

Иоганн Кеплер (1571-1630)

1571 (27 декабря): родился в местечке Марсштадт, близ Вейля (Weil-am-Rhein, Вюртемберг)

1589-1594 : Академия в Тюбингене

1594-1600 : Профессор математики и морали (после: астрономии) в городе Граце

1597 : женился с Barbara Müller

1600: на службу к Тихо Браге († 1601) в Праге; после, императорский астроном

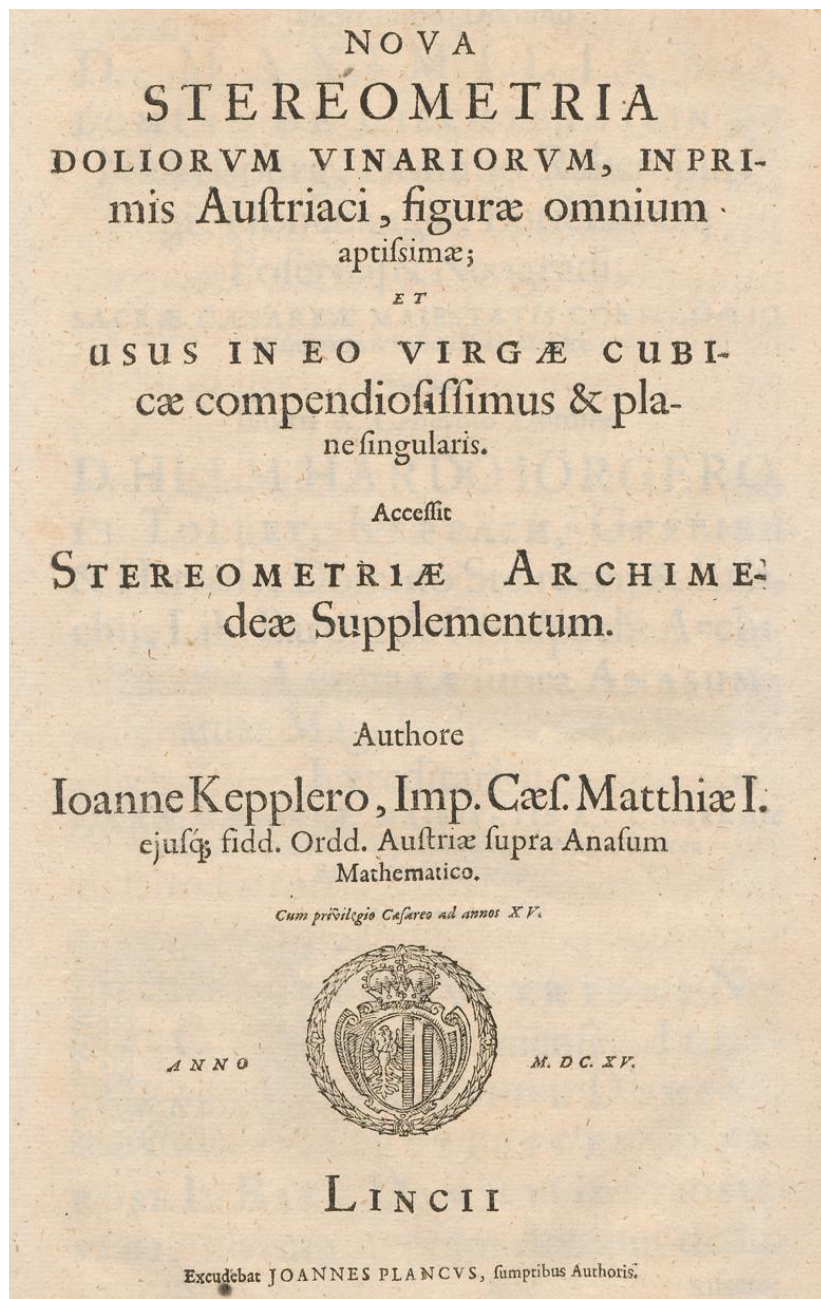
1612: умерла жена, о которой Кеплер имел пять детей, один из них умер не долго после матери.

1612: В Линце, как школьный учитель математики

1613: женился с Susanna Reutinger







Иоганн Кеплер
Новая стереометрия винных бочек
Перевод и предисловие Г. Н. Свешникова
Вступительная статья М. Я. Выгодского
Москва/Ленинград 1935

Auszug auß der Dralren

Messe Kunst Archimedis
Vnd deroselben newlich in Latein außgangener
Ergenzung / betreffend

Rechnung der Cörperlichen Figuren / holen Gef-
fessen vnd Weinfässer / sonderlich desß Oesterreichischen / so
vnder allen anderen den artigisten Schick hat.

Erklärung vnnnd bestättigung der

Oesterreichischen Weinbister Ruthen / vnd deros-
selben sonderbaren gang leichten vnd behenden Gebrauchs an
den Landfässern: Erweiterung dessen auff die außländische / so
auch auff das Geschüß vnnnd Kugeln.

Sampt einem sehr nützlichen

Anhang

Von vergleichtung desß Landtgebräuchigen Ge-
wichts / Elen / Klafter / Schuh / Wein vnd TraidMaas /
vnder einander / vnd mit andern außländischen / auch Alt Römischen.

Allen vnnnd jeden Obrigkeiten / Beampteten / Kriegs Obristen /
Handelsleuten / Büren / Münz / Baw / vnd Rechen Meistern / Wein Bisterern /
Hauswürrhen / vnd meniglichen in vnd außser Lands / fast dienstlich: sonder-
lich aber dem Kunst vnnnd Antiquiterliebenden Legern annämlich.

Gesetzt durch

Johann Kepplern / der Röm. Kayf. Mt. vnd Dero
getreuer Eöbl. Landschafft desß Erzhörzogthums Oester-
reich Ob der Enß Mathematicum.

Proß. XVI.

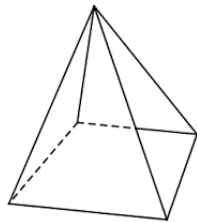
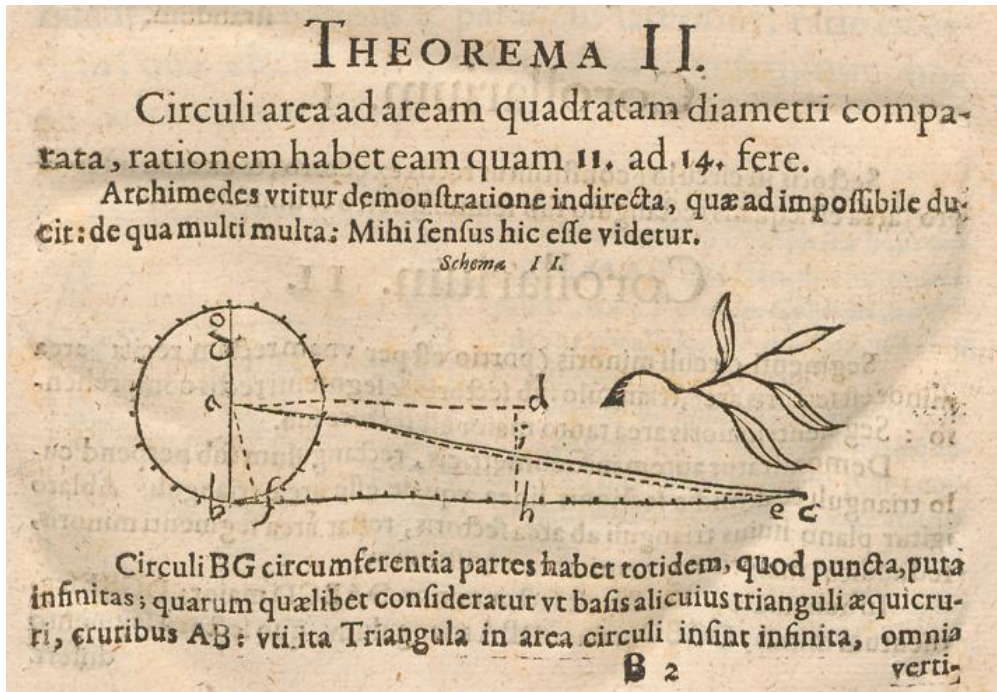
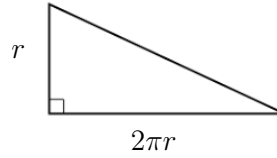
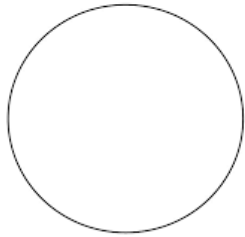
Rechte Waag vnd Gewicht ist vom Herren / vnd alle pfunde im
Sack sind seine Werke.

Vom Authore verlegt / vnnnd gedruckt zu
Link durch Hansen Blancken.

A N N O

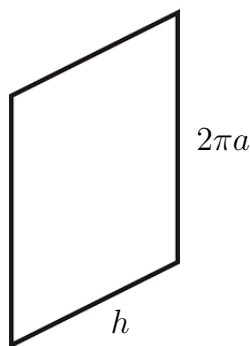
M. DC. XVI.

Mit Kayf. Freyheit auff XV. Jahrenicht nachzudrucken.

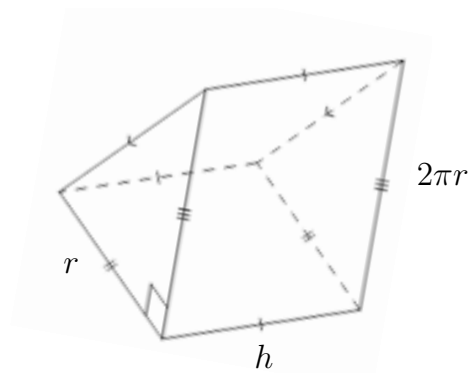


$$\frac{1}{3} r \cdot b$$

$$\sum b = 4\pi r^2$$

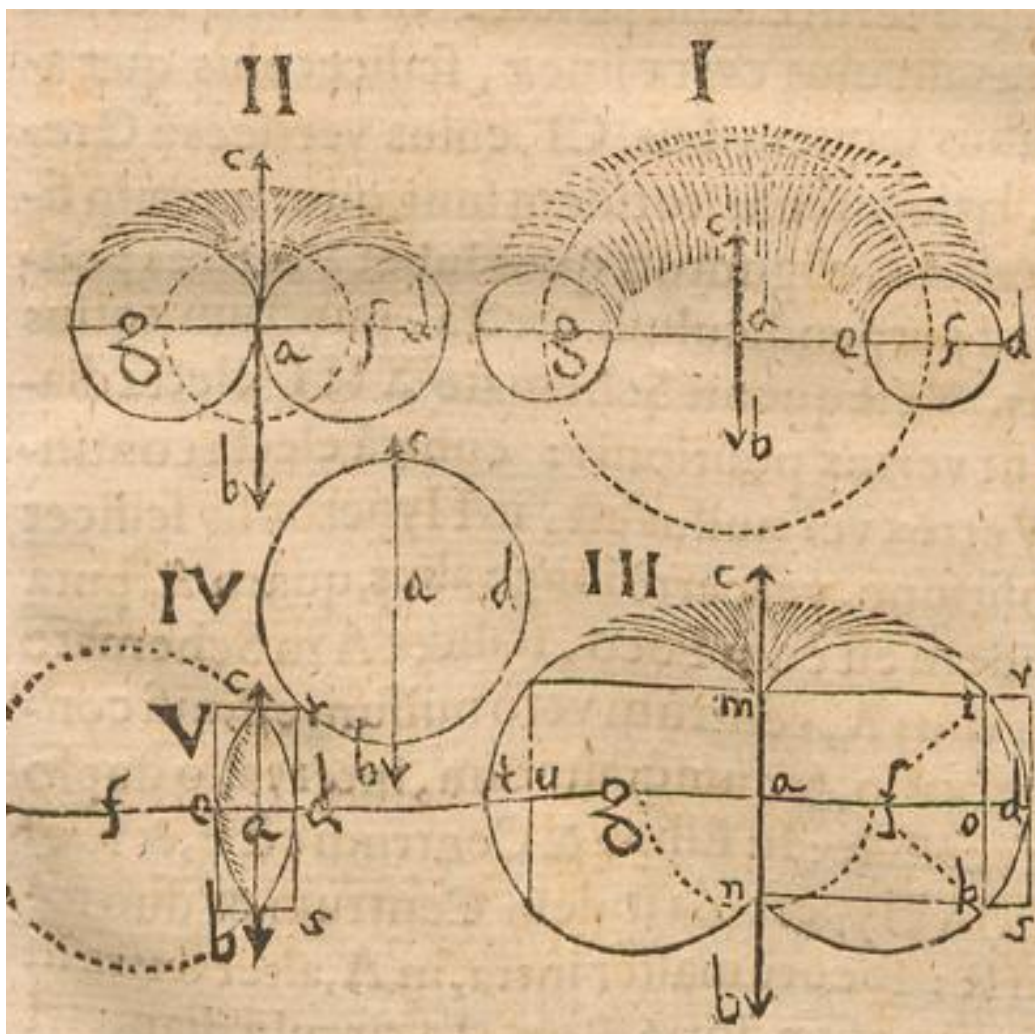


$$(0 \leq a \leq r)$$



$$\frac{1}{2} r \cdot 2\pi r \cdot h = \pi r^2 h$$

« Дополнение к Архимеду »



I. кольцо ($y > r$) II. закрытое кольцо ($y = r$)

III. яблоко ($0 < y < r$) IV. сфера ($y = 0$)

V. лимон ($-r < y < 0$)

Doliis igitur aliquot domum illatis & conditis, post dies quatuor venit venditor cum virga mensoria, qua una & eadem cados promiscue omnes exploravit sine discrimine, sine respectu figurae, sine ratiocinatione vel calculo. Demissa enim acie virgae aenea in orificium infusorium pleni cadi transversim ad calcem utriusque orbis lignei, quos fundos vernaculo usu dictitamus, postquam utrinque aequalis apparuit haec longitudo a ventris summo ad utriusque circularis tabulae imum, de nota numeri, quae erat impressa virgae eo loco quo desinebat haec longitudo, pronuntiavit numerum amphorarum quos caperet cadus; secundum quem numerum ratio fuit inita precii.

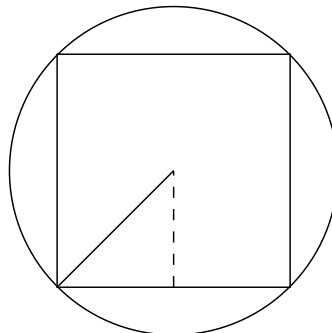
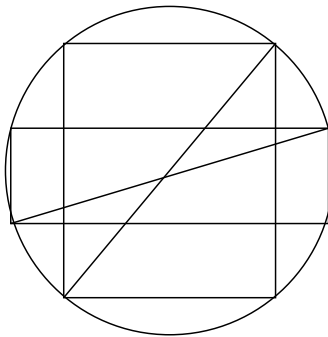
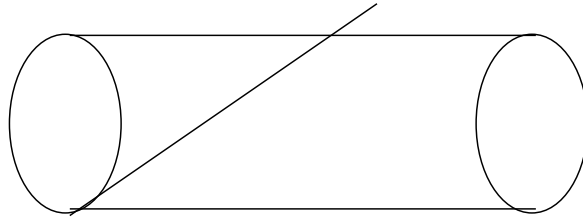
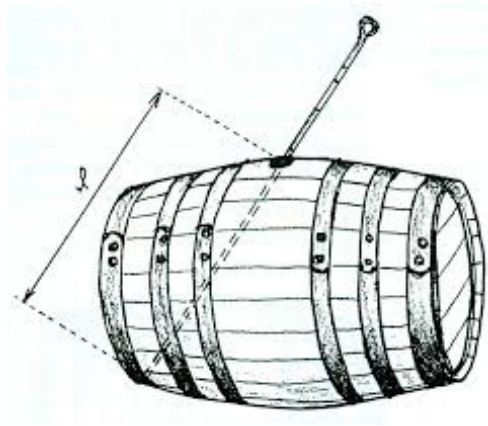


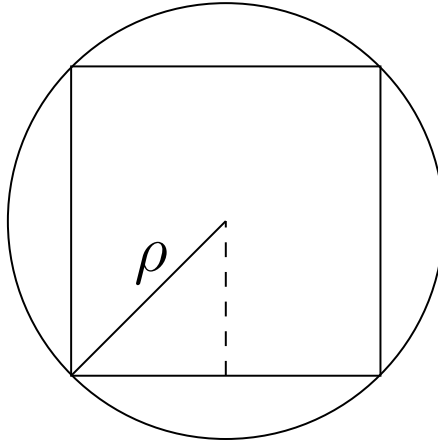
Потому ко мне на дом было принесено и поставлено несколько бочек, а через четыре дня пришёл продавец с измерительной линейкой, с помощью которой и промерил подряд все кадки, без различия, не обращая внимания на форму, без всяких соображений и вычислений. Именно, медный оконечник линейки просовывался через наливное отверстие полной бочки поперёк до пятки того и другого деревянного круга, которые мы по-домашнему называем днищами, и после того как в обоих случаях эта длина от верхней точки пуза до нижней того и другого дощатого круга оказывалась равной, продавец объявлял количество амфор, вмещаемых бочкой, заметив число, поставленное на линейке в том месте, на котором оканчивалась названная длина; по этому числу назначалась величина цены.



Mirari ego, si transversa linea per corpus dimidii cadi ducta argumentum esse posset capacitatis; dubitare etiam de fide huius dimensionis, cum cadus inter binos orbes brevissimus, tantummodo orbibus paulo latioribus, eoque perexiguae capacitatis, possit habere eandem longitudinem ab infusorio ad orbis alterutrius imum.

Я удивился, как это поперечная линия, проведенная через объём половины бочки, может служить указателем вместимости, и даже усомнился в правильности такого измерения, так как очень короткая, а потому и мало вместительная бочка, заключенная между кругами, лишь бы они были несколько пошире, может иметь такую же длину от отверстия до нижней точки того и другого круга.





Цилиндр: радиус ρ , высота H

Параллелепипед: рёбра $2 \cdot \frac{\rho}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \rho$, H

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi \cdot \rho^2 \cdot H$$

$$V_{\text{параллелепипеда}} = 2\rho^2 \cdot H$$

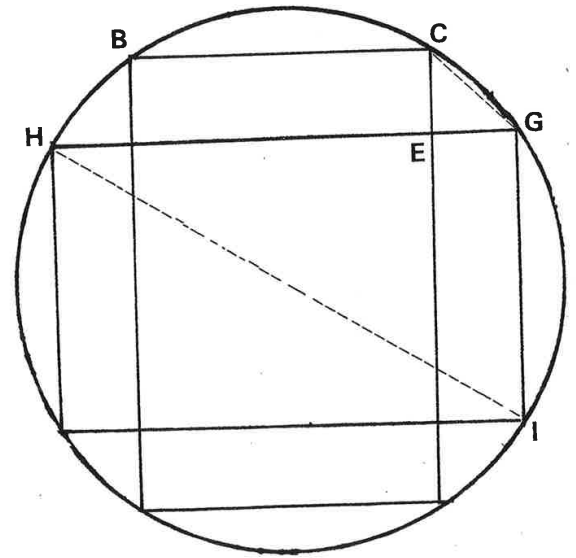
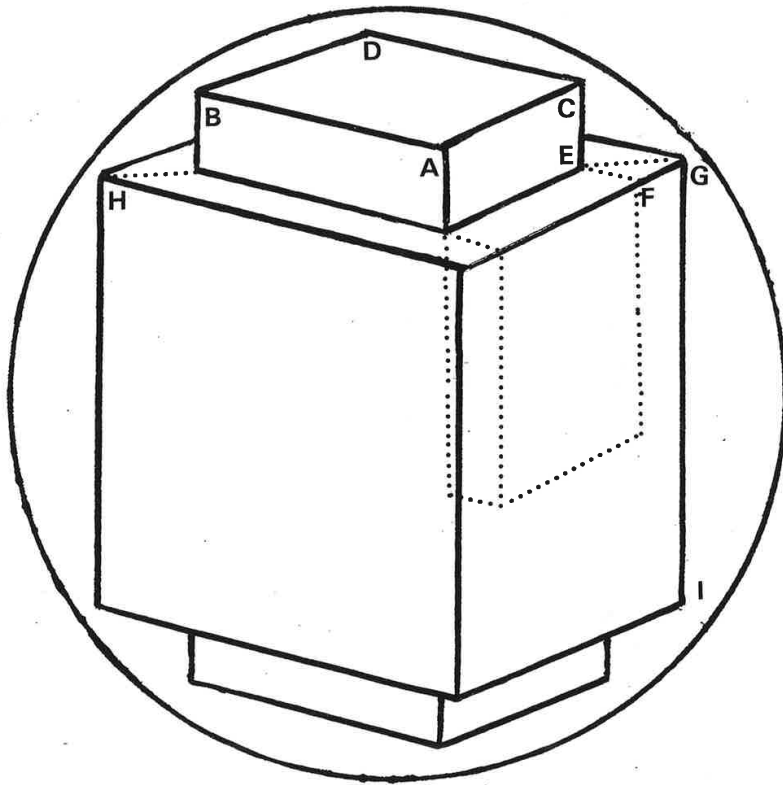
$$\frac{V_{\text{цилиндра}}}{V_{\text{соответственного параллелепипеда}}} = \frac{\pi}{2}$$

наибольший цилиндр



наибольший параллелепипед с квадратным основанием

Sit primò Columna altior Cubo.



$$\Delta_C = 2AB^2 \cdot CE, \quad \Delta_K > 4AB^2 \cdot EF$$

$$CE \sim EF ?$$

$$\widehat{CH} < \widehat{GH} \implies \sphericalangle CGH < \sphericalangle GIH$$

$$\operatorname{tg} \sphericalangle CGH < \operatorname{tg} \sphericalangle GIH \implies \frac{CE}{EG} < \frac{GH}{GI} = \sqrt{2}$$

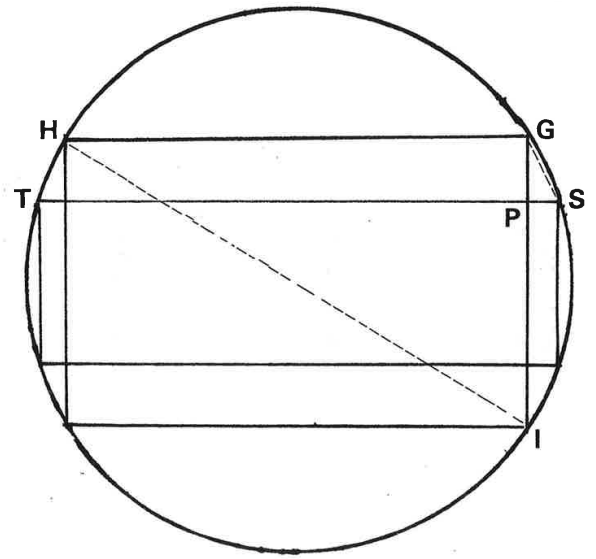
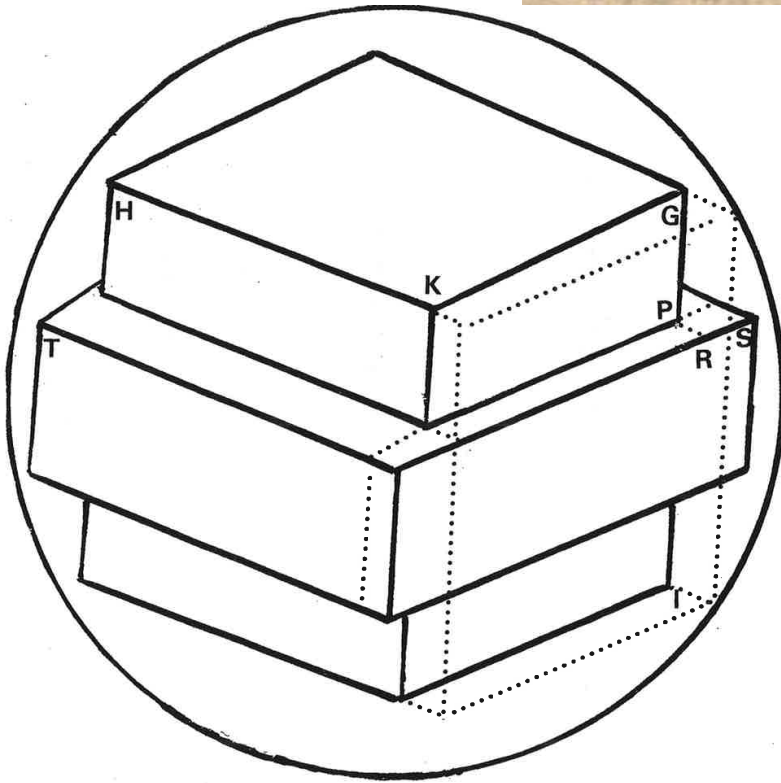
$$CE < \sqrt{2} \cdot EG; \text{ а } EG = \sqrt{2} \cdot EF$$

$$\implies CE < 2EF$$

$$\Delta_C = 2AB^2 \cdot CE < 4AB^2 \cdot EF < \Delta_K$$

куб больше столбца объёмом

Sit secundò columna Cubo humilior ,



$$\Delta_K = 2GK^2 \cdot GP$$

$$\Delta_C = 4GK^2 \cdot PR - 8GK \cdot GP \cdot PR + 4GK \cdot PR^2 - 8GP \cdot PR^2$$

$$= 4GK^2 \cdot PR - 4GK \cdot PR(2GP - PR) - 8GP \cdot PR^2$$

$$\widehat{GT} > \widehat{GH} \implies \sphericalangle GST > \sphericalangle GIH$$

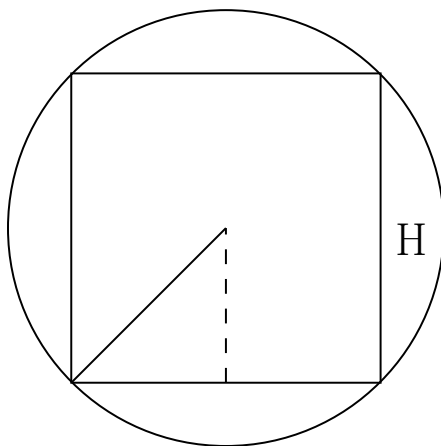
$$\operatorname{tg} \sphericalangle GST > \operatorname{tg} \sphericalangle GIH \implies \frac{GP}{PS} > \frac{GH}{GI} = \sqrt{2}$$

$$GP > \sqrt{2} \cdot PS = 2PR$$

$$\Delta_C < 4GK^2 \cdot PR$$

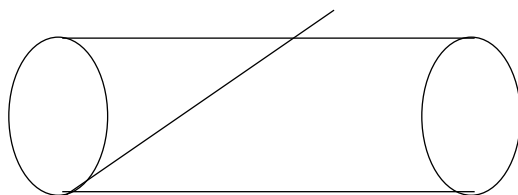
$$\Delta_K = 2GK^2 \cdot GP > 4GK^2 \cdot PR > \Delta_C$$

куб больше столбца объёмом



Цилиндр наибольшего объёма:

$$d = \sqrt{2} \cdot H$$



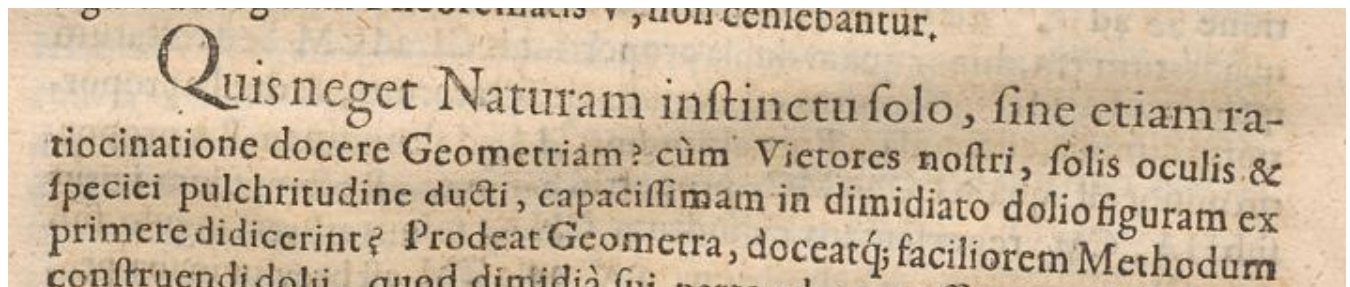
$$H = \frac{h}{2}$$

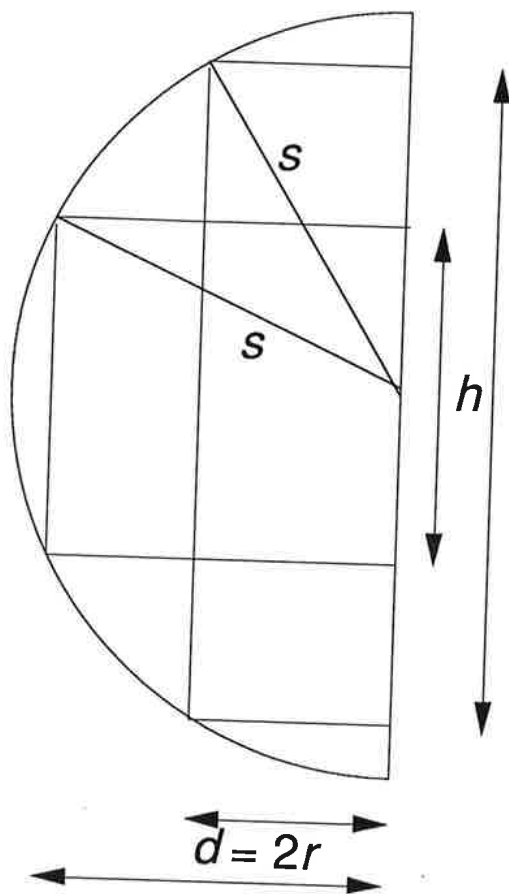
$$d = \sqrt{2} \cdot \frac{h}{2}, \quad h = \sqrt{2} \cdot d.$$

ТАКИЕ АВСТРИЙСКИЕ БОЧКИ!

(другие: $h \cong \sqrt{3} \cdot d$)

« Как же отрицать, что природа по одному инстинкту, без всякого рассуждения учит геометрии, когда наши бочары, руководимые только глазом и красотой формы, научились половиной бочки изображать самую вместительную фигуру? »





$$s^2 = (2r)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2, \quad r^2 = \frac{s^2}{4} - \frac{h^2}{16}$$

$$V = \pi r^2 h = \frac{\pi h s^2}{4} - \frac{\pi h^3}{16} \implies \frac{s^2}{4} = \frac{3h^2}{16}$$

$$r^2 = \frac{h^2}{8}, \quad h = 2\sqrt{2} \cdot r = \sqrt{2} \cdot d.$$

Corollarium I.

Dolia Cylindracea sine Ventre, siue longioris fuerint figuræ quàm Austriaca siue curtioris, minus sunt capacia Austriacis.

Corollarium I I.

Patet hinc bono quodam & Geometrico genio esse factum, quod Austriaci Victores Regulam hanc observent construendi dolij; ut tertia parte de longitudine Tabulæ utantur pro semidiametro Orbis lignei. Nam hac ratione fit, ut Cylinder inter duos orbes ligneos mente adumbratus, quam proximè habeat duas medietates, ad Regulam Theorematis V. quadrantes, & figuræ capacissimæ participes, etsi à perfectione Regulæ non-nihil recedant. Nam figuræ aliæ, terminatæ ad puncta ipsi G proxima cis & ultra, minimum variant capacitatem; quia capacitas figuræ AGC maxima est: circa maximam verò utrinq; circumstantes decrementsa habent initio infensilia.

« По обе стороны от места наибольшего значения убывание вначале нечувствительно. »

METHODUS

Ad disquirendam maximam & minimam.



HNIS de inventione maximæ & minimæ doctrina, duabus positionibus ignotis innititur, & hac unica præceptione: statuatur quilibet quæstionis terminus esse A, sive planum, sive solidum, aut longitudo, prout proposito satisfieri par est, & inventa maxima aut minima in terminis sub A, gradu ut libet inuolutis; Ponatur rursus idem qui prius esse terminus A, + E, iterumque inveniatur maxima aut minima in terminis sub A & E, gradibus ut libet coefficientibus. Adæquentur, ut loquitur Diophantus, duo homogenea maximæ aut minimæ æqualia & demptis communibus (quo peracto homogenea omnia ex parte alterutra ab E, vel ipsius gradibus afficiuntur) applicentur omnia ad E, vel ad elationem ipsius gradum, donec aliquod ex homogeneis, ex parte utraque affectione sub E, omnino liberetur.

Elidantur deinde utrimque homogenea sub E, aut ipsius gradibus quomodolibet involuta & reliqua æquantur. Aut si ex unâ parte nihil superest æquantur sane, quod eodem recidit, negata affirmatis. Resolutio ultimæ istius æqualitatis dabit valorem A, quâ cognita, maxima aut minima ex repetitis prioris resolutionis vestigiis innotescet.

Exemplum subiicimus

Sit recta AC, ita dividenda in E, ut rectang. AEC, sit maximum; Recta AC, dicatur B.

A E C

ponatur pars altera B, esse A, ergo reliqua erit B - A, & rectang. sub segmentis erit B, in A - A² quod debet inueniri maximum. Ponatur rursus pars altera ipsius B, esse A, + E, ergo reliqua erit B - A - E, & rectang. sub segmentis erit B, in A, - A² + B, in E, ²E in A, - E, quod debet adæquari superiori rectang. B, in A, - A², demptis communibus B, in E, adæquabitur A, in E² + E², & omnibus per E, divisib B, adæquabitur ²A + E, elidatur E, B, æquabitur ²A, igitur B, bifariam est dividenda, ad solutionem propositi, nec potest generalior dari methodus.

$$f(A) \quad f(A + E) \quad f(A) = f(A + E)$$

$$\frac{f(A + E) - f(A)}{E} \quad E = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} = f'(x) = 0$$