

БЫСТРОЕ АВТОМАТИЧЕСКОЕ
ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ПРИЛОЖЕНИЯ
(FAST AUTOMATIC DIFFERENTIATION AND APPLICATIONS)*

Ю. Г. Евтушенко (Yu. G. Evtushenko), А. Ф. Албу (A. F. Albu),
В. И. Зубов (V. I. Zubov)

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия
Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия
yuri-evtushenko@yandex.ru, alla.albu@mail.ru, vladimir.zubov@mail.ru

При численном решении задач управления сложными динамическими системами задача оптимального управления обычно сводится к задаче нелинейного программирования. В ВЦ РАН на протяжении почти 50 лет проводятся работы по созданию и совершенствованию численных методов решения такого рода задач. Часто они решаются градиентными методами минимизации целевого функционала. А для этого необходимо уметь точно вычислять градиент целевой функции.

Методология быстрого автоматического дифференцирования (БАД) — это общий подход к дифференцированию сложных функций, возникающих в многошаговых процессах. По своей сути эта методология представляет собой метод множителей Лагранжа, который применяется к дискретному варианту задачи оптимального управления. Рассматриваемая задача оптимального управления в этом случае формулируется в конечномерном пространстве. Градиент функционала вычисляется с помощью сопряженной задачи и определяется сразу в дискретном виде. БАД-методология позволяет выбрать такую аппроксимацию сопряженной задачи, которая согласована с дискретизацией прямой задачи и с аппроксимацией целевого функционала. Она предлагает канонические формулы, позволяющие точно вычислять градиент целевой функции дискретной задачи оптимального управления. Использование БАД-методологии позволяет получить точное значение градиента дискретного целевого функционала при наличии дискретных связей за время, не превосходящее утроенного времени вычисления самой функции.

БАД-методология — необходимый компонент при решении задач, в которых вычисление производных “вручную” слишком сложно, а традиционные численные методы определения градиента работают с неприемлемой точностью. Этот подход оказался эффективным и при вычислении градиента достаточно сложной функции многих переменных. Из общих формул дифференцирования несложно получить формулы БАД для определения градиента функций многих переменных. При этом вычисление значения функции представляется как многошаговый процесс, в котором введены новые фазовые переменные. Эти фазовые переменные являются функциями независимых переменных, по которым ищутся производные заданной функции.

БАД-методология используется при решении многих задач, позволяя найти производные сложных функций с высокой точностью. Разработанные в ВЦ РАН

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 17-07-00493а, 17-07-00510а).

методы, использующие БАД-методологию, эффективно использовались при решении многих теоретически сложных прикладных задач, имеющих большое значение для народного хозяйства нашей страны. Например, они были применены при решении актуальных задач из области материаловедения, при решении задачи моделирования и управления процессом сварки материалов, задачи управления процессом кристаллизации металла в литейном деле.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ТЕЛА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОДВЕСЕ (STABILIZATION OF A BODY IN THE ELECTROMAGNETIC SUSPENSION)*

А. А. Федюков (А. А. Fedyukov)

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Нижний Новгород, Россия*

TeleginSasha@yandex.ru

При переходе от нелинейной математической модели управляемого объекта к линейной модели систему дифференциальных уравнений линеаризуют в окрестности состояния равновесия. Тем самым накладывается некоторое ограничение на область фазового пространства. В этой области линейная модель более или менее адекватно описывает реальный объект. Заметим также, что в реальных условиях работы система должна находиться в области ее допустимых состояний. В связи с этим возникает необходимость учитывать в модели ограничения на фазовые переменные объекта.

В работе рассматривается задача синтеза управления по выходу, обеспечивающего стабилизацию неустойчивого объекта с ограничениями на фазовые переменные. Она является сложной и актуальной в настоящее время [1, 2]. Подход к решению основан на применении метода функций Ляпунова и аппарата линейных матричных неравенств [3]. Сформулированы достаточные условия для существования регуляторов.

Уравнения движения тела в электромагнитном подвесе одностороннего действия [4], имеют вид

$$m\ddot{y} = \frac{C_L I^2}{2(\delta - y)^2} - mg, \quad \frac{C_L}{(\delta - y)}\dot{I} + \frac{C_L I}{(\delta - y)^2}\dot{y} + RI = U(t), \quad (1)$$

где m — масса вывешенного тела, y — координата вывешенного тела, g — ускорение свободного падения, C_L — конструктивный параметр, δ — величина номинального зазора между электромагнитом и вывешенным телом, I — сила тока в электромагните, R — сопротивление в цепи электромагнита, $U(t)$ — напряжение, подаваемое на электромагнит.

Состояние равновесия системы (1) определяется равенствами $y = 0$, $\dot{y} = 0$, $I = I_c$, где $I_c = \sqrt{2\delta^2 mg / C_L}$. Перейдем к безразмерным величинам. Введем новое безразмерное время $t_n = \sqrt{2g/\delta} t$ и обозначения $x_1 = y/\delta$, $x_2 = \dot{y}/\sqrt{2g\delta}$,

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-01-00606 и 18-41-520002).