

О теореме Хейнса и областях малости целых функций конечного экспоненциального типа

Куликов Алексей (СПбГУ)

Знаменитая теорема Хейнса утверждает, что если две целые функции минимального экспоненциального типа f, g таковы, что

$$\min(|f(z)|, |g(z)|) \leq 1, z \in \mathbb{C},$$

то одна из них константа. Мы покажем, что в этой теореме достаточно предполагать минимальность типа лишь одной из функций, тогда как от другой требовать лишь конечности типа. При этом, хотя теорема неверна в случае двух функций конечного экспоненциального типа, удаётся показать, что если функции f, g непостоянны, то области, где они по модулю меньше единицы в некотором смысле близки к дополняющим друг друга полуплоскостям

$$\Omega_s = \{re^{i\theta} \mid s(r) < \theta < s(r) + \pi\}.$$

Мы дадим оценки на возможный рост функции s , для которой существует целая функция конечного экспоненциального типа, ограниченная в Ω_s . В частности, покажем, что для достаточно регулярной функции s существование непостоянной целой функции конечного экспоненциального типа, ограниченной в Ω_s , равносильно сходимости интеграла $\int_0^\infty rs'(r)^2 dr$.