

К 170-летию со дня рождения Готлоба Фреге

Н. А. Перязев

Санкт-Петербург
3 января 2019

Friedrich Ludwig Gottlob Frege



08.11.1848 – 26.06.1925

“Великими классиками и творцами исследований по обоснованиям [математики] были Кантор, Фреге и Дедекинд.”

Д. Гильберт, 1928.

“Немецкий логик Фреге, несомненно, является величайшим логиком XIX столетия.”

А. Тарский, 1940.

Труды Г. Фреге (книги)

- Frege G. Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle, 1879.
- Frege G. Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau, 1884.
- Frege G. Grundgesetze der Arithmetik. Band I. Jena, 1893.
- Frege G. Grundgesetze der Arithmetik. Band II. Jena, 1903.

Труды Г. Фреге (основные статьи)

- Frege G. Funktion und Begriff. Vortrag gehalten in der Versammlung vom 9. Januar 1891 der Jenaischen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft, Jena, 1891.
- Frege G. Über Sinn und Bedeutung. Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, 1892. P. 25–50.
- Frege G. Über Begriff und Gegenstand. Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Philosophie, XVI, 1892. P. 192–205.
- Frege G. Was ist eine Funktion? Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage, February 20, 1904, S. Meyer (ed.), Leipzig, 1904. P. 656–666.

Труды Г. Фреге (основные статьи)

- Frege G. Der Gedanke. Eine logische Untersuchung. Beiträge zur Philosophie des Deutschen Idealismus I, 1918–1919. P. 58–77.
- Frege G. Die Verneinung. Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus I, 1918–1919. P. 143–157.
- Frege G. Gedankengefüge. Beiträge zur Philosophie des Deutschen Idealismus III, 1923. P. 36–51.

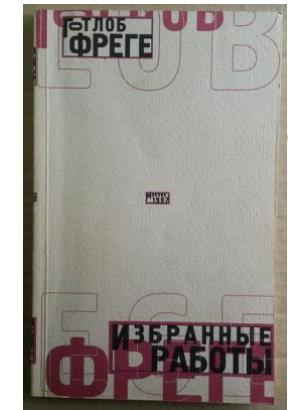
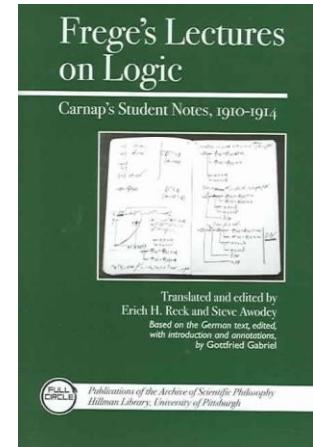
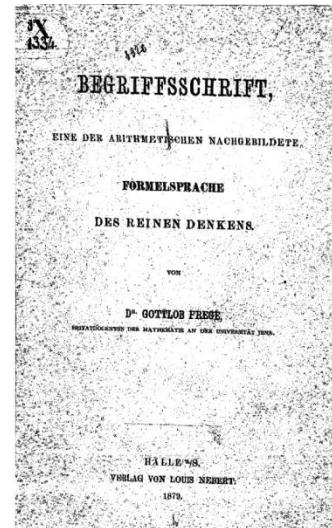
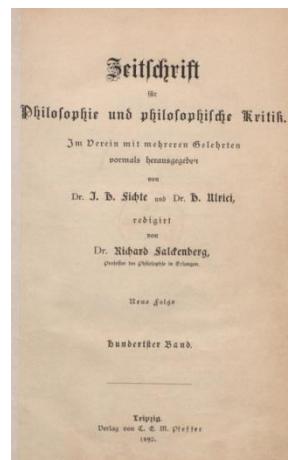
Труды Г. Фреге (публикации из архива)

- Frege G. Nachgelassane Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel. Band I: Nachgelassane Schriften. Hamburg, 1969, 1983.
- Frege G. Nachgelassane Schriften und Wissenschaftlicher Briefwechsel. Band II: Wissenschaftlicher Briefwechsel. Hamburg, 1976.
- Frege G. Schriften zur Logik und Sprachphilosophie. Aus dem Nachlaß. Hamburg, 1971.
- Frege G. Schriften zur Logik. Aus dem Nachlaß. Berlin, 1973.

Труды Г. Фреге (на русском языке)

- Фреге Г. Шрифт понятий, скопированный с арифметического формульный язык чистого мышления // Методы логических исследований. Тбилиси, 1987. С. 83-151.
- Фреге Г. Избранные работы. Москва, 1997. 160 с.
- Фреге Г. Логические исследования. Томск, 1997.
- Фреге Г. Основоположения арифметики: Логико-математическое исследование о понятии числа. Томск, 2000. 128 с.
- Фреге Г. Логика и логическая семантика. Москва, 2000. 512 с.
- Фреге Г. Логико-философские труды. Новосибирск, 2008. 283 с.

Труды Г. Фреге



Научное наследие Г. Фреге

- Вклад в основания математики.
- Вклад в логику.
- Вклад в философию математики.
- Вклад в теорию смысла (семантику).

Вклад в основания математики

- Указал на различие отношений принадлежности предмета множеству и включения множества в множество, а так же на различие единичного объекта и множества, состоящего только из этого объекта.
- Предложил точно определяемое понятие переменной как знака фиксированного сорта, взамен употребляемого до этого нечеткого понятия “переменного количества”.
- Определил понятия функционального отношения и транзитивного замыкания отношения.
- Ввел в рассмотрение функции с областью определения, состоящих только из “истины” и “лжи” (функции суждения).

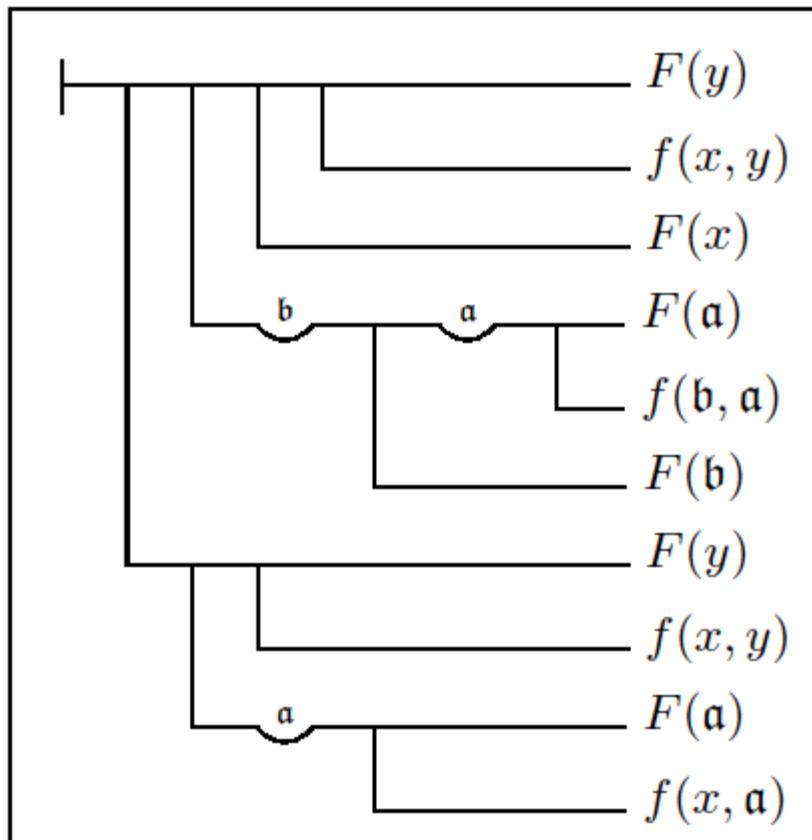
Вклад в логику

- Впервые разработал формальный язык (запись в понятиях).
- Первым принял полностью аксиоматический подход к логике, и первым кто осознал, что правила вывода должны быть четко сформулированы и отличены от аксиом.
- Впервые осуществил строгое аксиоматическое построение исчисления понятий (высказываний) и исчисления предикатов.

Запись в понятиях

Modern Notation	Frege's Notation
$\neg A$	$\bot A$
$A \supset B$	$\Box B \overline{A}$
$A \wedge B$	$\top \Box B \overline{A}$
$A \vee B$	$\Box B \overline{\bot A}$
$A \equiv B$	$\perp A = B$
$\forall x.F(x)$	$\underbrace{a}_{\Box} F(\alpha)$
$\exists x.F(x)$	$\top \underbrace{a}_{\Box} F(\alpha)$

Запись в понятиях



Theorem 71 from *Begriffsschrift*

Исчисление понятий Фреге

Аксиомы

- 1) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- 2) $(C \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$
- 3) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
- 4) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
- 5) $\neg\neg A \rightarrow A$
- 6) $A \rightarrow \neg\neg A$

Правила вывода

- a) Правило подстановки.
- b) Правило заключения (*modus ponens*)

Вклад в философию математики

«Каждый хороший математик - по крайней мере наполовину философ, а каждый хороший философ - по крайней мере наполовину математик».

Г. Фреге

Фреге наметил путь обоснования арифметики на основе логического определения понятия числа (логицизм).

Число n определяется как класс эквивалентных классов, содержащих n элементов.

$$\emptyset \equiv \{x \mid x \neq x\}$$

$$\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \dots$$

Вклад в философию математики

Парадокс Рассела: Пусть w – это класс всех тех классов, которые не являются элементами самих себя. Тогда w принадлежит w эквивалентно w не принадлежит w .

«Едва ли ученый может встретиться с чем-то более нежелательным, чем с тем, что как только работа закончена, одно из ее фундаментальных положений оказалось неверным. Я попал в такое положение, получив письме г-на Бертрана Рассела, когда печатание этого тома почти закончилось».

Г. Фреге, 1903

Вклад в философию математики

Результаты Фреге по логическому анализу мощности, натуральных чисел, бесконечности и математической индукции были новаторскими и имели определяющее значение в становлении математической логики и философии математики.

Развитие идей Фреге последовало в работах Бертрана Рассела, Рудольфа Карнапа, Людвига Витгенштейна, Джузеппе Пеано, Франка Рамсея, Уиллард Вэн Ориан Куайна и др.

Вклад в теорию смысла (семантику)

Фреге заложил основы логической семантики.

Он ввел различие между смыслом и значением понятия, обозначаемого определенным именем (знак—смысл—значение).

Под значением в рамках его системы представлений понималась предметная область, соотнесенная с неким именем.

Под смыслом подразумевается определенный аспект рассмотрения этой предметной области.

Биография Г. Фреге

Родился 8 ноября 1848 года в г. Висмаре, балтийское побережье Мекленбурга (регион на севере Германии).

Отец – Карл Александр Фреге (1809-1866), директор частной женской школы, автор учебников по немецкому языку и теологии.

Мать – Августа Вильгельмина София Бялоблоцкая (1815-1898), преподаватель, а после смерти мужа, директор школы.

Образование

1855-1869 – учится в гимназии в
Висмаре.

1869-1871 – студент Йенского
университета.

1871-1874 – студент Гётtingенского
университета.

1873 – защитил диссертацию на степень доктора
философии «О геометрическом представлении мнимых
многообразий на плоскости», рук. Э. Шеринг.

1874 – защитил диссертацию в Йене на право
преподавания в университете «Вычислительные
методы, основанные на понятии величины», рук. Э. Аббе



Этапы жизненного пути



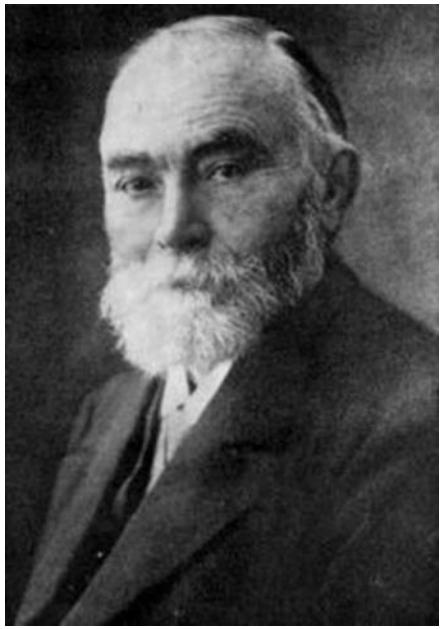
1874 – назначается приват-доцентом математики Йенского университета.

1879 – выходит книга «Исчисление понятий, или подражающий арифметике формальный язык чистого мышления».

1879 – назначается экстраординарным профессором математики Йенского университета.

1884 – выходит книга «Основания арифметики: логически-математическое исследование о понятии числа».

Этапы жизненного пути



- 1887 – женится на Маргарите Лизберг (Margarete Liesberg).
- 1893 – выходит книга «Основные законы арифметики». Том I.
- 1896 – назначается ординарным гонорар-профессором Йенского университета.
- 1902 – письмо от Рассела о противоречии в системе обоснования арифметики.
- 1903 – выходит книга «Основные законы арифметики». Том II.
- 1903 – присвоено звание надворного советника.



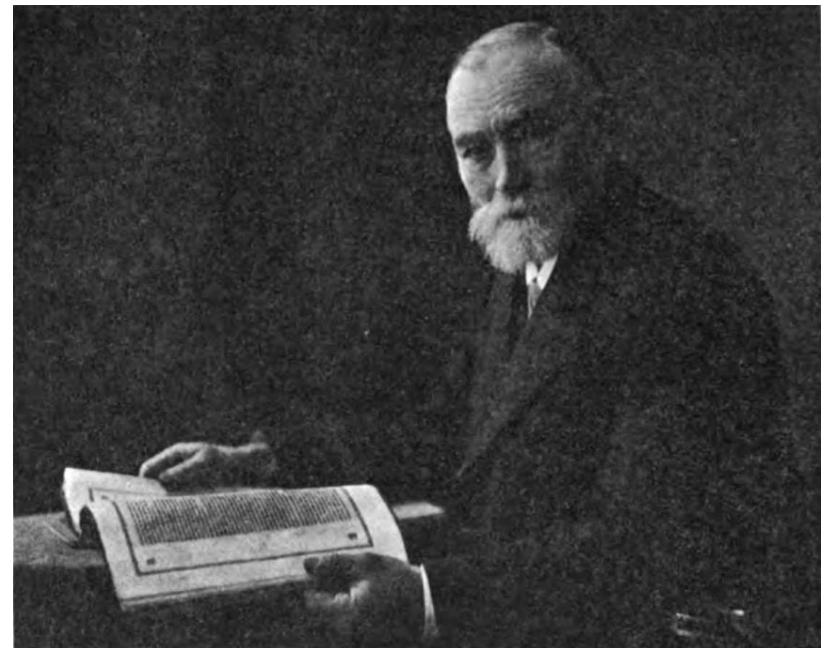
Этапы жизненного пути

1903 – взял приёмного сына Альфреда Фреге (Фукс) в последствие ставшего инженером (погиб в 1944 г. под Парижем во время Второй мировой войны).

1904 – умерла жена.

1905 – скончался друг и наставник Эрнст Аббе.

1908 – куратор Йенского университета фон Эггелинг отклонил предложение о чествовании 60-го юбилея Фреге, в связи с низкой оценкой педагогической деятельности.



Этапы жизненного пути

1891-1906 – переписка с Эдмундом Гуссерлем.

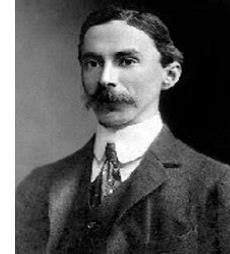
1895-1903 – переписка с Давидом Гильбертом.

1895-1903 – переписка с Джузеппе Пеано.

1902-1912 – переписка с Берtrandом Расселем.

1911-1919 – переписка с Людвигом Витгенштейном.

1910-1914 – Рудольф Карнап слушает лекции Фреге,
является единственным его учеником.

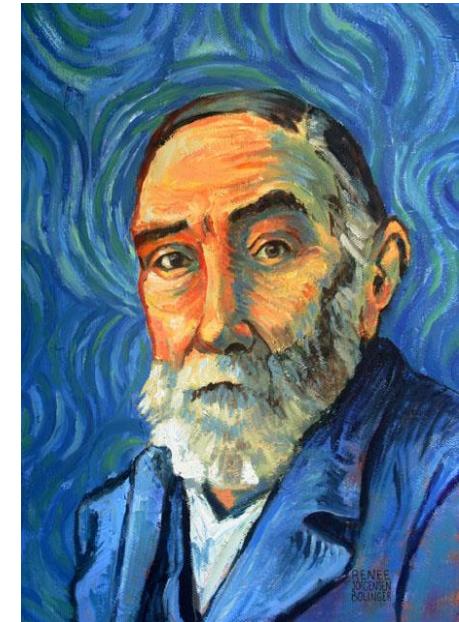
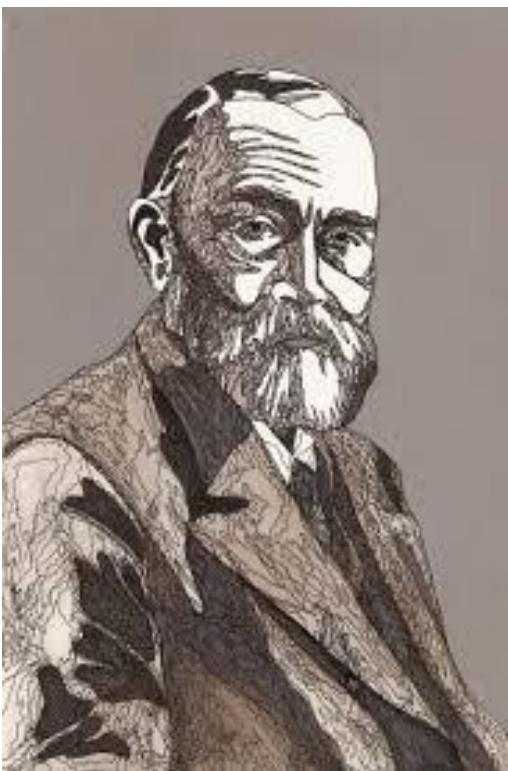


Этапы жизненного пути

1918 – на семидесятом году жизни по болезни выходит в отставку.

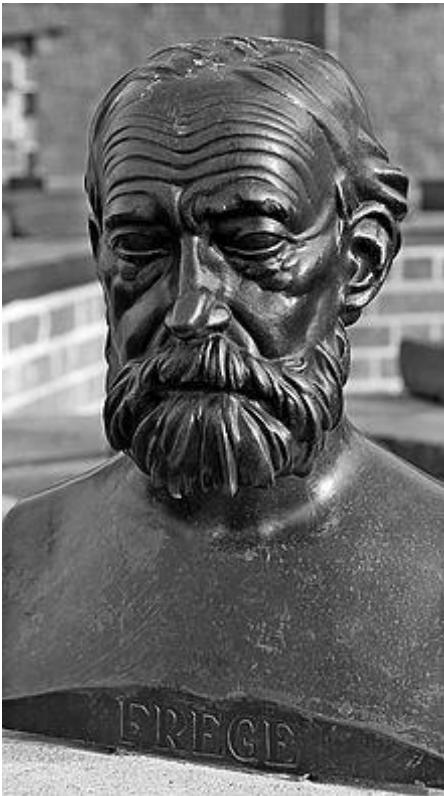
1918 – переезжает на родину в Мекленбург, в г. Бад-Клайнен, недалеко от г. Висмар.

1918-1923 – публикует цикл статей по логическим исследованиям.



«Я верю, что есть вещи, которые однажды будут цениться намного выше, чем сейчас. Позаботьтесь, чтобы ничего не потерялось». Из завещания приемному сыну Альфреду.

Этапы жизненного пути



Скончался от болезни
желудка **25 июня 1925 года**
в г. Бад-Клайнен в возрасте
76 лет.

Похоронен на городском
кладбище в г. Висмар.

Бронзовый бюст во дворе церкви
Богоматери г. Висмар.

