств, а необходимые условия экстремума в них содержат меру. Известные способы доказательства принципа максимума (ПМ) технически довольно сложны и вряд ли доступны широкому кругу читателей, кроме узкого круга специалистов. Поэтому вопрос о более простом и ясном доказательстве остается актуальным.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 16-01-00585.