www.e-rara.ch

Nova stereometria doliorum vinariorum, in primis Austriaci, figurae omnium aptissimae; et usus in eo virgae cubicae compendiosissimus & plane singularis

Kepler, Johannes
Plank.

Lincii, 1615

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 356: 1 q

Persistent Link: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-11051

www.e-rara.ch
Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

RAR 356 q

Comte Albert d'Esterházy

RAR

NOVA
STEREOMETRIA
DOLIORVM VINARIORVM, INPRI-mis Austriaci, figuræ omnium aptissimæ;

ET

USUS IN EO VIRGÆ CUBI-cæ compendiosissimus & plane singularis.

Accessit

STEREOMETRIÆ ARCHIMEDEÆ Supplementum.

Authore

Ioanne Kepplero, Imp. Cæs. Matthiæ I. ejusq; fidd. Ordd. Austriæ supra Anasum Mathematico.

Cum privilegio Cæsareo ad annos XV.

ANNO *M. DC. XV.*

LINCII

Excudebat JOANNES PLANCVS, sumptibus Authoris.

Illustrissimo Domino

D. MAXIMILIANO,

DOMINO DE LIECHTENSTEIN ET Nickelspurg, Domino Rabenspurgi, Hohenaugæ, Butschavizij Poserizij & Neogradi,

SACRÆ CÆSAREÆ MAIESTATIS CONSILIARIO, Camerario & stabuli Præfecto, &c.

Nec non

Illustri & Generoso Domino

D. HELMHARDO IÖRGERO,

IN TOLLET, KEPPACH, GREBING & Hernals, Domino Steireccij & Erlachij, Lib: Baroni de Creüspach: Archiducatus AVSTRIÆ supra ANASUM aulæ Magistro provinciali hæreditario:

SACRÆ CÆSAREÆ MAIESTATIS AD CAMERAM aulicam Consiliario; & pro tempore Provinciæ dictæ ex Baronibus Ordinario;

Dominis meis gratiosissimis

CVM SVPERIORI Novembri mense, ILLVSTRISSIME DOMINE, ILLVSTRIS ET GENEROSE L. BARO, DOMINI GRATIOSISSIMI, novam nuptam domum deduxiſſem; tempore tali, quando Auſtria, vindemiâ copioſâ, nec minus generoſâ collectâ, plurimis onerarijs adverſo Danubio miſſis, opes ſuas Norico noſtro dividebat, litusq; omne Lincianum vaſis vinarijs tolerabili precio venalibus obſtructum viſebatur: conveniens erat officio mariti, boniq; patris familias, ut domui meæ de neceſſario potu proſpicerem. Dolijs igitur aliquot domum illatis & conditis, poſt dies quatuor venit venditor cum virga menſoria, qua vnâ & eâdem cados promiſcuè omnes exploravit ſine diſcrimine, ſine reſpectu figuræ, ſine ratiocinatione vel calculo. Demiſſa enim acie virgæ aeneâ in orificium infuſorium pleni cadi tranſverſim ad calcem vtriusque orbis lignei, quos fundos vernaculo vſu dictitamus, poſtquàm vtrinq; æqualis apparuit hæc longitudo à ventris ſummo ad vtriusq; circularis Tabulæ imum: de nota numeri, quæ erat impreſſa virgæ eo loco, quo deſinebat hæc longitudo, pronunciavit

nume-

numerum amphorarum, quos caperet cadus: ſecundum quem numerum ratio fuit inita precij.

Mirari ego, ſi tranſverſa linea per corpus dimidij cadi ducta argumentum eſſe poſſet capacitatis; dubitare etiam de fide huius dimenſionis; cum cadus inter binos orbes breviſsimus, tantummodò orbibus paulo latioribus, eoq; perexiguæ capacitatis, poſsit habere eandem longitudinem ab infuſorio, ad orbis alterutrius imum. Subijt memoriam laborioſa dimenſio ad Rhenum vſitata: vbi aut cados implent, & per ſingulas liquoris amphoras numerando tranſeunt, cum faſtidioſa temporis occupatione, notasq; capacitatis inurunt vaſis exploratis: aut etſi virgis menſorijs vtuntur, vt plurimum tamen diametros orbium & longitudinem tabularum curvatarum metiuntur: easq; inter ſe multiplicant, variasq; cautiones adhibent, de Orbium inter ſe inæqualitate, ventris amplitudine, curvatura tabularum: neq; ſibi invicem ſatisfaciunt; quin alij alios erroris arguunt.

Cùm igitur didiciſſem, uſum hunc virgæ tranſverſalis publica hic authoritate ſtabilitum, & juratam illi menſorū fidem: viſum eſt non inconveniens novo marito, novum Mathematicorum laborum principium, certitudinem huius compendioſæ, & ad rem familiarem perneceſſariæ dimenſionis ad leges Geometricas explorare, fundamentaq;, ſi quæ eſſent, in lucem proferre.

Cùm autem ſpeculatio hæc ſuperiori triduo jucunda quadam varietate ſucceſſiſſet, adeò vt certi quid pronunciari poſſet: jamq; ad perſcribendam & excolendam hanc demonſtrationem, quippe quòd jam erat mente comprehenſa, calamum ſtringerem: non diu mihi quærendi erant, quos dedicatione, quod principium erat libelli, alloquerer; qui ingenij rectitudine demonſtrationum ἀκρίβειαν æquarent, pulchritudinemq; earum ſingulari cupiditate proſequerentur: talem enim Te, Illuſtriſſime Domine de Liechtenſtein, mihi hi prædicavit Medicus tuus D. Ioannes VVodderbornius Scotus, vir Mathematicis artibus exercitatiſſimus, eòq; mihi amiciſſimus, qui commodùm interveniens, TUI memoriam mihi præſentiâ ſuâ renovavit: Talem etiam TE Illuſtris & Generoſe L. B. IÖRGERE, longo uſu cognitum habebam: quâ in laude ita pares eſtis; vt injuriam alterutri facere videri poſſim, quippe vtriuſq; cliens, ſi alterum ſolum nominarem.

Et quid impediat, quo minus collegas hic vos deſignem? quippe in negocio, ubi non jam nobilitatis, non dignitatis, non virtutum politicarum, non ullius rei, quam Mathematicus cernere ſoleat; ſed ingenij tantùm, & ſi licet addere, patrocinij mei æmulatio locum habet.

Nullâ igitur hæſitatione uſus, ſtrenam GG. VV. in ſubeuntes Ianuarij Calendas ex ſpeculatione mea concinnare ſtatui: quâ & de gratitudine in Deum, pro acceptis his alijsq; tranſacti anni beneficijs, vtrinq; admoneremur, juxtàq;

&vos

& vos Patroni ex dedicatione rei gratæ, & ego author ex lectoribus & æstimatoribus intelligentibus, mutuâ voluptate frueremur: utq; hoc Austriæ nostræ decus, Austriacæ potissimùm Nobilitatis Proceres, vinique mensurandi ratio, vinearum latissimarum possessores, quibus vinum ad munificentiam usq; suppeteret, patronos haberet.

Valete Gen: Proceres, & speculatione pulcherrimâ, delicijs vestris consuetis, animos vestros oblectate, Annumq; subeuntem hilares & macti bonis omnigenis transigite: meq; ut consuestis, vestrâ gratiâ porrò quoq; prosequimini. Lincij, XVI. Cal. Ian. Anno Christianorum Occidentalium M. DC. XIII.

Ill^æ & Ill^is GG. VV.

Devotissimus

Imp. Cæs. MATTHIÆ
Ejusq; fidd. Ordd. Austriæ s. A.

Mathematicus

Joannes Kepplerus.

STEREOMETRIA DOLIORVM.

Præambulum

DE RATIONE FIGVRÆ DOLII VINARII.

OMNIS artificiosa & compendiosa dimensio spacij, figuram etiam ordinatam requirit; nam Vasa nullius certæ, nullius ordinatæ figuræ, ingenium respuunt, solamq; manum & numerationes successivas infusi liquoris expectant.

Vasa vinaria, materiæ, structuræ, ususq; necessitate figuram circularem sortita sunt, conicæ & cylindricæ affinem. Humor enim in vasis metallicis diutius contentus corrumpitur ærugine; Vitrea & testacea, nec suppetunt, nec tuta sunt; Lapidea sunt usu inepta ob pondus: superest igitur, vt vina ligneis excipiamus condamusq;. At rursum ex vnica trabe vasa nec facile, nec ampla, nec in necessaria copia parari possunt, & si possent, rimas agunt. Ex multis igitur lignis inter se coassatis dolia construi oportet. At commissuræ lignorum nulla materia, nulla arte muniri contra effluxum humoris possunt, nisi sola vinculorum constrictione. Vincula verò cum sint ex materia flexili, ex Beta, Quercu, aut similibus, vrgente mole solubili rerum, quas cum violentia quadam constringunt, sese diduntin ambitum omnium capacissimum. Summa igitur ratione Vietores rediguntur ad circulos: ne, si venter Cadi vt dictum, circularem affectat amplitudinem, ipsi figuram aliam in oris extimis instituentes, distortum & imbecille Vas efficiant. Videre est in Lagenis, quibus Italica vina trans Alpes importantin Germaniam; quæ cum, vsu exigente, compressæ figuræ sint, vt ad Mulorum latera appendi, & per angustias viarum transportari inoffensè possint: & ne longiùs procurrentes à lateribus Mulorum, ex ratione stateræ plus gravent jumenta, & quassationem reddant violentiorem: qua parte sunt complanatiores, illa & imbecillius impetum sustinent, facileq; dehiscunt.

Accedit & commoditas figuræ circularis seu Cylindraceæ, vt quia vina plaustris transportanda sunt per terram; plurimum vini, minimum ligni habeant moles. Quo nomine si Globus ex tabulis ligneis coassari posset, globosa potissimũ vasa futura fuissent. At quia Globus vinculis constringi nequit, pro Globo Cylinder successit. Neq; tamen is purus putus Cylinder esse potuit: nam vincula laxata statim fierent inutilia, nec possent adigi violentiùs, nisi dolium figura conicâ à medio ventris vtrinq; nonnihil coarctaretur. Est & apta hæc figura ad volvendum in directum (vnde Cylindro nomen) adq; vehendum in plaustris; & geminata basi, in quandam sui ipsius similitudinem, librationi commodissimam, visu speciosam, composita.

Cum igitur dolia vinaria Circulo Cono & Cylindro, figuris regularibus participent, apta sunt hactenus ad Geometricas dimensiones: quarum principia operæ precium est in vestibulo huius speculationis collocare; vt illa ab Archimede sunt investigata; quantum quidem huius ad oblectationem animi Geometriam amantis sufficiet: absolutæ enim & omnibus numeris perfectæ demonstrationes petendæ sunt ex ipsis libellis Archimedeis; si quis à spinosa lectione eorum non abhorruerit.

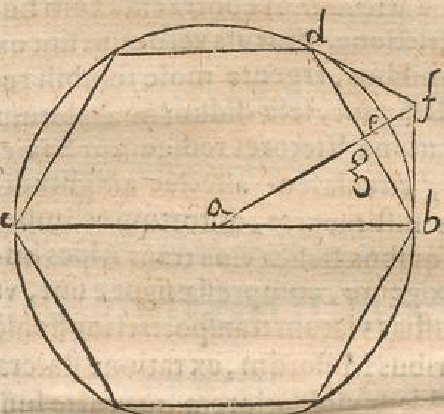
Liceat tamen in quibusdam locis, quæ non attigit Archimedes, nonnihil immorari; vt inveniant & doctiores, quibus juventur, seseq; oblectent.

STEREOMETRIA
I. Pars.
CVRVORVM REGVLARIVM ſtereometria.
THEOREMA I.

Principiò requirebatur cognitio proportionis Circumferentiæ ad Diametrum. Et docuit Archimedes,

Rationem circumferentiæ ad diametrum, eſſe proxime eam, quæ eſt Numeri 22, ad 7.

Schema I.



Ad hoc demonſtrandum vſus eſt figuris circulo inſcriptis & circumſcriptis; quæ cum ſint infinitæ; nos facilitatis cauſa vtemur ſexangula. Sit enim in circulo CBD, regulare ſexangulum, cui⁹ anguli C, D, B, latus DB, & tangant circulum duæ rectæ in D & B, coeantq; ad communem ſectionem F: & centrum A cum F connectatur lineâ AF, quæ ſecet rectam DB in G, arcum DB in E. Cum igitur DGB ſit recta, i.e. ductus à D in B breviſſimus, DEB vero arcus, id eſt ductus à D in B non breviſſimus, longior igitur eſt DEB, quam DGB.

E contra cum recta BF tangat circulum, omnes igitur partes arcu: FB ſunt intra FB verſus GB: quòd ſi EB eſſet recta, omnino brevior eſſet, quàm FB, Nam AEB, FEB anguli ſunt æquipollentes Recto, cum EFB ſit acutus. Ergo EB ſubtenſa minori angulo EFB, minor eſt, quam FB, quippe quæ maiori eſt ſubtenſa. Licet autem argumentari de EB ut de recta, quia vis demonſtrationis ſecat circulum in arcus minimos, qui æquiparantur rectis.

Quanquàm inter ea quæ communi ſenſu ſunt nota, recipi poteſt, arcum DEB, intra triangulum DBF, minorem eſſe lineis DF, FB, quippe qui cum flectatur verſus angulum DFB, nullam tamen particulam habet extra lineas DF, FB: comprehendens autem, ſenſu communi majus eſt comprehenſo. Secus haberet, ſi arcus DEB eſſet linea flexuoſa & inordinata.

Cum igitur DB ſit latus inſcripti ſexanguli, & DF, FB ſint duæ medietates circumſcripti ſexanguli; arcus DEB erit circuli pars ſexta: major verò erat quàm DB, minor quàm DF, FB. Sex igitur lineæ DB, minores ſunt quàm circumferentia circuli, & duodecim lineæ DF, vel FB, ſunt maiores quàm circumferentia.

Eſt autem DB latus ſexanguli regularis, æquale ipſi AB ſemidiametro. Sex igitur diametri AB, hoc eſt tres diametri CB, vel (diametro in ſeptem æqualia diviſa) Viginti & vna ſeptimæ, ſunt breviores circumferentia.

Cum

Viciſſim cum DG, GB ſint æquales, erit GB dimidium ipſius AB. Quadratum verò AB æquale eſt junctis AG, GB quadratis, & eſt quadruplum quadrati GB, ergo AG eſt triplum quadrati GB. Proportio igitur quadratorum AB & AG eſt ſeſquitertia linearum igitur AB & AG proportio eſt ſemi-ſeſquitertia, ſcilicet ea quæ numerorum 100000 & 86603. Vt vero eſt AG ad AB, ſic eſt GB ad BF. Ergo etiam inter GB & BF eſt proportio ſemi-ſeſquitertia; vt quia GB eſt dimidium ipſius AB, ſcilicet 50000; BF talium particularum habeat 57737 proximè. Duodecies igitur ſumptus numerus iſte, maior erit quam circumferentia circuli. Colligitur numerus 477974, qualium diameter habet 200000. Et qualium diameter habet 7, talium ſunt in BD duodecies ſumpta 24, minus vna decima. Maior igitur eſt hic numerus ipſa circumferentia; Minor autem eadem erat numerus 21. Et patet ad oculum, arcum BE propiorem eſſe ipſi BG, quam BF lineæ. Circumferentia igitur propior eſt numero 21, quam numero 24, minus vna decima. Ponitur igitur ab 21 receſſiſſe per 1, ab altero verò per 2, minus vna decima, vt ſit nimirum 22. Hæc autem longè accuratius demonſtrat Archimedes in figuris multilateris, vt ſunt figuræ 12, 24, 48 laterum: vbi etiam apparet, paulum quid deeſſe circumferentiæ, quo minus ſit 22. Adrianus Romanus eadem Methodo demonſtravit, ſi diameter circuli ſecetur in partes — — — 200000000000000000
tunc talium partium 628318530717958 62 ferè eſſe in circumferentia.

Epiſagma.

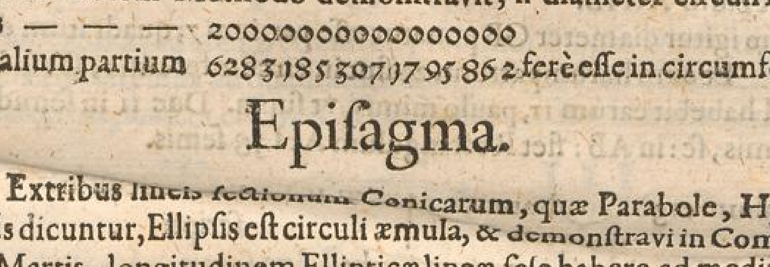
Ex tribus lineis ſectionum Conicarum, quæ Parabole, Hyperbole, Ellipſis dicuntur, Ellipſis eſt circuli æmula, & demonſtravi in Com. de Motibus Martis, longitudinem Ellipticæ lineæ ſeſe habere ad medium arithmeticum inter duas ejus diametros, quæ axis rectus & tranſverſus dicuntur, ſimiliter vt 22. ad 7. fere.

THEOREMA II.

Circuli area ad aream quadratam diametri comparata, rationem habet eam quam 11. ad 14. fere.

Archimedes vtitur demonſtratione indirecta, quæ ad impoſſibile ducit: de qua multi multa: Mihi ſenſus hic eſſe videtur.

Schema II.



Circuli BG circumferentia partes habet totidem, quod puncta, puta infinitas; quarum quælibet conſideratur vt baſis alicuius trianguli æquicruri, cruribus AB: vti ita Triangula in area circuli inſint infinita, omnia verticibus in centro A coeuntia. Extendatur igitur circumferentia circuli BG in rectum, & sit BC æqualis illi, & AB ad illam perpendicularis. Erunt igitur infinitorum illorum Triangulorum, seu Sectorum, bases imaginatæ omnes in vna recta BC, juxta invicem ordinatæ: sit vna talium basium BF quantulacunq;, eiq; æqualis CE, coñectantur autem puncta F, E, C, cum A. Quia igitur triangula ABF, AEC totidem sunt super recta BC, quot sectores in area circuli, & bases BF, EC æquales illis, & omnium communis altitudo B A, quæ etiam est sectorum; Triangula igitur EAC, BAF erunt æqualia, & quodlibet æquabit vnum sectorem circuli; & omnia simul in linea BC bases habentia, id est Triangulum BAC, ex omnibus illis constans, æquabit sectores circuli omnes, id est aream circuli ex omnibus constantem. Hoc sibi vult illa Archimedea ad impossibile deductio.

Divisa igitur BC bifariam in H, fiat AB HD parallelogrammum, vt DH secet AC in I. Erit hoc parallelogrammum Rectangulum æquale areæ circuli. Nam vt CB tota ad CH dimidiam, ita & AB, id est DH tota, ad IH dimidiam. Igitur HI æquat ID, & HC æquat DA, id est HB: & anguli ad I æquales, D vero & H recti. Triangulum igitur ICH, quod est extra parallelogrammum, æquale est triangulo IAD, quo parallelogrammum excedit trapezium AIHB.

Cum igitur diameter GB ponatur esse partium *7*, quadratum diametri erit *49*. Et cum harum partium *22* sint in circumferentia, sc: in BG, dimidia BH habebit earum 11, paulo minus, vt supra. Duc 11 in semidiametrum 3 semis, sc: in AB: fiet Rectangulum AH 38 semis.

Qualium ergò Quadratum diametri		Talium Area circuli inscripti
ht. 49.	—	ht. 38 semis.
bis 98.	—	— 77.
Divisi per 7. faciunt 14.	—	— 11. Quod erat demonstrandum.

Corollarium. I.

Sectoris in circulo (constituitur rectis ex centro, & ex arcu intercepto) area est æqualis rectangulo sub semidiametro & dimidio arcu.

Corollarium. II.

Segmenti circuli minoris (portio est per vnam rectam recisa) area minor est sectoris areâ, triangulo sub sectoris & segmenti rectis comprehenso: Segmenti maioris area tanto maior est sectore suo.

Demonstratur autem in Geometricis, rectangulum sub perpendiculo trianguli & dimidia sectionis linea æquale esse areæ trianguli. Ablato igitur plano huius trianguli ab area sectoris, restat area segmenti minoris, sed addito, maioris segmenti area constituitur.

In Schemate I. DABE est sector minor, DABCD maior; DGBE segmentum minus, DGBC maius; DBA triangulum, quo sector à segmento differt.

differt. Id habet duas partes æquales & congruas, AGB, AGD. Apposito igitur angulo DAG ad GBA, sic ADG ad GAB, fit rectangulum altitudine AG, latitudine GB. Et dicitur in Triangulorum doctrina, GB sinus arcus EB dimidij, GA sinus eius complementi.

Episagma I.

Circulo commune hoc est cum Parabola; quod in vtraq;, portiones quomodocunq; per vnam rectam abscissæ, si æquales habuerint diametros, & ipsæ inter se in qualibet figura sint æquales. Arch. de Conoid. IV.

Episagma II.

Paraboles area est sesquitertia areæ Trianguli, habentis eandem cum Parabola basin rectam, & eandem altitudinem. Arch. de Quadr. Parabolæ Prop. XVII. & XXIV.

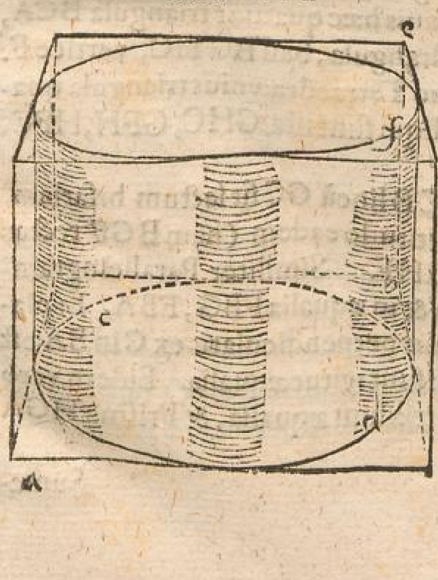
Episagma III.

Ellipsis area, ad aream circuli est, vt minor Ellipsis Diameter ad maiorem: Et vt circulus ad quadratum diametri, sic Ellipsis ad Rectangulum diametrorum, scilicet etiam vt 11. ad 14. feré. Arch: Sphæroid.

THEOREMA. III.

Cylindri vero ad Parallelepipedum columnare rectangulum æq; altum, quod Cylindri corpus stringit quadratis suis basibus & parallelis lateribus, ratio est eadem, quæ circuli ad quadratum circumscriptum, hoc est eadem quæ 11. ad 14.

Schema III.



Vt enim CD Cylindrica basis circularis ad AB quadratum circumscriptum, ita CF corpus Cylindri, ad AE corpus parallelepipedi rectanguli, seu columnæ.

Arch: de Sphæra & Cylindro.

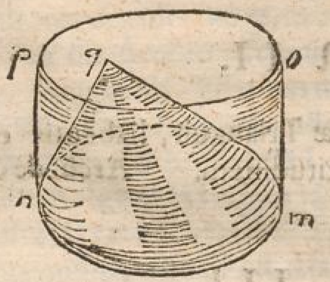
Cylinder enim & columna æque-alta sunt hic veluti quædam plana corporata: accidunt igitur illis eadem quæ planis.

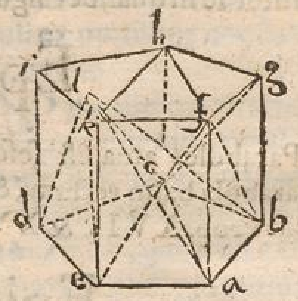
Stereometria

Theorema IV.

Si Columna recta parallelarum Basium cum Pyramide, si Cylinder cum Cono eandem basin habuerit eandemq; altitudinem, Triplum erit illius.

Schema IX.





Nam omnis Columna, vt hic quinquangularis BI, bases ABCDE & FGHIK parallelas habens, & BAF, AEK cæterosq; angulos rectos, solvitur in sua Pentaedra seu Prismata, vt hic quinquangularis in tria GHF, FHK, KHI, Trinis parallelogrammis & binis triangulis oppositis clausa.

	Primi	Secundi	Tertij.
Triangula	GHF	FHK	KHI
	BCA	ACE	ECD
Parallelogramma.	GHCB	HCAF	KECH
	HCAF	FAEK	HCDI
	FABG	KECH	IDEK

Pentaedron vero in tria Tetraedra solvitur, quorum bina semper, quæ vnum Planum Parallelogrammum ex æquo dividunt, æquealta sunt

Sit verbi gratia Prisma primum sub GHF, BCA triangulis. Ducantur in Parallelogrammis BGFA & AFHC diagonij BF, CF, ex trianguli BCA, angulis B, C. Iis resecatur Tetraedron, cuius hæc quatuor triangula BCA, BFC, BFA, AFC. Restat Pyramis quadrangula, basi BGHC, vertice F. Ducta igitur diagonios GC secat eam in duo Tetraedra: vnius triangula quatuor sunt ista BGC, GFB, GFC, CFB: reliqui sunt ista, GHC, GFH, HFC, CFG

Cùm igitur Parallelogrammum GHCB lineà GC sit sectum bifariam, & triangula GCH, GCB æqualia, & GF altitudo eadem (nam BGF rectus est) æqualia erunt Tetraedra GCBF, GCHF. Similiter Parallelogrammum GFAB lineà BF sectum est bifariam & in æqualia FBG, FBA. Et planum BCA rectum est ad planum GA, igitur perpendicularis ex C in BA est altitudo Tetraedorum GBFC, & ABFC: sunt igitur æqualia. Eidem verò GBFC fuit æquale GCFH. Omnia igitur tria sunt æqualia, & Prisma HGA habet tria æqualia Tetraedra.

Suma-

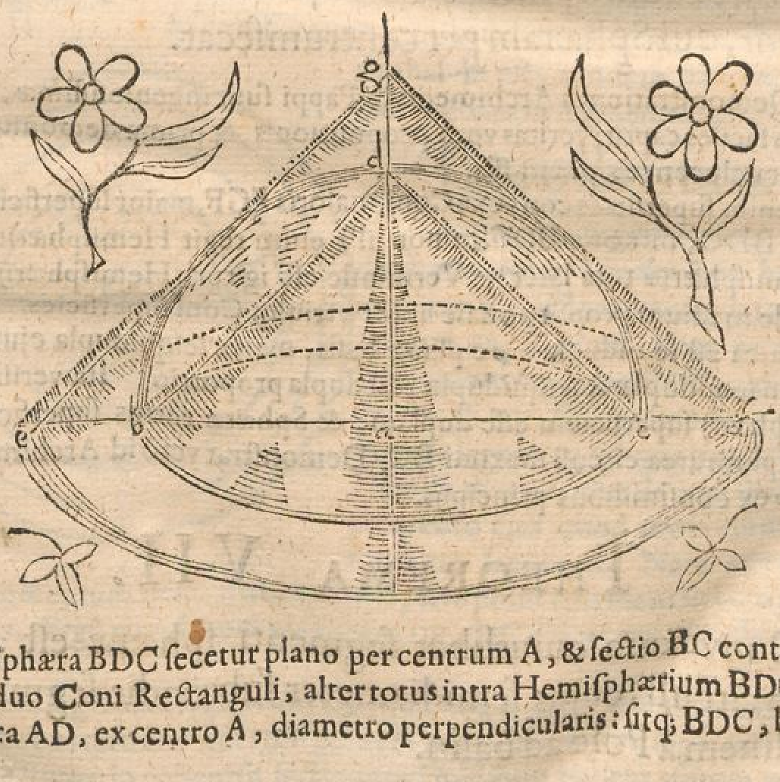
Sumatur jam in basi supera FGHIK, punctum L, quod connectatur cum angulis basis inferæ ABCDE, vt creetur Pyramis quinquangula: Dico illam esse tertiam partem columnæ GAD. Nam basis ABCDE, lineis AC, EC in triangula tria est divisa vt prius, super quæ stant & tria Pentaedra, & tres partes Pyramidis, sc. ABCL, ACEL, ECDL, & perpendicularis ex L demissa in planum BD, æquat recta latera KE, FA & cætera. Est igitur eadem altitudo Tetraedrorum ABCF, ABCL; sunt igitur æqualia. Sed ABCF est tertia pars Prismatis ABC FGH: Ergo & ABCL ejusdem tertia pars est. Similiter verò secunda Pyramidis pars ACEL, secundi Prismatis; & tertia ECDL, tertij prismatis tertiæ sunt Partes: Tota igitur Pyramis totius Columnæ tertia pars est; & hæc illius ergò Triplum.

Eodem verò modo & MNOP Cylinder, cuius bases MN & OP parallelæ, æquat tres conos MNQ, vertice Q ad superioris basis planum pertingentes, & eandem basin MN habentes. Demonstratio enim analogicè applicari eadem potest, si perpendas, circulum, qui basis est Cylindri & Coni, in infinita triangula ex centro dividi, quibus totidem Prismata, totidemq; partes Coni superstent, illa in axe Cylindri, hæ in axe Coni convenientes.

THEOREMA V.

Superficies curva Coni Rectanguli inscripti Hemisphærio, est semidupla Baseos, seu circuli maximi in sphæra, dimidia Baseos Coni rectanguli circa Hemisphærium.

Schema v.



Sphæra BDC secetur plano per centrum A, & sectio BC continuetur fiantq; duo Coni Rectanguli, alter totus intra Hemisphærium BDC, cujus axis recta AD, ex centro A, diametro perpendicularis: sitq; BDC, basin BC & ver-

& verticem D eundem habens cum Hemisphærio; alter totus extra Hemisphærium, stringens illud mediæ suæ superficiei lateribus, quæ sint EG, FG, parallela ipsis BD, CD, habens verticem G, in axe prioris AD continuato, basin vero EF in plano sphæram secante. Cum igitur BA & AD sint æquales; erunt etiam EA semidiameter basis maioris, & AD altitudo Coni exterioris æquales: Et quia EGF rectus, erit igitur EG quadrati circulo circumscripti latus, eoq; equalis diametro GC. Sed EF quadratum, æquale est duobus quadratis EG & GF, æqualibus diametro BC: Ergo quadratum EF duplum est quadrati BC: circulus igitur EF duplus est circuli BC. Dico etiam superficierum conicarum inter se proportionem esse duplam, & minoris conicæ curvæ superficici proportionem ad aream basis BC esse semiduplam.

Nam per ea quæ dicta sunt Theor. I I. rectangulum sub semidiametro AB, & circumferentia tota BC, duplum est areæ circuli BC. Eodem verò modo, eademq; demonstrationis vi, rectangulum sub tota BD & tota circumferentia BC, est duplum conicæ curvæ superficiei BDC. Quare vt AB ad BD, sic superficies plana circuli BC, ad curvam Coni BDC. Sed proportio AB ad BD est semidupla, quia quadratorum proportio est dupla; ergo & superficierum dictarum proportio est semidupla. Et quia sunt Coni similes; vt igitur basis BC plana ad Curvam BDC: sic plana EF ad curvam EGC: & permutatim, vt basis ad basin, ita conica ad conicam curvam: dupla verò est proportio inter bases; dupla igitur & inter conicas curvas.

THEOREMA VI.

Convexum Sphæricum est quadruplum, areæ circuli maximi, qui Sphæram per centrum secat.

Demonstrationes Archimedis & Pappi sunt ingeniosissimæ, nec admodum faciles captu: veritas verò propositionis, & prima demonstrationis elementa elucent ex præmissis.

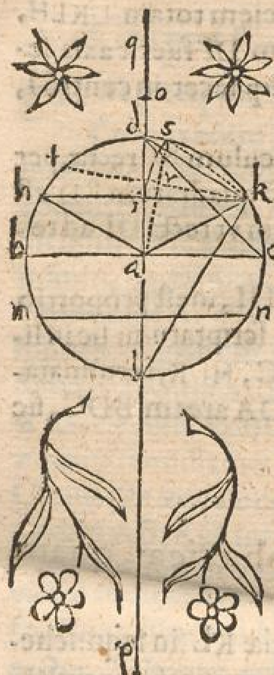
Est enim superficies convexa Coni, maioris EGF, maior superficie Hemisphærij BDC, minoris BDC minor illa enim tegit Hemisphærium hæc sub Hemisphærio tota latet. Verisimile est igitur, Hemisphærij superficiem esse medium proportionale inter vtriusq; Coni superficies. Sed minor conica est semidupla areæ planæ basis, maior sesquidupla ejusdem; & medium semiduplæ & sesquiduplæ, est dupla proportio. Ita verisimile fit, Hemisphærij superficiem esse duplam, & Sphæræ totius superficiem esse quadruplum areæ circuli maximi BC. Demonstrat verò id Archimedes necessariò ex consimilibus principijs.

THEOREMA VII.

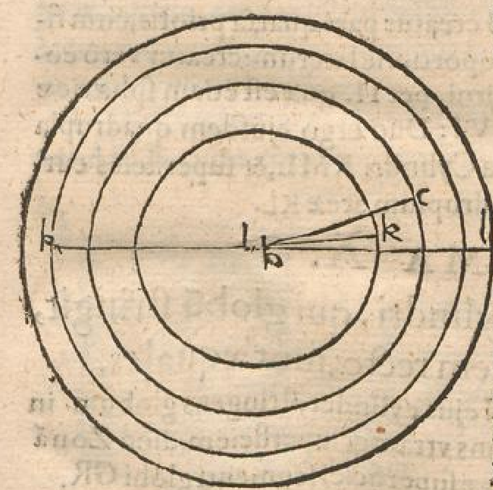
Convexum cuiuslibet segmenti sphæræ est æquale plano circuli, cujus semidiameter subtendit segmenti latitudinem à Polo ad basin.

Segmenta ſphæræ hic reputantur non quælibet portiones, ſed illæ tantum, cùm Sphæra ab vno plano tota ſecatur in partes duas, ſic vt quælibet pars habeat ſuum polum; Talis enim ſectio efficit, vt baſis ſegmentorum ſit circulus planus.

Centro A ſit ſuperficies Sphæræ BDCL, & hic ſit eius circulus maximus, & aſſumantur extrema diametri DAL pro polis ſegmentorum futurorum, ſintq; D. L. & per punctum I, perq; AE centrum, tranſeant duæ perpendiculares HIK, & BAD, repræſentantes ſectiones, ſeu circulos ad planum DBL rectos. Sicut igitur tota DL ſubtenſa dimidio circuli LCDB à polo D ad L imum, (quod punctum jam in comparatione totius Sphæræ cum ſuis ſegmentis ſuſtinet vicem baſis) ſit ſemidiameter circuli plani, æqualis toti curvæ ſuperficiei ſphæræ, per VI: Sic etiam DC ſubtenſa ipſi DKC dimidio arcui ſegmenti BCD a polo D ad ad baſin C, ſit ſemidiameter circuli plani, æqualis curvæ ſuperficiei ſegmenti ſeu hemiſphærij BDC, per V: Sic etiam in genere quocunq; ſegmento ſumpto, vt HKD, linea DK ſubtenſa latitudini ſegmenti a D polo ad baſin K, ſit ſemidiameter circuli plani, æquantis ſuperficiem curvam ſegmenti KDH: Et ſumpto ſegmento HKL, cuius polus L, baſis circularis HK, ſubtenſa KL, ſit ſemidiameter circuli plani, qui æqualis ſit ſuperficiei curvæ ſegmenti KLH.



Demonſtrationem vide apud Archimedem. Primam verò fidem tibi faciet analogia. Nam cum ſic ſit comparatum cum tota ſuperficie & cum dimidia; probabile eſt, eandem rationem obtinere etiam in ſegmentis cæteris.



Corollarium.

Segmenta ſegmentorum, quæ quidem vtrinq; circularibus baſibus terminantur, ijſdem principijs facile in planum explicantur. Nam ſit BHKC ſegmentum ſegmenti BDC, cuius baſes circuli HK, BC. primò ſit circulus æqualis ſegmento ſphæræ maiori BCD Deinde alius circulus ſit æqualis complemento ejus quod proponitur ſegmentum ſegmenti, Nam complm hoc, eſt ſegmentum ſphæræ minus HKD, ſive polus ejus idem ſit cum priori ſive alius. Ergò circulorum planorum DK, DC differentia æquabit Zonam BHKC.

Alia vero ſegmenta ſegmentorum, quæ non integris circulis planis, ſed eorum partibus terminantur; niſi polus D & axis DI totius ſegmenti HKI fuerit conſtitutus in concurſu ſectionum, nondum habent notum æquationis vel computationis ſuæ methodum.

THEOREMA VIII.

Sphæricum Convexum & ejus axis ſecantur à plano ad axem recto in eadem proportione.

Septimum Theorema ſervit Geometricæ delineationi, hoc octavum arithmeticis eſt vtilius & compendium jucundiſſimum. Illud planum prodit æquale curvæ ſuperficiei; hoc lineas oſtendit æquivalentes ſegmentis.

In Sch. præcedenti, ſi axis totus DL valet ſuperficiem totam DKLH, pars axis DI valet partem ſuperficiei HDK, ſiquidem DI fuerit axis ſectionis, id eſt, ſi fuerit rectus ad planum BK ſecans, idq; ſecet in centro I, Sic pars axis IL valet partem ſuperficiei HLK.

Nam quia HDK eſt ad KLH, vt circulus DK ad circulum KL rectæ, per VII. id eſt quadratum KD ad quadratum KL: At verò quadratum KD eſt ad quadratum KL, vt recta DI ad rectam IL: Ergò etiam vt recta DI ad rectam IL, ſic HDK ſuperficies ad KLH ſuperficiem.

Analogia. Quemadmodum igitur in lineis BA, HI, ineſt proportio circularium circumferentiarum BC, HK, centris A. I. ſcriptarum; ſic in lineis tranſverſis DA, DI, ineſt proportio arearum BDC, HDK, terminatarum ad illos circulos: Et ſicut DI valet aream HDK, & DA aream BDC, ſic IA valet aream Zonæ BHKC.

THEOREMA IX.

Cylindri recti ſuperficies eſt æqualis Sphæricæ, quam ſtringit.

Creatur enim Cylindrica ductu totius circumferentiæ KL (in ſequ: ſchemate) in totam diametrum KN vel GB: at ductu dimidiæ circumferentiæ KL, in dimidiam diametrum AB creatur pars quarta prioris, cum figuræ ſimiles, ſint in dupla proportione laterum: creatur verò eodem ductu area circuli maximi, per II. quæ eſt etiam ſphæricæ ſuperficiei pars quarta, per VI: Duo ergo ejuſdem quadrupla ſunt inter ſe æqualia, ſuperficies ſc. curva Cylindri KML, & ſuperficies curva globi ſeu ſphæræ ſuæ GB, vtraq; quadruplum areæ KL.

4. 6.— 24	
2. 3.— 6.	
2. 2. 4.	

THEOREMA X.

Superficies, globi, & ejus cylindri, qui globũ ſtringit, reſectæ ab eodem plano ad axem recto, ſunt æquales.

In figura ſequenti ſit GB globus, LN ejus cylinder, ſtringens globum in medio, & in GB. Et ſit planum PST ſecans vtramq; ſuperficiem: dico Zonã KPSTL cylindricam, eſſe æqualem curvæ ſuperficiei ſegmenti globi GR.

Videtur falſum eſſe, cum Cylindrica ſit tam laxa, globi verò ſuperficies ſurſum in anguſtum coeat. Sed memineris, quanto illa laxior, tanto hanc eſſe latiorem, cùm ꝑ obliquũ ad eandem tendat altitudinem. Sed facilis eſt demonſtratio. Cùm enim KP & GR ſint æquales & creetur Zona KRSTL ductu KP vel GR in totam circumferentiam KOL, & ſic etiam Zona PSTMN creetur ductu PN vel RB in eandem circumferentiam totam: ergo vt rectæ GR ad RB, & BG, ſic ſuperficies cylindrica KT ad TN & NL. At vt rectę GR ad RB & BG, sic superficies segmenti globi GR ad RB segmentum & BG totam globi superficiem, per VIII. Ergo & vt Cylindrica KT ad TN & NL, sic sphærica GR ad RB, & BG. Est autem tota Cylindrica NL æqualis toti Sphæricæ GB, per IX. Ergo & pars Cylindricæ KOL PST parti Sphæricæ in segmento GR erit æqualis.

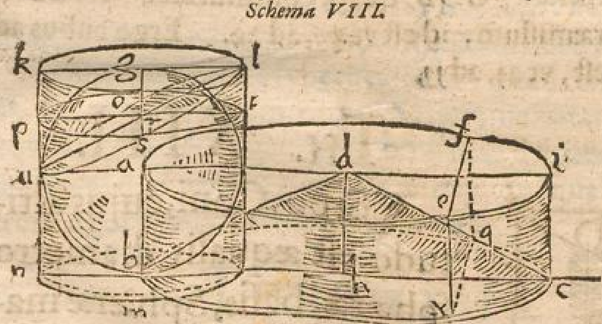
THEOREMA XI.

Corpus Cylindri est ad corpus Sphæræ, quam stringit, in proportione sesquialtera.

Corpus enim Sphæræ ad Analogiam eorum quæ dicta sunt Theor. II. potestate in se continet infinitos veluti conos, verticibus in centro sphæræ coeuntes, basibus, quarum vicem sustinent puncta, in superficie stantibus. Sit igitur in schemate II. BG Sphæra, A centrum, coni AB, AG & similes infiniti, iiq; minimi, id est, quorum Bases sint puncta B. G. vertex omnium communis A. Fiat novum Schema, in quo extendatur curva superficies sphæræ in planum circulare, cuius diameter sit BC, dupla ad diametrum Sphæræ BG, quia Circulorum proportio est quadrupla per VI. præmissum: & fiat circulus ex BC, ex cuius medio puncto H, surgat perpendicularis HD æqualis semidiametro AB. Sit autem Conus BDC, basi BC, vertice D: Conus iste æquale corpus habebit corpori Sphæræ BG. Omnium enim conorum AB, AG, infinitorum in sphæra, bases B. G. minimæ, cum sphærica superficie ipsa in qua insunt, in planum circulum BC extensæ & juxta invicem ordinatæ sunt, & pro eo quod erant in Sphæra Coni recti ABB, AGG, facti sunt hic coni scaleni DCC, DBB, excepto medio DHH, qui manet rectus, habentq; omnes eandem altitudinem DH, & bases æquales, quippe minimas, omnes igitur & inter se & conis rectis in Sphæra æquales sunt; & totus conus BDC ex omnibus compositus, æqualis erit toti sphæræ BG ex omnibus compositæ.

Ductâ igitur areâ circuli BC in semidiametrum HD, creatur Cylinder AICB, cuius corpus est coni BCD triplum, per IV: Est verò cylindri

Schema VIII.



sphæram stringentis duplum, quia basin BC habet, basis KL quadruplã, altitudinem verò HD, altitudinis BG dimidiam. Duo enim AICB cylindri invicem impositi, efficerent altitudinem æqualem ipsi BG altitudini cylindri KLB, essentq; illius quadruplum, propter basin BG quadruplam baseos KL: vnus igitur AICB est cylindri KLB duplum: erat verò triplum coni BDC, id est corporis Sphæræ BG, æqualis cono BDC. Ergo diviso cylindro AICB in 6: dimidium huius, scilicet 3, venit Cylindro KLB; tertia verò pars de 6, scilicet 2, venit sphæræ GB. Cylinder igitur KLB, ad sphæram suam GB, est vt 3. ad 2. quæ est proportio sesquialtera.

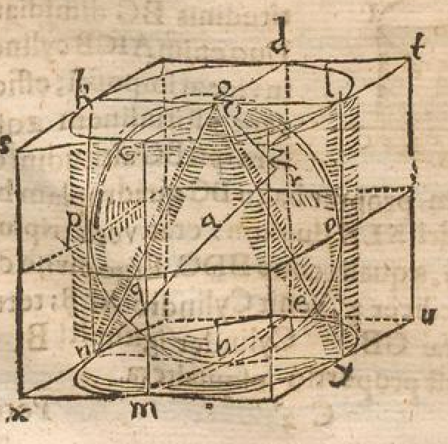
Poteſt idem etiam per IX. probari, ſi fingamus Cylindrum ſecari in infinita priſmata, in axe cylindri coeuntia; pro baſibus verò, quas habent priſmata, quadrangulis, habentia lineas rectas æquales axi; quæ baſes priſmatum omnes juxta invicem ordinentur in curva Cylindri ſuperficie, vt ſupra Theor. II. de circumferentia circuli ſimilia ſumus imaginati. In illo enim Schemate II. ſit circulus BG vtraq; baſis Cylindri: & circumferentia BG, repræſentet curvam Cylindri ſuperficiem, punctum verò A repræſentet axem Cylindri, æqualem ipſi BG diametro, & extendatur curva ſuperficies Cylindri in planum, ſitq; BC, quæ repræſentet rectangulum, cuius longitudo BC, latitudo BG; & connectatur axis Cylindri AA, cum recta CC, ipſi parallela, rectangulo AACC: vt ſit Priſma AABBCC, æquale corpori Cylindri. Erunt enim omnium Cylindri Priſmatum minimorum baſes rectangulæ minimæ (hoc eſt lineæ) juxta invicem ordinatæ in ſuperficie rectangula BC, & Priſmata in Cylindro recta, fient hic ſcalena; omnium tamen acies pertingent ad communis altitudinis BA terminum AA: erunt igitur æquealta & invicem & cum rectis Priſmatibus ipſius cylindri. Ducto igitur rectangulo BBCC in altitudinem BA, creabitur Parallelepipedum, cujus corpus eſt duplum corporis priſmatis AABBCC, duplum igitur corporis cylindri. At ſupra etiam ducebatur circulus æqualis rectangulo BBCC ſuperficiei curvę cylindri (ſc. quadruplus circuli maximi, per VI) in altitudinem æqualem ipſi BA ſemidiametro, & creabatur triplum coni, æqualis Sphæræ. Idem ergo eſt triplum ſphæræ & duplum cylindri: Ergo vt ſupra, Cylindri ad ſphæram proportio eſt ſeſquialtera.

THEOREMA XII.

Cubi corpus ad corpus Sphæræ quam ſtringit, eſt duplum paulo minus, nimirum vt 21. ad 11. proxime.

Nam Cubus STVX, in figura ſequenti, eſt ad Cylindrum ſuum KLN quem ſtringit, vt 14 ad 11 proximè, per III. præmiſſum, id eſt vt 42 ad 33. At Cylinder KLN eſt ad ſphæram PGOB quam communiter cum cubo ſtringit, ut 3. ad 2, per XI. præmiſſum, id eſt vt 33, ad 22. Ergo cubus ad ſphæram eſt vt 42. ad 22, id eſt, vt 21. ad 11.

Schema IX.



TH. XIII.

Corpus Coni, cujus altitudo eſt æqualis diametro ſphæræ, baſis, Sphæræ maximus circulus, eſt dimidium corporis ſphæræ.

Cylinder enim KLN eadem baſi & altitudine, eſt triplum coni ſui NGI, vel vt 3. ad 1. Idem verò Cylin-

Cylinder eſt ad ſphæram ſuam, vt 3 ad 2, per XI. præmiſſum: Ergo Conus ad Sphæram eſt vt 1. ad 2.

Summa præmiſſorum.

	Conus Cylindri NGY.	KLYN Sphæra Cylindri PGOB	KLYN Cylinder KLYN	Cubus STVX Cylindrum ſtringens in KN, CM, LY, & DE. Sphæram vero in G.O.B.P.Q R.
Eſt vt	11.	22	33	42
Vel vt	1	2	3	4 minus

Corollarium.

Porrò indidem etiam patet, Conum priorem in Hemiſphærio (vt Theor. V. Conum BDC) eſſe ad Cylindrum qui ſphæram ſtringit, vt Octaedron in ſphæra ad Cubum circa ſphæram, ſextam ſcilicet partem Cylindri, quartam ſphæræ, & ſic dimidium Hemiſphærij ſui, dimidiumq; coni Theor. XIII. deſcripti, quippe cujus baſin habet integram, altitudinis verò ſaltem dimidium.

Ille verò conus major EFG, in quo eſt Hemiſphærium (Theor. V.) corpus habet irrationale ſeu ineffabile. Similes enim Coni, vt EFG, & BDC ſunt in tripla proportione altitudinum AG, & AD. Eſt autem proportio AG ad AD ſemidupla: ergo proportio conorum eſt triplex ſemidupla, hoc eſt, ſeſquidupla. At ſeſquiduplæ termino vno pronunciato (quod ſcilicet conus BDC dimidium Hemiſphærij BGD dicitur) terminus alter fit ineffabilis, niſi de propinquo.

Epiſagma I.

Eadem eſt etiam proportio corporis ab Ellipſi generati, quod Sphæroides dicitur, ad conum æquealtum. Arch. Sphæroid. prop. XXIX. XXX.

Epiſagma II.

Sicut ſphæroides eſt coni ſui duplum: ſic Conoides Parabolicum eſt coni ſui ſeſquialterum. Vide in eodem libro prop. XXIII. XXIV.

Conoides verò Hyperbolicum (qualis eſt ferè figura hulceris, montis, aut acervi frugum ordinati) ſeſquialteram proportionem magis ad æqualitatem adducit. Nam ad lineas ſeſquialteram proportionem continentes (quæ habent duplum & triplum eius quæ inter verticem & centrum figuræ) addit vtrinq; diametrum.

THEOREMA XIV.

Segmento ſphæræ æqualis eſt conus ſuper eadem baſi, habens altitudinem tanto majorem, vt ſit ejus exceſſus ad ſemidiametrum Globi, ſicut eſt altitudo ipſa ſegmenti ad reſiduum diametri.

Sit sphæra CLB, ejusq; segmenta duo HKD & HKL, eorumq; axes DI, IL, partes diametri per A centrum ductæ, quæ continuetur à D versus O. P. Quæritur conus æqualis segmento minori. HKD. cuius axis DI, residuumq; diametri IL. Fac ergò vt IL ad LA, sic ID ad DO: erit IO altitudo, & HK basis, coni, cujus corpus est æquale corpori segmenti HKD minoris. Sit deinde segmentum HKL, ejus axis LI, residuumq; diametri ID. Fac iterum vt ID ad DA, sic IL ad LP: erit IP altitudo, & HK basis coni, qui æqualis est segmento HKL maiori.

Demonstratio non est popularis, ideò petat illam, qui vult, ex secunda secundi libri Archimedis de sphæra & cylindro: non est enim mihi consilium, totum Archimedem hic transcribere. Veritas autem ejus circa Hemisphærium sic patet; sit Hemisphærium BCD, cujus axis AD, residuum Diametri AL. Quod si facio vt residuum diametri AL ad semidiametrum LA, sic AD axem, ad DQ, facio igitur DQ æqualem ipsi DA, & altitudo AQ erit dupla ad altitudinem segmenti AD. Conum igitur qui habet basin BL, altitudinem diametri DL, pono esse æqualem Hemisphærio. Id autem verum esse, priori Theoremate vidisti, vbi conus iste erat dimidium sphæræ.

Archimedes etiam comparat proportionem segmentorum solidorum, cum proportione segmentorum superficiei, demonstrans solidorum proportionem esse minorem dupla proportione superficierum, maiorem sesquialterâ. Constituitur autem proportio dupla in numeris, ducto vtroq; proportionis termino in seipsum; sesquialtera verò, ducta eiusdem termini radice in terminum ipsum. Vt si superficies essent inter se segmentorum, vt 4. ad 9. quadrati numeri; corpora sub illis superficiebus tecta, essent inter se propiora quam 16. & 81. ducto vtroq; quadrato in seipsum; remotiora quàm 8. à 27. (ductis quadratorum radicibus 2. & 3. in ipsos quadratos) vel 16. à 54. Itaq; si minus segmentum ponderaret 16: Majus esset inter 54 & 81 pondo.

Corollarium.

Proportio binorum globi segmentorum inter se, causa corpulentiæ, in vna qualibet sectione, est expressa in altitudinibus conorum, scilicet in IO, IP; sicut prius proportio superficierum segmentorum erat expressa in ID, IL. Sed discrimen magnum est, quod globi totius corpus in vna qualibet sectione representatur à peculari linea OP: at superficies tota globi semper ab eadem diametro DL repræsentatur.

Episagma I.

Multa hic sunt communia globo & sphæroidi atq; conoidibus. Nam vt sectio globi facta plano, semper est circulus; sic sectio sphæroidis non omnis, sed quæ fit plano axi parallelo, est Ellipsis, sphæroidi similis: Ellipses verò diversarum & dissimilium specierum, aut circuli fiunt, quoties vel sphæroides vt cumq;, vel conoides per vtrumq; oppositorum laterũ secatur. Arch. Sphær. XII. XIII. XIIII. XV.

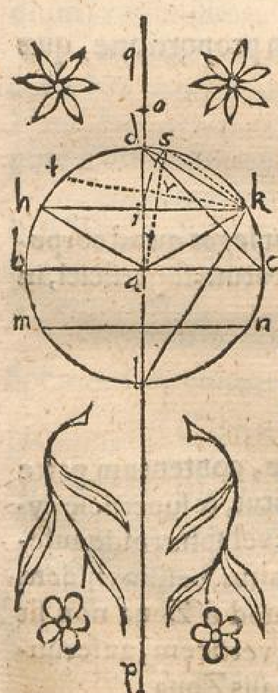
Epiſagma II.

Segmentorum ſphæroidis ratio eadem eſt, quæ ſegmentorum globi, ſi recta ſit ſectio ad axem: ſin obliqua, tunc vſurpatur non dimidium axis, ſed dimidium eius quæ vertices portionum factarum (id eſt puncta earum ſuper ſectionem altiſſima) conjungit. Nam in Ellipſi quæ gignit ſphæroides, axis quidem eſt inter diametros, diametrorum verò multæ ſunt, diverſæ longitudinis, quilibet binos oppoſitos vertices conjungens.

Th. XV. Problema.

Quemadmodum ſuperficiebus curvis ſegmentorum, theorema VII. fecit æquales circulos planos, Theorema vero VIII, æquevalentes lineas rectas oſtendit, comparabiles inter ſe diverſarum ſectionum: ſic etiam ſoliditati ſegmentorum aſſignare poſſumus non tantum Conos æquales vt Th. XIV, ſed etiam plana æquiualentia, ſeu proportionis ejuſdem, & comparabilia inter ſe diverſarum ſectionum: quam demonſtrationem, licet difficilioris captus, addo, quia à Geometris prioribus tentata non eſt.

Quæruntur tria plana quæ habeant inter ſe proportionem eam quam duo ſegmenta Globi inter ſe & ad totum.



Sint ſegmenta HKD, HLD. Ergo centro H vel K, termino ſegmenti in plano circuli HDK, diſtantia HI vel KI, ſcribatur arcus circuli IS, ſecans HDK in S, & ab S, per A, ducatur diameter, eumq; ad rectos ſecet recta ex K, quæ ſit KT, ſectio R. Hoc facto fiant rectangula tria, primum ſub AD ſemidiametro & DL altitudine ſeu diametro globi totius, quod repræſentet ſoliditatem totius globi: ſecundum ſub AD ſemidiametro & DI altitudine ſegmenti, quod repræſentabit ſoliditatem ſectoris ſphæræ HAKD: tertium ex AI (altitudine coni HKA) in RS, quod dico repræſentare in eadem proportione conum HIKA ſolidum: itaq; ſicut conus HIKA ablatus à ſectore HAKD, relinquit ſegmentum HIKD; ſic etiam tertium rectangulum ablatum à ſecundo, relinquet planum æquevalens in eadem proportione ſegmento ſphæræ HIKD.

Quod ſi ſegmentum ſit maius Hemiſphærio ſc. HKL; pro DI, ſumenda eſt IL, in ſecundi rectanguli formatione, & ad id eſt addendum rectangulum ſub AI, RS, conſtitueturq; planum æquevalens ſegmento HIKL maiori.

Demonſtratio. Primùm inter lineas DI, IL, & DL, eſt proportio ſegmentorum ſuperficiei & totius, per VIII. Ergo etiam inter rectangula, ductis

ductis his lineis in eandem ſemidiametrum AD, erit eadem proportio: ſed ſectorum HAKD, HAKL, & globi totius eſt eadem inter ſe mutuò proportio, quæ ſuperficierum HDK, KLH, & totius. Ergo & inter facta rectangula eſt proportio ſectorum HAKD, & HAKL. Deinde AD altitudo ducta in baſin circularem, æqualem ſuperficiei ſegmenti HDK, cuius ſemidiameter KD per VII,) creat Cylindrum, triplum coni æqualis ſectori HDKC; & AI altitudo ducta in baſin HK circularem cuius ſemidiameter KI, creat itidem triplum coni HIKA. At vt circulus radio KD, ad circulum radio KI vel KS; ſic etiam quadratum KD ad quadratum KS: vt verò quadratum KD ad quadratum KS, ſic DI recta ad SR, per VII. Ergo proportio baſium circularium, per KD & RS deſcriptarum, eſt etiam proportio linearum DI, SR. Sed proportio conorum eſt compoſita ex proportione altitudinum & proportione baſium; vt habet Archimedes, XI. Sphæroideon. Ergo proportio HDKA, ſectoris & HIKA, coni in eo, eſt compoſita ex proportione AD ad AI, & DI ad SR. Eſt autem etiam rectangulorum proportio compoſita ex proportione laterum correſpondentium. Quare proportio HDKA ſectoris, & HIKA coni in eo, eſt eadem, quæ rectangulorum ſub AD, DI, & ſub AI, SR. Ac proinde ipſa ſunt ad mutuam eorum differentiam, vt ſector HDKA & conus in eo HIKA, ad mutuam eorum differentiam, ſcilicet ad HIKA ſegmentum. Hæc methodus concernit potiſſimùm conum HIKA, qui eſt communis differentia, qua ſegmenta differunt à ſuis ſectoribus, quem conum interdum operæprecium eſt notum habere.

Epiſagma comparativum.

Sic ſegmenta Conoidis parabolici ſunt inter ſe in proportione, quæ eſt inter quadrata axium. Arch. ſphæroid. XXVI.

Corollarium I.

Segmenta ſegmentorum Sphæræ eaſdem habent leges quod corpora attinet, quæ ſupra fuerunt ejuſdem generis ſegmentorum ſuperficiei, in corollario ad VII.

Corollarium II.

Zona ſphæræ & ſphæroidis, ſeu corpus annulare, contentum parte ſuperficiei ſphæræ vel ſphæroidis mediâ, quæ Zona dicitur, & ſuperficie cylindrica intus, hæc inquam ſic inveſtigatur. A ſphæra vel ſphæroide auferuntur bina ſegmenta æqualia, & Cylinder Zonæ æquealtus, baſibus iiſdem cum ſegmentis ablatis; remanetq; corpus Zonæ. Quod ſi Zona non ſit media globi vel ſphæroidis, ſed inclinata ad polum ſeu verticem, auferuntur ſegmenta inæqualia, & truncus coni, vt remaneat talis Zona.

In telligitur autem Zona, cui circumcirca ſit æquabilis latitudo, & ſub qua ſit tectus Truncus conicus parallelarum baſium, cujus dimenſiones jam in proximo theoremate ſequentur.

Theo-

THEOREMA XVI.

Conus secatur variè: aut enim per verticem & basin, & id vel plano, vel superficie alia coni minoris, habentis eundem verticem.

In vtroq; casu segmenta Coni æquealta, sunt vt eorum Bases inter se.

Nam Conus est hîc veluti circulus corporatus; idem igitur à sectione patitur, quod circulus suæ baseos.

Aut secatur Conus plano parallelo lateris, cujus circumductu Conus est creatus; aut neq; parallelo, sed supra verticem extra figuram concursuro cum latere: vtroq; casu fiunt portiones indefinitæ, de quarum soliditate nulla dum disquisitio facta fuit à Geometris, vsu quippe non exigente.

Aut secatur Conus plano per latus vtrumq;; fiuntq; partes duæ, Verticalis superior, & Truncus inferior. Verticalem, plano ad axem obliquo, Archimedes portionem Coni maluit appellare; agnoscens Conos non alios quam æquicruros: Apollonius vero Conos faciens alios æquicruros, alios scalenos (cujus exemplum in Schemate IV.) talem portionem, quantumvis axe per obliquum secto, dummodò sectio sit circulus, pro Cono & ipsam agnoscit.

Quod attinet segmentum verticale, ejus sectio fit Ellipsis, quæ habet centrum suum extra axem, versus latus Coni longius. In Schemate IX. Coni GYN axis est GAB, cujus segmentum verticale GNA, basin habet Ellipsin, quæ repræsentatur per lineam NZ, cujus centrum seu medium, vbi latissima, est infra A, sectionem ejus cum axe, versus N.

Atq; hoc est semper majus segmento recto illo, in quo planum ad basin NY parallelum per terminum axis, ab Ellipsi secti transit, sc. per A. Nam planum secans, in A fixum, & ad axem GA inclinatum, plus de corpore Coni acquirit parte AN, quàm amittit parte AZ.

An autem huic segmento GNA æqualis sit Conus ille, cujus basis, basi NY parallela, per centrum Ellipsis infra A transit; id consideratione dignum est: mihi nondum liquet, nec jam vacat. Vide de hoc infra Th. sequenti aliqua.

Interim in genere de omni segmento verticali verum est Th. XI. Sphæroid. Archimedis; secundum quod Coni, segmentive Verticalis, ad Conum proportio, componitur ex proportionibus Basium inter se, & Altitudinum inter se.

Ergo area Ellipsis NA, ad aream circuli NY est proportionis solidorum GNA, ad GNY pars vna. Inest autem harum arearum proportio (per Episs. II. ad Th. II.) in rectangulo diametrorum Ellipsis & quadrato NY, tanquam notioribus. Pars altera proportionis corporum est inter GZ altitudinem segmenti GNA super plano NAZ, & GB altitudinem coni NGY super plano NY. Multiplicatis igitur in se mutuò terminis proportionum ZG in GB, & rectangulo diametrorum Ellipsis NA, in quadratum NY; vt posterior factus ad priorem, sic est corpus coni NGY ad corpus ſegmenti GNA. Poteſt etiam quodq; ſeorſim computari; vt GNA, ducta altitudine GZ in planum Ellipſis NA, prodit triplum corporis GNA.

In ſpecie ſi planum ſecans parallelum fuerit baſi Ny: proportio corporum, ſegmenti & totius, erit triplicata altitudinum vel radiorum in baſibus circularibus, vel ſeſcuplicata planorum.

Nimirum quia hoc pacto ſegmentum verticale, & conus totus fiunt ſolida ſimilia. Multiplicatis igitur cubice ſingulis ſeorſim vel altitudinibus vel radijs baſium, erit vt numerus cubicus major ad minorem, ſic Conus totus ad ſegmentum. Aut ſi ſola plana baſeon nota eſſent, quæruntur illorum radices, multiplicanturq; in illa.

Quod Truncos attinet, facilis eſt ex dictis, illos inquirendi Methodus. Ex vno enim modorum præmiſſorum computatur & conus veluti totus, & ſegmentum verticale deficiens, ex data vel altitudine vel baſis radio. Quod ſi neſcitur ejus, vt deficientis, altitudo, ſi quidem eâ fuerit opus, quæritur ex comparatione baſium Trunci cum altitudine; vt enim differentia Radiorum in baſibus, ad altitudinem (ſi Truncus ſub planis perpendicularibus fuerit) ſic radius baſis minoris ad alitudinem ſegmenti deficientis; ablato igitur corpore ſegmenti deficientis à Cono toto, relinquitur corpus Trunci quæſitum.

In his verò Truncis, qui ſub parallelis baſibus continentur, rurſum eſt brevior methodus vt prius. Nam quia baſes talium Truncorum ignorari non poſſunt, earum diametri (quælibet in ſeipſam) multiplicantur cubicè, & ablato cubo minori à majori; erit vt maximus ad differentiam, ita Conus totus ad Truncum.

CLAVIVS alium docet modum, ingenioſiorem quidem, ſed & difficiliorem, vt mihi videtur. Non minus enim quàm ſuprà, computanda eſt area baſis vtriuſq; & jam hoc inſuper accedit, quod quærenda eſt area medio loco proportionalis inter planum vtriuſq; baſis. Id autem fit vel multiplicatione & diviſione numerorum prolixorum; vel duabus extractionibus radicum, earumq; multiplicatione: tunc addenda omnia tria plana, & ſumma in altitudinem Trunci multiplicanda. Atqui ex radijs circulorum qui requiruntur ad inveſtigationem arearum, multò faciliori negocio poteſt haberi quicquid quæritur.

Cùm autem Truncorum Conicorum, qui fiunt plano ad axem recto, multiplex ſit vſus, & præſenti materiæ cum primis neceſſarius, ob doliorum figuram; ſubjungam hic pulcherrimum Theorema, & compendium exoptatiſſimum; etſi demonſtrationem cognationis cauſà differo deorſum in Supplementum Archimedeæ Stereometriæ, & Th. XXII. Dividitur autem Truncus in medium Cylindrum & circumjectam ei conicam veluti Tunicam, qui ſegmentum eſt Coni diſſimile ſuperiorum, ſc. ſuperficie Cylindricâ factum: Ergo ſi tres Diametri, duæ baſis minoris, una majoris, extendantur in vnam rectam: erit ut rectangulū ſub tota & ſub differentia baſium, ad triplum quadrati baſis majoris uel minoris, ita corpus Tunicæ ad corpus Cylindri vel majoris uel minoris.

Ergo

Ergo duplum minoris adde maiori, summam duc in differentiam maioris & minoris, pro Tunica: deinde minorem quadra, quadrati triplum sume pro Cylindro inscripto; summam & huius & illius pro toto Trunco.

Vt si sint basium diametri 3, 5, differentia 2, ad bis 3, adde 5 fiunt 11, quæ duc in 2, fiunt 22 pro tunica, Et quadratum de 3, est 9, cujus triplum 27, est pro Cylindro: Ergo 49 pro Trunco, in quacunq; proportione altitudinis. Sed hæc per sequens Theorema, ejusq; Corollarium fient adhuc compendiosiora.

THEOREMA XVII.

Segmenta Cylindri recta, parallelis axi superficiebus rescissa, sunt inter se, vt segmenta basis.

Nam Cylinder est hic veluti circulus aut Ellipsis corporata; quare hic idem illi accidit, quod figuris hisce in basi, in sectione eadem. In Schemate VIII. planum EFQX est parallelum axi DH. Ergo vt portio circuli EFI vel XQG, ad portionem EFA vel XQB: sic portio Cylindri IFIXV ad portionem EFABX. Vide Coroll. Th. II.

Segmenta vero, plano per axem transeunte, dummodo non secet alteram basium, sunt vt segmenta axis inter se.

Nam Cylinder rectus, sectus plano ad axem recto, est veluti linea corporata, & quidem cylindrico corpore prædita: quare accidit illi idem quod lineæ Alia verò segmenta per axem, æqualia sunt Cylindris eâdem axis longitudine. Nam quantum ex vno latere Cylindri deficit segmento, quo minus sit rectum; tantum ei accedit ab altera parte; quod in sectione coni non fit, ob inæqualem eius crassitiem. In Schemate VIII, plana PS I rectum, LSV obliquum ad axem GB, secant illum communiter in R: vt igitur GR ad RB, sic non tantum portiones rectæ KT ad TN, sed etiam obliquæ LVK ad VNL. Quantum enim ipsi LVK deficit à partibus L, scilicet LRT, tantum ei superest ex partibus V, scilicet VRP, simile ipsi LRT.

Segmentum segmenti Cylindracei, quale cernitur in Schemate XIV. secuturo, literis GST, contentum scilicet tribus superficiebus, semicirculo GT, semiellipsi GS planis, & curva Cylindricâ VTS; sic, vt sectionis planorum linea perpendiculariter incidat in G punctum axis HF; hoc inquam segmentum habet se ad totum Cylindrum TY æquealtum vt 7. ad 33. vel 14. ad 66. ferè, ad segmentum verò HGS residuum ad semicylindrum HGTS, (plano scilicet per axem HG ducto rescissum) vt 14. ad 19. Nam infra in supplemento Archimedæo demonstrabitur hoc de vna specie Cylindri, quando scil. eius altitudo æquat circumferentiam basis, Theor. XIX. XX. XXI. At cùm non tantum totus globus sit æqualis toti semi-cylindro, & totum strictum toti segmento Cylindri, vbi vertices ellipsis sectricis tangunt bases: sed etiam

 partes

partes globi & ſtricti æquales, ſecundum aliquotam circumferentiæ partem quibus ſunt proportionales, ſint æquales partibus ſegmentorum ſemicylindri & Cylindri dictorum, ſecundum eandem quotam altitudinis, vi ejuſdem explicationis corporum rotundorum in rectum; ſequitur vt & ſegmenta iſta ſegmentorum, quorum vnius baſis eſt circulus, alterius ſemicirculus, ſint altitudinibus ſuis proportionalia, & ſic inter ſe in omni altitudine retineant proportionem eandem quæ eſt totorum, ſc. 7. ad 33. Quibus vero baſes non ſunt circulus & ſemicirculus, ſed alia circuli ſegmenta, illa miſcent proportionem baſium huic proportioni 7. ad 33. Itaq; etiam de his cylindraceorum ſegmentorum ſegmentis valet axioma, non minus quam de conis & pyramidibus, quod quæ inſiſtant eidem baſi, ſint inter ſe vt altitudines.

Deniq; Cylindri per aliam ſuperficiem cylindricam eodem axe ſecti limbus exterior, dividitur à ſuperficie conica, cuius ſunt baſes, infera circulus amplior, ſupera anguſtior, in duo novæ ſpeciei ſegmenta circularia, quorum interius Th. priore Tunicam appellavimus, puta cylindri anguſtioris.

Horum igitur Limbi ſegmentorum proportio inter ſe eſt, quæ duarum medietatum Arithmeticarum, quæ conſtituuntur inter diametrum minorem & diametrum maiorem.

Diviſo enim numero, puta diametri majoris, in partes duas, in diametrum minorem & in exceſſum, factisq; quadratis, tam à minore, quam à majore, majus quidem quadratum continebit partes quatuor, I. quadratum minoris, II. quadratum differentiæ, & III. IV. rectangula duo ſub minore & differentia. Triplicatis deinde quadratis, exiſtent pro majoris triplo, tria minoris, tria differentiæ, & ſex rectangula. Et hæc tria quadrata differentiæ cum ſex rectangulis ſunt differentia tota quadratorum triplicatorum. Quare vt quadrata ad ſuos circulos, adq; cylindros æque altos, ſic hæc differentia ad limbum cylindricum totum. Atqui Th. antecedenti differentiam juſſi ſumus multiplicare in vnam majorem & duas minores, id eſt, in ſeipſam & in tres minores, pro parte limbi interiore, quæ Tunica fuit indigetata. Ablato igitur quadrato differentię vno & tribus rectangulis, à quadratis tribus & ſex rectangulis, reſtant quadrata differentiæ duo & tria rectangula, pro reliquo limbi. Eſt autem trium rectangulorum & vnius quadrati, ad tria rectangula & duo quadrata proportio eadem, quæ trium minorum cum vna differentia ad tres minores cum duabus differentijs, eademq; quæ vnius minoris cum parte tertia differentiæ ad vnam minorem cum duabus tertijs differentiæ. At ſi ad minorem addis primo partem vnam, pòſt partes duas differentiæ, conſtituis duo media arithmetica inter minorem & majorem. Atq; id eſt quod propoſueramus.

Corolla-

Corollarium I & Praxis.

Hinc facile habetur proportio Trunci conici ad Cylindros, Trunco inſcriptum & circumſcriptum. Inter diametros conſtitue duo media arithmetica, & multiplica differentiam totam diametrorum in horum minus pro Tunica, quam indue Cylindro minori, hoc eſt adde quadrato ejus diametri, pro Trunco. Ecce exemplum.

Sint diametri 3. 5, Differentia 2. quæ non communicat cum ternario
Ergo ſubſtitue triplos 9. 15 Differentia 6. Quia eadem manet proportio.

Ergo diameter minor	Duo media Arithmetica	Diameter maior	Cyl. minor 81
9.	11. 13.	15	Tunica 66
9	Dif. 6. 6	15	
81.	66. 78.	225	Truncus 147
Pro Cylindro inſcripto	Pro tunica. Pro reſiduo Limbi	Pro Cylindro circumſcripto.	Reſiduum limbi 78
			Cyl. maior 225.

Aliud Exemplum

Diametri
5. 7. 9. 11
5. 6.
Cyl. 25. Tun. 42 — Truncus. 67

Aliud exemplum

Diametri
19. 20. 21. 22
19 3
Cyl. 361. Tun. 60 — Truncus 421

Vel quod eodem recidit,

Multiplica diametros inter ſe, multiplica etiam differentiam in ſui partem tertiam, & adde factos; provenit Truncus in ea dimenſione, vt cujuslibet diametri quadratum valet ſuum Cylindrum. En ſuperiora tria Exempla

9	6	9	5	6	5	19	3	19
15	2	9	11	2	5	22	1	19
135	12	81 Cyl.	55	12	25 Cyl.	418	3	361 Cyl.
12		minor	12		minor	3		minor.
147 Truncus			67. Truncus			421. Truncus.		

Corollarium II.

Segmenta limbi cylindri maioris circa minorem, ſuperficie conicâ facta, ſtantia ſuper eâdem baſi, non minus quam cylindri ipſi, adeòq; & Trunci toti ſub ijſdem baſibus circularibus parallelis, ſunt in proportione ſuarum altitudinum.

Etſi verò ſuperior baſis non fuerit inferiori parallela, nec circulus, ſed Ellipſis ad axem obliqua: nihilominus bina limbi ſegmenta, exterius & interius, ſunt in proportione illarum altitudinum, quas habet Ellipſeos centrum & diameter minor, eademq; diameter cylindricæ baſeos rectæ. Itaq; non de nihilo eſt, quod Th. præcedenti, portionibus conicis, obliquo ad axem plano reſectis, quæſivi methodum dimenſionis à diametro Ellipſis longiore. Etſi ſuperficies talem limbum inæquabilis altitudinis diſpeſcens, non eſt Coni recti, cui ſit idem axis cum Cylindris, ſed coni ſcaleni.

Apoſtrophe ad Patronos.

CVM LIBELLVS iſte manuſcriptus per menſes ſedecim apud librarium Augustanum delituiſſet, commendatus illi ab eximio illo Germaniæ noſtræ decore, meiq; dum viveret, amantiſſimo Marco VVelſero; neq; tamen typis excuderetur, vt erat mihi facta promiſſio: vix tandem, VVelſero jã rebus humanis exempto, libellum meũ extorſi detentori, poſtliminioq; recepi.

Ex eo tempore conſilium cepi, libellum, quamvis in magna operarum penuria, excudendi domi: qua occaſione poteſtas mihi facta fuit, non correctiorem tantum, ſed & auctiorem, quam erat initio conſcriptus, extrudendi. Nec diffiteor, temporis aliquantũ ſubtractum ſtudijs cæteris, impenſumq; huic ſpeculationi; nec pœnitet jacturæ. Nam fieri nequaquam poteſt, vt immortalitatis fructum metat labor, qui ſementem temporis fecit nullam.

Et cenſuiſti Tu quidem, Ill^ris^ & G^ſe^ L. B. IÖRGERE; quæ de figuris ab Archimede non tactis, ad rationes tamen doliorum propriissimè pertinentibus, affecta tantum audiebas, vti nequaquã omitterentur, quin potius operi subjungerentur, appendicis loco.

Ego verò & perfeci potissimam eorum partem; vt quod demonstrationes attinet, parum, quod vsum, nihil ad perfectionem supersit: & tractatum in ipsum libellum hic inserui suo loco, cumq; partibus cæteris ita connexui, vt non appendix cauda, sed caput aut cor speculationis totius, vt est quidem, videri possit: quod & Te, L. B. IÖRGERE, & multò maximè Te, ILLVSTRISSIME DOMINE DE LIECHTENSTEIN (cujus in hac Philosophiæ parte exercitationes assiduas, facultatemq; comparatam egregiam judicandi, ex quo Te primùm in præfatione libri sum allocutus, multò nunc rectiùs & copiosiùs habeo cognitam & perspectam) vbi tempus ad isthæc cognoscenda vacaverit, ipsos censituros existimo. Valete & fruimini. Id. Iulijs Anno 1615.

Supplementum ad Archimedem.

DE STEREOMETRIA FIGVRARVM CONOIDIBVS ET SPHÆROIDIBUS proxime ſuccedentium.

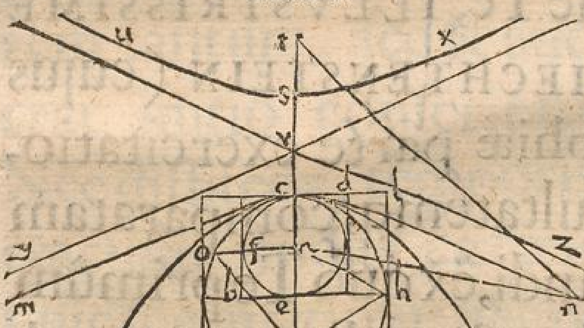
Huc uſq; Archimedes & Geometræ veteres progreſſi ſunt, inquirentes Naturam & Dimenſiones figurarum ordinatarum rectilinearum & curvilinearum, quæq; ab ijs ſolida proximo gradu gignuntur.

Cæterùm quia figura Dolij longius à Regularibus excurrit, operæ precium me facturum putavi, ſi geneſin illius & cognatarum, gradusq; cognationis earum cum Regularibus, eâdem quaſi Tabella comprehenſas ob oculos exhiberem, cùm vt demonſtrationes ſecuturæ plus lucis haberent: tum verò etiam, vt induſtriam Geometrarum hujus ætatis excitarem, portisq; ſpacioſiſſimi agri Geometrici panſis, quæ ad huc in eo excolenda, quę indaganda reſtent, præconio meo promulgarem.

DE SECTIONIBVS CONI, ſolidorum genitricibus.

Sectiones Conicæ curuæ ſuperficiei, quæ uaria ſolida progignunt, hac vice conſideranda, quatuor ſunt curvilineæ; quas hic in Schemate exhibeo inter ſe comparatas. Nam omnis hujuſmodi ſectio aut Circulus eſt CFE, aut Parabole PCQ, aut Hyperbole MCN, aut Ellipſis CHI.

Schema X.



Harum figurarum cauſa ſimplicitatis hic eſt ordo, vt primus ſit circulus. ſequatur Ellipſis, inde Parabole, vltimo loco ſit Hyperbole. Inter has duæ primæ in ſeipſas redeunt, Circulus & Ellipſis: duæ verò poſteriores figuræ, Parabole & Hyperbole ſic ſunt comparatæ, vt in infinitum, ſi continues, excurrant, ſemper quidem ad rectitudinem magis atq; magis accedentes; nunquàm verò eam penitus aſſequentes; & id hoc diſcrimine, quòd brachia Paraboles CP, CQ, vni rectæ CI, adeòq; inter ſe ipſa etiam, magis atq; magis fiunt parallela, quamvis interim infinito intervallo ab invicem diſcedant: brachia verò Hyperboles CM, CN ſequantur ductum duarum Rectarum RY, RZ, concurrentium in R, eoq; verſus Y. Z. in infinitum ab invicem diſcedentium;

quæ brachijs Hyperboles ſemper approximant magis magisq;, nunquam tamen cum ijs concurrunt; à qua proprietate, Rectæ RY, RZ dicuntur Aſymptoti.

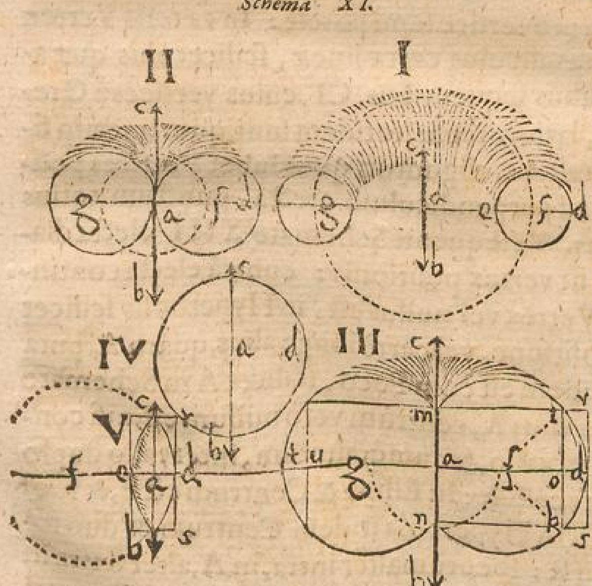
Rurſum ex vtraq; biga eſt vna, quæ ſola ſuam implet ſpeciem, ex finitis quidem circulus, ex infinitis Parabole: Ellipſium verò illinc tot ſunt formæ, quot poſſunt eſſe formæ rectangulorum parallelogrammorum LK: Hyperbolarum hinc formæ tot, quot angulorum YRZ, à binis rectis RY, RZ formatorum. Sanè quia, vt circulus CE ſe habet ad circumſcriptum quadratum vniforme DB, & vt Parabole PCQ, ad Axem ſeu rectam CI vnicam, ſic Ellipſes CI, ſe habent ad Rectangulorum LK, Hyperbolæ MCN ad Concurrentium rectarum YR, ZR, ſpecies infinitas, quælibet ad ſuam.

Et nota propter deſcriptionem figurarum, quod ſicut in circulo omnia intervalla AC, AF, AE, inter ſe ſunt æqualia, ſic in Ellipſi bina ſemper intervalla AC, OG, non à centro E, ſed à duobus Focis A, G, æſtimata, binis quibuscunq; AH, HG, vel AC, CG, vel AI, IG, ſunt æqualia. In Parabola, cujus focus A, ducta quacunq; KI in eodem plano, rectâ ad axem GI, rurſum binæ lineæ AC, GI. binis quibuscunq; alijs vt AO, OK æquales ſunt. In Hyperbola, cuius focus vnus A intus, alter T. exterius, & circa eum figura ſimilis VSX, intervalla bina cuiusq; puncti, ut N, & focorum A, T, ſemper vnam & eandem habent differentiam CS, lineam inter vertices C, & S, &c. Vide plura paulò infra de figurarum ſolidarum numero.

De modis Geneſeos.

Porro ex circumductu circulari quatuor harum planarum figurarum (de alijs enim formis hac vice non loquimur) creantur infinitæ ſolidorum formæ, quarum ſuperficies non, vt Coni & Cylindri, altrinſecus rectilineæ, ſed quaquaverſum curvilineæ ſunt, ſecundum magis tamen & minus.

Schema XI.



Circumactûs autem ſpecies generaliter ſunt quinq;, ſed quę minutius poſtea ſubdividuntur, cùm ad figuras magis compoſitas ventum fuerit. In adjecto Schemate expreſſæ ſunt hæ ſpecies vtcunq;. Nam j. Axis CB, circa quem figura eſt circumagenda, vel longius ſtat à centro F. figuræ ED circumducendæ, quàm vt concurrat cum figura. Tunc figura DE directè circumacta in circulum FCG, cum latitudine ſua erecta, creat Annulum, in quo spacium est intermedium, cuius centrum A. II. Vel tangit axis iste geneseos, vt AB, figuram FD circumagendam; Tangat in A, & manente puncto circumferentiæ A, totus circulus circa CB circumagatur: tunc figuræ gignuntur, quas possis Angulos strictos apellare. III Vel secat axis geneseos figuram circumagendam extra medium, vt si maius circuli segmentum MDN circa sectionem MN, sit circumagendum, ita ut centrum F per G transeat, gignitur autem figura in duobus locis oppositis cava, scilicet circa M & N, quæ Mali fructus arborei forma est. IV. Vel transit axis geneseos per ipsum centrum figuræ, vt si semicirculus CDB circa manentem diametrum CAB sit circumagendus; & tunc gignitur Sphæra seu globus perfectus. V. Vel deniq; secat axis geneseos figuram circumagendam intra medium, vt si residuum seu minus segmentum CDE de circulo MDN, sit circumagendum circa sectionem suam CAD: & tunc gignitur figura, in locis duobus oppositis acuta, quam à Citrij mali figura possis denominare.

DE FIGVRARVM NVMERO & differentijs.

Quod si tres figuræ reliquæ, sectione Coni ortæ, tam essent simplices, quàm circulus, de quo hactenus: figuræ solidæ his V. modis procreatæ essent in vniversum Viginti, à qualibet earum, vt hactenus à circulo, quinq;, pro quinq; modis Creationis circularis. Sed propter mixtam reliquarum figurarum Naturam, Vicenarius iste solidorum numerus ad Nonaginta extenditur.

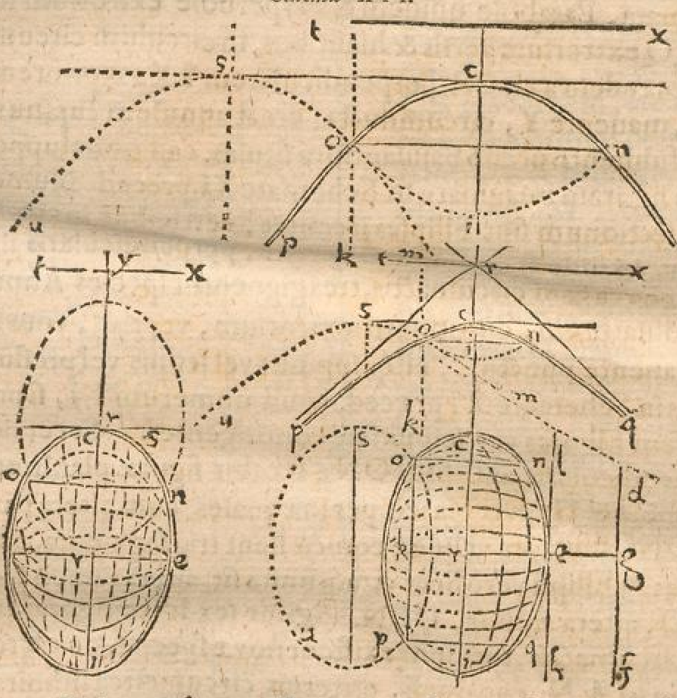
Cûm enim figuræ tres propriè dictæ Conicæ, non sint vndiq; similes: fit vt quæ respectu circuli vnica est linea, pro axe geneseos assumpta, respectu harum figurarum fiant diversæ, punctum in Circulo vnicum, diversa puncta sint in cæteris. In circulo Vertex vno & eodem modo dicitur, & omne circumferentiæ punctum pro vertice sumi potest: In cæteris Vertex primarius est, non nisi extremitas alicuius certæ lineæ, scilicet eius quæ axis dicitur, quæ est in figuris duabus sequentibus, CI, cuius vertices à C repræsentantur: contrà Vertices, latiore sensu, totidem sunt, quot lineæ in figura pro axe geneseos, vel ei parallelis, eliguntur; quos lubet Vertices positionis appellare, quia lineâ tali ad perpendiculum erecta, punctum totius figuræ altissimum, sit vertex ejus. Vt sequenti Schemate XIII. electa diametro OS pro axe geneseos, A fit vertex positionis: contrà electa contingente EF in axem geneseos, Vertex vel nullus est, in Hyperbolis scilicet obtusangulis, & certa earum positione, vel certè longe alius, quàm A, puta circa O. In circulo Centrum idem est cum Foco, scilicet A in Schemate X. præmisso: In Parabola Focus vnus A, centrum verò nullum est; nisi concipias, centrum eius infinito intervallo, focumq; alterum, intervallo duplo majori, in linea CI, à Vertice C, recessisse: In Ellipsi & Centrum est E, & foci duo A. G. omnia intra figuram: In Hyperbola itidem Centrum & duo foci; sed centrum extra figuram in R; focorum alter intra, in A, alter extra in T. qui est respectu VSX sectionis oppositæ, intra illam. In circulo diametri omnes pro axe sunt, in cæteris sæpe aliud axis, aliud diameter, vt aliud est species, aliud genus.

Et

Et in Parabola quidem (vt redeamus ad Schema XIII. sequens) diametri omnes æquidistant, vt CI, OS, HA. in Hyperbola verò atq; Ellipsi omnes per centrum figuræ R traducuntur, quod est in Hyperbola extra, in Ellipsi intus in medio. In circulo æquales sunt omnes diametri; in Ellipsi differunt longitudine, ut CI, OS; in Parabola & Hyperbola non est earum finita longitudo. In circulo & Ellipsi omnis lineam tangens habet æquidistantem sibi diametrum. in Parabola & Hyperbola, quæ tangenti cuicunq; æquidistat, vt PK ipsi FE, diameter figuræ esse non potest. Secundum horum igitur punctorum linearumq; differentiam figuræ planæ circumactæ, varias etiam, & re quidem semper, plerunq; verò etiam ad oculum differentes species solidorum procreant: quas sigillatim recensere non pigebit, non tamen repititis quinq; speciebus ex circulari Coni sectione ortis, quæ singulæ familias singulas ducunt jam sequentium, quasdam interim communes habent clientelas.

Incipiamus ab iis in quibus desijt Archimedes, & sit in Schemate adjecto, axis figuræ CI; circa quem figura PCQ circumagatur, sic vt manente CI, punctum N, per punctum O transeat, Q per P. Creantur igitur solida duo Conoidea, Parabolicum & Hyperbolicū, & Sphæ- 1.
roides longum seu 2.
figura Ovi: cuius 3.
vertices C, I; circulus amplissimus ERK; de quib⁹ Archimedes libro de Conoidib⁹ & Sphæroidibus. Modus genesios est è Numero IV, idem qui globi. Species sunt 3. numero linearum.

Schema XII.



Sit jam axis geneseos non ipse axis figuræ CI. sed ei parallelus. Erit igitur vel extra figuram, vt in DF, vel contingens eam, vt LH contingens in E: quæ duo in sola Ellipsi locum habent. Nam in cæteris, omnis linea parallela axi in eodem plano, secat figuram continuatam. In Ellipsi igitur, manente DF, & totâ figura NOPQ in distantia centri RG circumlata, gignitur annuli species, quem arduum dixeris: similis est serto puellarum rusticarum, quippe spacium habet in medio. Sic manente LH & puncto con- 4.
tactus E, tota itidem figura NOPQ circumlata, fit solidum ejusdem no- 5.
minis, sed sine spacio in medio, hoc est annulus strictus. Vtranq; imaginare tibi in Schemate XI. ad Numeros I. II. sed pro circulis sectionum intellige Ellipses erectas.

 Vel

Vel erit intra figuram axis circumductionis; sit OK, & consistat vel
citra CI axem figuræ, sic vt axis CI cum portione figuræ majore OCQ circa
OK agatur, & manente O, vertex C per S transeat, & Q per V: tunc Pa-
6. rabole & Hyperbole, magis ista, figuras faciunt QCOSV, montis Ætnæ si-
7. miles, propter cavitatem ejus in vertice, quam Græci vocabulo Graterum
8. celebrant: Ellipsis verò figuram hoc pacto creat similem Mali Coronei,
quam imaginaberis in Schc. X I. præced. apud Numerum I I I: sed pro con-
fertis circulis sectionis intellige confertas Ellipses erectas, vt in Schem. XII.
Consistat etiam dicta OK vltra axem figuræ CI sibi parallelum, sic vt PO
minor pars figuræ, quæ axem non habet, circa manentem OK circumagen-
9. da sit: tunc à Parabola atq; Hyperbola species quædam nascuntur Cornuum
10. rectorum MNP, quorum alia sunt acuta alia obtusa, vt in pecudibus quan-
11. do primùm conscant cornibus. Ellipsis verò dat OQ figuram Olivæ vel
Pruni, similem illi Numero V. Schematis præmissi X I.
Iam omisso axe CI, succedat ejus perpendicularis in eodem plano,
12. & sit primùm extra figuram vt TX. Ergo circum TX actæ figuræ, solida
13. creant annularia ordinata, Parabole quidem & Hyperbole extrorsum in-
finita, brachijs CP, CQ extrorsum versis & hiantibus, in circulum circum-
14. latis. Ellipsis verò circa talem axis CR perpendicularem TX exteriorem,
intervallo centri RY, manente Y, circumducta, creat annulum supinum
seu sessilem, similem fulmento presso bajulantium situlas, capitibus suppo-
sitis. Rursum hanc figuram imaginare in Schemate XI, preced. Nume-
ro I. sed pro circulis sectionum sint Ellipses jacentes, verticibus invicem
obversæ. Contingat exinde figuram in C vertice, perpendicularis ista
axis, sitq; CS; & figuris circa eam circumactis, tres gignentur species Annu-
15. lorum strictorum ordinatorum, duo infiniti extrorsum, vt prius, vnus fi-
16. nitus ab Ellipsi CI, manente puncto C, estq; supinus vel sessilis vel pressus,
17. vt prius; imaginandus in Schemate X I præced. apud numerum I I, si pro
circulis sectionum essent Ellipses verticibus sese contingentes. Secet de-
niq; figuram ista perpendicularis axi, sitq; ON: secabit figuræ planitiem
in partes duas, in Parabola & Hyperbola semper inæquales, cum altera pars
PONQ infinita sit, ONC finita, ita vt lineæ conicæ fiant tria segmenta, duo
infinita, vnum finitum; in Ellipsi verò licet vtraq; finita sit, altera tamen ple-
runq; major est, NIO, altera minor, OCN. Igitur sex hisce figurarum
segmentis circa ON circumactis, totidem existent novæ species, duæ circa
18. medium vtrinq; (sc. in O. & N) excavatæ, exterius circumcirca infinitæ,
19. quippe à partibus infinitis PONQ, circa ON circumactis, vna quæ est ab
Ellipseos segmento maiori, lenticularis, supra & infra vmbilici forma. Pro-
20. venit tali forma genus quoddam Melonis sessilis minuti, qui totus editur:
proveniunt tali forma superius etiam boleti aliqui. Hanc in Schemate XI.
præcedenti, Numero I I I, apud figuram Mali imaginare, sed pro confertis
circulis sectionis, intellige confertas Ellipses eodem axe, vt in Schemata præ-
senti XII. Deniq; minoribus figurarum partibus ONC, tres reliquæ figuræ
21. solidæ fiunt, aspectu similes inter se reipsa diversæ; Ellipticam quidem
22. OCNI à Pruno crasso, Parabolicam verò & Hyperbolicam OCNI à Fusis
23. distinctionis causâ non ineptè denominaveris. Atq; hæ duæ, præsertim
illa,

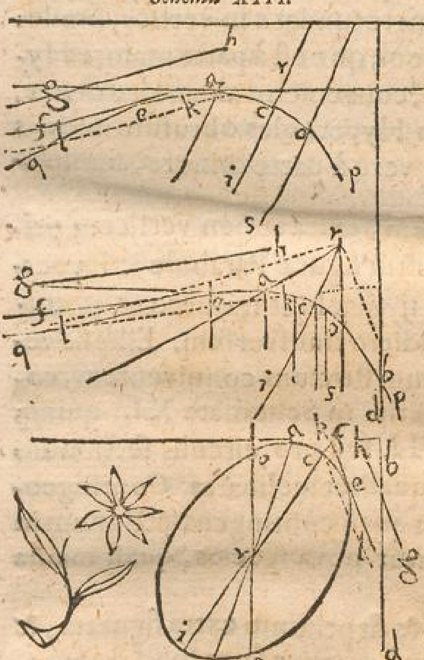
illa, quæ eſt ab Hyperbola multùm obtuſangula, præcipuè ſunt notabiles: Fiunt enim figuræ verticoſæ, cum ventre circulari, rotunditatis conſpicuæ, reliquo corpore verſus vertices vtrinq; magis ad Conorum rectitudinem accedente. In his erit nobis quærenda genuina figura dolij, prælectis verticibus O, N.

Dictum eſt, in hac forma ſectionis, ſegmenta Ellipſeos non ſemper eſſe inæqualia. Cùm ergò hæc axi perpendicularis per centrum figuræ R tranſit, quam axem vel diametrum rectam & breviorem appellant, tunc figuræ dimidium, circa hanc ERK circum actum, ſic vt manente E, vertex C per I traducatur, creat alteram ſpeciem Sphæroidis lati, cuius vertices in E, K, circulus ampliſſimus CRI, de quo itidem Archimedes. 24.

Huc vſq; recenſere & diſtinguere figuras ſolidas ſuffeciſſet ad Dolia vinaria. At cum prædixerim, me in hac ſpeculatione paulò longius vltra libelli hujus metas proſpicere; adjungam cognationis cauſa etiam reliquas ſolidorum ſpecies.

Succedat igitur in præſenti Schemate XIII. pro axe CI alia quæcunq; diameter OS, & in ea ſtatuatur axis geneſeos. Hîc Ellipſis quidem ſecatur

Schema XIII.



per centrum R, in duas medietates ſimiles, quarum vtralibet circumducta circa OR manentem, creat formam Pyri, quæ iure cognationis poſtulat adiungi Malis & Cotoneis & Prunis, vt conſtet his bellariis ſua integritas. At reliquæ duæ figuræ ſecantur in partes diſſimiles inter ſe, vtraſq; infinitas, ſed in Hyperbola obtuſangula caſus duo ſunt: Nam aut ſecatur angulus obſus ab electa diametro in duas partes acutas, aut vna ſola pars eſt acuta, altera obtuſa vel recta. Partes igitur figurarum, excepto caſu vltimo, circumductæ creant figuras, quæ ad oculum nihil differunt à Crateribus & Ceratoidibus, Numeris 6. 7. 9. 10. inſignitis; etſi reipſa diverſæ ſunt, ob axis CI circumvolutionem, hic conicam illic cylindricam, totiusq; hic partis generantis obliquitatem. 25. 26. 27. 28. 29.

In obtuſa verò ſectione anguli obtuſi Hyperboles, pars maior figuræ circa talem diametrum circumducta addit vnam ſpeciem, veriùs non ſpeciem. Nam & deorſum & extorſum infinita eſt (niſi, vt in omnibus talibus, ſuperficie conica vel cylindrica, quæ oritur ductu rectæ, finem ei ſtatuas (caretq; Vertice, ſed eius loco, eſt in medio in vmbilicum depreſſa, circà aſcendit ſurſum leniter, idq; ſine termino. 30.

Pro diametro OS ſumatur ei parallela BD, quæ in Ellipſi non habet ſeparatam conſiderationem à parallela lineæ contingentis, quippe omni diametro reſpondet ſua parallela contingens figuram. Reſtat vt illam pa- allelam applicemus reliquis duabus figuris; ſit igitur vel extra figuram vel

 intra.

intra. Extra esse in Parabola & Hyperbola non potest, cum omnes diametri parallelæ figuram continuatam intrent. Ducatur igitur aliqua diametro OS parallela, intra figuras has duas. Rursum autem in Parabola linea quæ est diametro parallela, ipsa quoq; est diameter, nihil hinc gignitur novi. In Hyperbola sola casus iste locum & considerationem separatam habet: quam cum diameter OS in duas dissimiles secuerit partes, jam hæc Parallela ipsi OS vel in minori eius parte ducitur, vel in maiori. Ducatur in minori & sit BD, secat igitur & ipsa figuram in partes magis adhuc dissimiles,
31. 32. quarum maior creat aliquid Craterum Numero 7. simile, aut infiniti Nu-
33. mero 30. minor simile Ceratoidum, Numero 10. Ducatur jam in maiori parte OQ, aliqua ipsi OS diametro parallela; quod in Hyperbolis acutangulis habet casus quinq; Nam aut inter diametrum dividentem & verticem primarium ducitur, vt inter C, O. aut per ipsum verticem primarium C, aut inter vertices duos, primarium C, & positionis A, aut vltra verticem positionis A Sed in obtusangulis Hyperbolis vertex positionis non datur. In vno quolibet casu secatur figura in duas dissimiles partes. Species igi-
34. 35. tur nascuntur tredecim, quarum quatuor sunt similes Craterum, Nume-
36. 37. ro 7. tres similes figuræ cavæ Numero 30. quatuor similes Ceratoidum
38. 39. Numero 10. quippe acutæ: duæ residuæ sunt rotundatæ in vertice, similes
40. Conoidi Hyperbolico, numero 2. vna quidem, quæ est à parte maiore Hy-
41. 42. perboles vel acutangulæ, vel si obtusangula, convenienti diametro divisæ,
43. 44. vt dictum (debet enim illa secare angulum Hyperboles obtusum in duas
45. partes acutas) similis est obtusangulo, quæ verò à parte minore, similis a-
46. cutangulo Conoidi.

Vltima linea sit, Contingens sectionem, extra tamen verticem primarium C, vt EF. circa quam si circumagantur figuræ Parabole & Hyper-
47. 48. bole, duas gignunt species infinitas, similes ijs quæ sunt numero 15. 16. minus tamen ordinatas, infinitas enim se extendit in transversum. Ellipsis ve-
49. rò circa hanc EF circumducta gignit annulum strictum conniventem, cognatum illi Numero 17. quem imaginaberis in Schemate XI. quinq; modorum circumactus, apud numerum II. sed pro circulis sectionum concipe Ellipses ad mutuum contactum æqualiter inclinatas. Contingentibus accenseri posset Asymptotos, est enim quasi contingens sectionem in
50. puncto infinitùm distanti: & hic consideratur nova species, quasi media inter annulares laxas & strictas.

Sit pro contingenti, eius parallela, & sit primum extra figuram, & circa hanc velut axem circumagantur figuræ; quatuor fiunt solidorum annulorum species, ex Parabola & Hyperbola infiniti in transversum, quo-
51. rum dorsum in Parabolico semper circulariter eminet, in Hyperbolico
52. quidam eminens dorsum habent, alii extrorsum fiunt altiores, quam quo
53. loco sunt angustissimi, non multum absimiles figuræ numero 13. Ex Ellipsi verò circa GH circumactâ fit annulus finitus connivens, ex altera
54. parte amplior, in forma ferè Tiaræ seu Globi Turcici, si dempseris ei apicem. Hanc etiam imaginare apud primam formam circumactus, vt tamen pro circulis sectionum concipias Ellipses ad se mutuò æqualiter inclinatas.

Parallela Contingenti si fuerit intra figuram, vt LK, secans eam in par-
tes duas, multæ fiunt species, quia etiam casus multi. Vel enim LK non
secat axem intra figuram, vel eum secat. Et si secat, tum vel transit verti-
cem primarium C, vel eum intercipit, excludens verticem positionis cir-
ca O, qui ad erectionem figuræ secundum EF sequitur; si tamen aliquis da-
tur; nam in Hyperbola obtusangula, si LK vel FE cum Asymptoto contra-
ria RB, fecerit obtusum angulum versus figuram, Vertex nullus est : Vel
per hunc positionis verticem transit: vel etiam hunc in parte resecta inclu-
dit. Casus recensui quinq; & omnes in omnibus tribus figuris locum ha-
bent; sectiones ergo quindecim, & bina in singulis figuræ segmenta. Sed
in Hyperbola tria majora trium primorum casuum duplicia, respectu effe-
ctus; aut enim deorsum excurrit infinitas ibi, vt in Parabola, aut sursum.
Solidorum ergo species hinc sunt tinginta tres, quarum tredecem infinitæ 55. 56.
in transversum, & ex his novem vtrinq; in vmbilicum excavatæ, (quarum 6. 57. 58.
cum eminenti labro circulari, vt Crateres Numero 7, sed in hoc diversi, 59. 60.
quod æquiparantur monti etiam subtus excavato; 3. verò sine eminenti la- 61. 62.
bro, quarum non est finita altitudo, similes figuræ Numero 19.) duæ acu- 63.
minatæ, Ceratoides ut Numero 10. & duæ bene rotundato vertice, Conoi- 64. 65.
des, ut Numero 2; quando scilicet linea, circa quam est circumagenda fi- 66. 67.
gura, per verticem transit positionis, ubi is datur. Harum tredecim, quinq;
sunt Parabolicæ, octo Hyperbolicæ. Reliquæ viginti sunt finitæ, & altera 68. 69.
parte crassiores, reliqua tenuiores. Ex ijs enim quindecim (quinæ ex figu- 80. 71.
ris singulis) species sunt in acumen desinentes, novem quidem vtrinq;, ter- 72. 73.
næ ex figuris singulis, quos Nucleos appellemus: tres verò, singulę ex figuris 74. 75.
singulis, à parte crassiori benè rotundatæ, affines ideò Sphæroidi lato; quas 76.
Fragis aut Nuci Pineæ comparare possumus: tres deniq;, singulæ rursum ex 77. 88.
figuris singulis, à parte crassiori cavæ, à tenuiori acutæ, in modum folliculi 79.
Vesicariæ, quam Germani Cerasa Iudaica dictitant, occultè signantes 80. 81.
glandem penis cum præputio. Quinq; verò vltimæ sunt Pyrorum species, 82.
à parte majori Ellipseos, quinq; dictis casibus sectionis hujus, generatæ, 83. 84.
cavæ omnes, tres vtraq; parte, duæ alterâ solum, parte verò reliqua tenui 85.
una rotundata, & Sphæroidi similis; vna acuta, ferè concidens cum Vesi- 86.
caria, ex Ellipseos parte minori nata. Summa Octuaginta septem, quibus 87.
additæ figuræ quinq; ex circulo, veluti capita familiarum, efficiunt formas
nonaginta & duas.

Tot igitur sunt genera figurarum Solidarum à sectionibus conicis in circulum actis resultantium; vt jam segmenta singularum, aut composita à segmentis, seorsim non numerentur. Verbi causa, patina stannea constat plerunq; tribus superficiebus, in fundo, segmento Sphæræ, circùm, cratere Parabolico, limbus verò est ex superficie coni valde obtusi, aut etiam Zona Globi obliqua. Etsi verò complurium dimensiones artificiosæ in idem recidunt; non sunt tamen ignoranda Geometræ discrimina generationis tam multiplicia, ne incautus, circa nonnullarum specialium generalem considerationem, pertrahatur in insidias inexplicabiles. Circa has igitur singulas exerceant se Geometræ, exemplo Archimedis; qui ex hisce, quatuor solas, & quintam, Globum ipsum, considera-

vit:

vit: non quòd vtilissimæ aut communissimæ essent, quid enim hic habet Conoide parabolicum præ Annulo, Malo, Pyro, Pruno, Nucleo sed quod simplicissimæ, & proximæ globo, & ingenio se præberent. Nos in præsens illas tantum contemplabimur, per quas accessus patet ad Fusa Hyperbolica, quorum Trunci sunt nostratia dolia: subijciam igitur de ijs theoremata sequentia.

THEOREMA XVIII.

Omnis Annulus sectionis circularis vel ellipticæ, est æqualis Cylindro, cuius altitudo æquat longitudinem circumferentiæ, quam centrum figuræ circumductæ descripsit, basis vero eadem est cum sectione Annulj.

Intelligo sectionem, quæ fit, plano traducto per centrum spacij annularis, ad superficiem annularem recto. Huius Theorematis demonstratio patet partim ex Th. XVI, & ijsdem elementis institui potest, quibus Archimedes Stereometriæ principia tradidit.

Annulo enim (in Schemate XI.) GCD secto integro, ex centro spacij A, secto in orbiculos infinitos ED, eoq; minimos, quilibet eorum tantò erit tenuior versus centrum A, quantò pars eius, ut E, fuerit propior centro A, quàm est F, & recta per F ipsi ED perpendicularis in plano secante; tantò etiam crassior versus exteriora D: extremis verò dictis, scilicet D, S, simul sumptis, duplum sumitur eius crassitiei, quæ est in orbiculorum medio.

Hæc ratio locum non haberet, si orbiculorum E, D, partes cis & vltra circumferentiam FG, lineasq; per F, G, perpendiculares, non æquales æqualiterq; sitæ essent.

Corollarium I.

Hæc ratio dimensionis valet tam in circulari forma annuli, quam in elliptica ardua, sessili, connivente, tam in laxis annulis, quàm in strictis: quin imò in omnibus annulis, quæcunq; eius, pro circulo ED, existat figura ex sectione eius rectà: dummodò in plano per AD ad annulum recto, sectionis partes cis & vltra F, fuerint æquales æqualiterq; sitæ hinc & inde: Quod explorabimus in figura sectionis quadrata. Sit annulus corpore quadrato, & intelligatur sub ED quadratum. Hic annulus habet rationem dimensionis etiam aliam. Nam est pars exterior Cylindri, cuius basis est circulus semidiametro AD, altitudo DE: huic Cylindro ex Th. XVI. adimenda est medulla, seu Cylinder, cuius basis est circulus semidiametro AE, altitudo ED. Quare quod fit ducta ED in circulum AD, minus circulo AE, æquat corpus annuli plano quadrato creati. Et si duceretur ED in quadratum AD, minus quadrato AE, proportio corporis facti, esset ad corpus quartæ partis annuli, vt est quadratum ad circulum, scilicet 14. ad 11. Sit AE 1. Ergo AD 4. cuius quadratum 16. sed quadratum AE. est 4. Ergo differentia quadratorum est 12. quod duc in altitudinem 2, existit corpus

24. cuius

24. cuius quadruplum 96. vt verò 14. ad 11. sic 96 ad 75. cum tribus septimis, Annuli quadrati corpus. Hæc secundum rationem Th. XVI. At secundum modum præsentem, cùm sit AF 3. FG 6. vt verò 7. ad 22. sic 6. ad 19. minus vna septima: erit ergo hæc longitudo circumferentiæ FG, pro altitudine Cylindri: Et cum ED sit 2, & quadratum eius 4, pro basi Cylindri, duc igitur 4. in 19 minus vna septima, prodeunt 76 minus quatuor septimis. Ecce verum etiam sic theorema.

Theor. XIX. & Analogia.

Annulus strictus est æqualis Cylindro, qui habet basin, circulum sectionis Annuli, altitudinem æqualem eius circuli longitudini.

Valet enim modus iste in omni omninò proportione ipsius AE ad AF, valetq; adhuc in Annulo stricto, ubi circuli EC circumacti centrum F, describit circulum FG, æqualem ipsi DA circumacto. Nam secatur tale strictum ex A, in orbiculos, qui in A habent crassitiem nullam, in D duplam ipsius crassitiei in F, sicut circulus per D. duplus est ad circulum per F.

Corollarium.

Corpus Cylindraceum, quod fit (in Schemate XI) circumacto quadrilatero mixtilineo MIKN, vi ejusdem demonstrationis æquale est columnæ, quæ hoc quadrilaterum habet pro basi, & longitudinem circuli per FG pro altitudine. Limbus verò exterior IKD, cylindraceum exterius ambiens, ut circulus ligneus dolium, planè nihil attinet ad hoc theorema, sed alijs principijs est indagandus.

Analogia.

Rursus autem valet iste modus per omnia corpora seu segmenta Mali (vt & Cotonei) cylindracea, magis magisq; tenuia, donec tandem IK & MN coincidant, quod fit in genesi globi, numero IV. ubi pro duabus MN est IK, est vnica BC, quare in illo corpore primùm cessat in solidum, huius theorematis demonstratio & usus.

Corollarium.

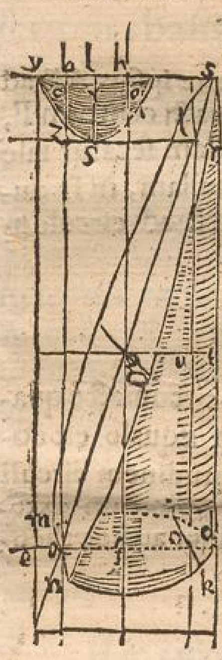
Globus est ad circulum strictum, eodem circulo creatum, ut 7. ad 33. Nam tertia pars semidiametri, ducta in quadruplum circuli maximi, vel duæ tertiæ diametri in aream circuli maximi, creant cylindrum æqualem cubo. At Cylinder æqualis stricto, habet basin quidem eandem; altitudinem verò, circumferentiam. Ergo ut circumferentia ad bessem diametri, 33, ad 7. ita strictum ad Globum.

THEOREMA XX.

Zona Mali componitur ex Zona globi, & segmento recto cylindri, cuius segmenti basis est segmentum, quod deficit in figura, quæ gignit Malum, altitudo vero, æqualis circulo, quem centrum segmenti maioris describit.

Demonstratio. Explicetur corpus Mali ijsdem legibus in Cylindricum segmentum, quibus Archimedes Theor. II. explicauit circuli aream in triangulum rectangulum; & sit AD semidiameter circuli maximi in corpore Mali, ex cuius puncto D, erigatur DS, ejus circuli maximi longitudo in rectum extensa, quæ concipiatur in superficie cylindrica. Nam linea MN est veluti communis acies, ad quam terminantur omnia segmenta solida circularia. Extensâ verò maximi circuli circumferentia in rectum DS, segmenta illa solida circularia simul extenduntur, & fiunt Elliptica MSN, præterquàm primum MDN. Sed clarius elucescet vis huius transformationis in sequentibus. Secetur area MDN lineis parallelis ipsi MN in aliquot segmenta æquelata minima, quasi linearia, & connectantur A. S puncta, & in lineam AS, ex AD diametri punctis, per sectiones areæ factis, ducantur perpendiculares FG, OL. sit autem F centrum, & quæ ex F perpendicularis, secet A S in G, & per G ducatur ipsi FD parallela GT. Sit deniq; O punctum medium sectionis IK, & ex illo perpendicularis OL, secans AS in L, & per L ducatur ipsi OD parallela LR. Cùm igitur figura circa MN circumagitur, nihil ferè creat areola MN, quia minimùm movetur; at eius parallela per F, jam movetur in circulum, longitudine FG, linea per O, in circulum longitudine OL, & sic omnes : & partes corporis cylindracei, per FG, OL signatæ, sunt æquales cylindraceis illis veluti tunicis in Globo, quas gignunt lineæ in circumactu figuræ MDN circa MN : per XVI. Theor. Tota igitur figura, scilicet Cylindri prisma MNDS, constans ex omnium tunicarum corporibus, in rectum extensis, æqualis est toti corpori Mali, ex tunicis constanti.

Schema XIV.



Amplius, cylindraceum corpus super basi IMNK usq; in L, cylindro secto per planitiem, in qua sunt OL & KI lineæ, erit æquale cylindraceo Mali, cui dempta est zona exterior. Et igitur Particula cylindri, resecta per hoc planum, scilicet LSDO, erit æqualis Zonæ Mali.

Cum

Cum autem GT sit æqualis ipsi FD, & sit semidiameter illius globi, cuius maximus circulus est MIKN, & TS sit longitudo illius circuli maximi (quia ut AD ad DS, sic GT ad TS) Prisma cylindri supra GT usq; in S, erit æquale Globo: Et pars GVL similiter erit æqualis cylindraceo corpori globi FD, per circum actum lineæ IK ad FO rectæ, descripti. Et igitur particula cylindri LSTV reliqua, erit æqualis zonæ globi hujus, cuius sectio est segmentum KDI.

Sed ODSL componitur ex VTSL, & ex ODTV, segmento cylindraceo, cuius basis IKD segmentum, & FG altitudo, æqualis circulo, quem F centrum segmenti maioris MIKN describit, si figura circa MN circumagatur. Ergo etiam horum æqualia sic sunt; scilicet, vt zona Mali componatur ex Zona Globi ab eodem segmento descripta, & ex dicto segmento cylindraceo.

Corollarium & Praxis stereometrica.

Malum mensuri, sic agemus. Datam esse oportet longitudinem MN deficientis segmenti apud A, in proportione ad diametrum circuli seu semidiametrum FD. ex qua datur sector MFN ad IFK, per Coroll. ad Th. II. Nam si dimidia MN, hoc est IO, explicetur numero, qualium FD est 100000, MN erit sin⁹ rectus arcus DI; quo dato, datur & OF sinus complementi, & OD altitudo segmenti deficientis, seu sagitta aut sinus versus in tabula sinuum. Multiplicato igitur FO in IO, prodit area trianguli IFK, qua ablata à sectore IFK, relinquitur segmentum IKD, quod duc in circumferentiam semidiametri AF, per Th. præsens, & creabis segmentum cylindri, super basi, segmento circuli, & altitudine FG; quæ est pars vna Mali, pars scilicet Zonæ Mali: aufer autem duplum segmenti circuli ab area circuli, restabit segmentum circuli inter IK & MN; quod duc in eandem circumferentiam circuli per AB descripti: & creabis cylindraceum Mali; quæ est pars altera.

Et quia scitur IK, scitur igitur & IM. Quæro ergò segmentum globi KIM, cuius baseos diameter IM, per Th. XIV; eandem verò basin duc in altitudinem MN, Creabisq; cylindrum sub hoc globi segmento, per Th. III. cui adde duo segmenta globi inventa, conflabisq; cylindraceum globi, inter IK, MN; id aufer à corpore globi noto, per Th. XIII, restabitq; zona globi, cuius sectio IKD; quæ est pars tertia Mali, pars scilicet altera zonæ Mali; tribus vero partibus compositis, totum repræsentatur corpus Mali.

Corollarium II.

Sic zona Cotonei, & zona Cucurbitæ sessilis, componuntur ex zonis, illa Sphæroidis longi, hæc sphæroidis lati, & ex cylindri pressi seu Elliptici segmentis, illa ex planiori, hæc ex dorsuali: quorum segmentorum bases, sunt Ellipseos segmenta, deficientia in figuris, quæ cotoneum & sessilem cucurbitam creaverant: altitudines verò æquales circumferentijs in longum extensis, quas centra figurarum in circumactu describunt.

THEOREMA XXI.

Corpus Citrij est differentia inter Zonam Globi & dictum segmentum Cylindri.

Demonstratio. Nam eodem modo, vt prius, cum figura (superius in Schemate X, Numero V. CDB circa CAB) hic verò in Schemate XIV. IDK circa IOK circumagitur: segmentum areolæ in ipsam IOK terminans, ferè nihil creat, quia penè nihil movetur: at partes remotiores, iam moventur per longitudinem circumferentiarum suarum, donec vltima D, vel ei respondens R moveatur in longitudinem RS, quanta est circumferentia circuli amplissimi per corpus Citrij: ex quibus elementis conficitur, vt corpus Citrij (CDBE, in Schemate XI.) sit hic in Schemate XIV. æquale segmento cylindri LRS. At cùm AD dupla sit ipsius FO, id est GV, erit & OL, dupla ipsius CZ. Corpus igitur ODRL rectum, duplum ipsius VTRI; pars igitur ODTV, æqualis parti VTKL. Sed RLS est differentia inter LSTR, & LRTV, quorum illud æquale Zonæ Globi, hoc æquale segmento Cylindri VDTV. Patet igitur propositum.

Corollarium & Praxis.

Oportet esse datam longitudinem axis Citrij, & diametri circuli maximi per corpus medium. Multiplicato igitur axe in seipsum, & facto diviso per diametrum huius circuli maximi in corpore Citrij, prodit aliquid adjiciendum diametro Citrij: vt hoc aggregatum est ad diametrum circuli 200000, sic axis ad sinum segmenti quod creat citriū: Sic & diameter Citrij ad sinum versum. Ex eo similis, sed tamen brevior, est calculus vna operatione, quàm prius. Non indigemus enim cylindraceo Mali: sed invento primum segmento VTKO, deinde Zonâ Globi LSTV, aufertur illud ab hac, & restat LSR corpus Citrij.

Corollarium II.

Sic corpus Olivæ vel Pruni Elliptici, est differentia inter Zonam Sphæroidis illic longi, hic lati, & inter dictum segmentum Cylindri Elliptici.

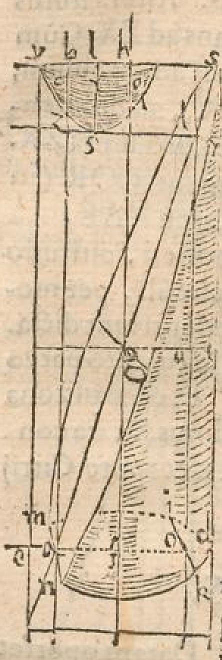
THEOREMA XXII.

Zona Citrij truncati vtrinq; æqualibus circulis, componitur ex corpore minoris Citrii, quod creatur ab eodem circuli segmento, quo & Zona proposita creata est, & ex segmento Cylindri, cuius basis est idem minus segmentum circuli, altitudo æqualis circumferentiæ circuli truncantis.

Repe-

Repetatur enim Schema XIV. Et sit in eo segmentum I SR Cylindraceum, æquale Citrio maiori. Explicetur autem hoc segmentum seorsim, vt basis eius in conspectum veniat, est autem basis ista, segmentum plani Circularis, quod creavit Citrium maius, seu truncandum. Intelligatur segmentum hoc circuli sub recta YBLH, & sub arcu YCRQ. Sit autem Citrium hoc utrinq; truncatum quale, schemate sequenti XVIII. cernitur literis EAH FSQCG, sic ut intelligamus creatum esse non integro segmento circuli, sed parte ejus interiori BCQH, arcu CRQ circa BH axem circumacto. Repræsentabunt igitur rectæ BC, HQ, semidiametros circulorum Truncantium: & Basis ista secabitur in partes quatuor

Schema XIV.



1. BCY ad latus vnum, triangularis mixtilinea.
2. Altera vltra HQ ad latus alterum, priori similis.
3. Parallelogrammum rectangulum BHQC, in medio.
4. Segmentum circuli minus, à tergo, rectâ CQ & arcu CRQ contentum.

Cum autem ponatur solidum æquale Citrio maiori toti, erit RS altitudo solidi, æqualis circumferentiæ circuli per medium huius Citrij corpus. Et quia planum YSH idem est, in quod incidunt hypotenusæ rectorum angulorum BCZ & LRS: quare vt LR ad RS, sic BC ad CZ. Sed LR est ad RS, vt radius circuli ad circumferentiam suam: ergo & BC ad CZ sic est. Itaq; cum BC sit semidiameter truncantis; erit CZ circumferentia truncantis.

Quatuor ergo dictis baseos partibus, totidem solidæ superstant;

1. Super BCY, stat BYCZ Pyramidalis, mixtis & superficiebus & lineis contenta.

2. Similis ei ultra HQX. Et hæ duæ sunt æquales duobus Verticibus solidis, de Citrio resectis. (In Schemate XVIII, sequenti, vertices hi spectandi sunt literis GEI, & FNH.)

3. Super BHQC stat Prisma seu Pentahedron BCZXHQ, quippe quod continetur tribus quadrilateris BCQH, CQXZ, XZBH. & duobus triangulis CZB, QXH; eius altitudo est CZ, inter QC, XZ, parallelos. Hoc solidum est æquale Cylindro medio, in corpore truncati Citrij, bases habenti, circulos truncantes. (Hic Cylinder in Schemate XVIII. sequenti adumbratur literis EHFG, totusq; latet intra zonam FCG, HAE.)

4. Deniq; super segmento parvulo CQR, stat solidum SRQCZSX, simile illi, in quod zona Mali explicabatur. Cum autem tota figura solida HYSR, æquet totum Citrij corpus, & tres recensitæ partes, totidem partes Citrij æquent: residua etiam ista Cylindracei segmenti, residuam Citrij partem æquent, necesse est; Est autem zona ambiens Cylindrum jam modo ductum, in corpore Citrij truncati.

Atqui vt similis est ista pars solida priori, quæ Zonam æquabat Mali; sic etiam duas, vt illa, partes habet, manifestis signis ab invicem discretas: vna est segmentum cylindri rectum, contentum superficiebus quatuor, plano parallelogrammo CQXZ, superficie cylindrica XZCRQ, & duobus segmentis parvis circuli; quorum vnum apparet, literis QCR, alterum ad XZ non apparet, Et huius segmenti altitudo CZ, vt jam est demonstratum, æquat circumferentiam circuli Truncantis. Altera huius zonæ pars est Prisma ZXS, super eodem segmento parvo stans ad ZX. Cùm autem LR dixerimus sic se habere ad RS, vt semidiamr est ad circulum; & sit etiam BC sic ad CZ; erit etiam sic differentia LR & BC, ad differentiam RS & CZ: quæ est altitudo huius secundæ partis de zona supra ZX. Sed differentia LR & BC est latitudo, vel sinus versus segmenti CQR (in Schemate XVIII. AP, quæ est semidiameter Citrij minoris, arcu HAE circa axem HE descripti) Ergo etiam differentia RS & CL, hoc est, altitudo huius Prismatis Cylindracei, est æqualis circumferentiæ circuli, per medium corpus Citrij minoris. Per ea igitur, quæ Th. antecedenti sunt dicta. Prisma hoc Cylindraceum ZXS, est æquale Citrio minori, segmento parvo CQR descripti quod est in Schem. XVIII. seq. HAE.) Et ecce in zona Citrij truncati duas partes, quales in Theoremate descripsimus. Vt ita constet corpus Citrij truncati ex tribus omninò Elementis, ex corpore Citrij minoris, ex Cylindro, & ex segmento cylindri recto.

Corollarium & Praxis.

Mensuri corpus Citrii vtrinq; truncati, sic agemus. Datam oportet esse longitudinem diametrorum tam circuli maximi in corpore medio, quam circulorum truncantium: datum sit etiam intervallum inter circulos truncantes, omnia in eadem mensura. Tunc aufer diametrum truncantium à diametro maximi, quod remanet, dividat quadratum intervalli inter truncantes; quotienti adde divisorem. Vt ergo compositum hoc ad divisorem, sic 200000, mensura diametri usitata in Canone sinuum, ad sinum versum segmenti, quod creat, I Citrium minus, II Zonam Citrii maioris, III. Zonam Globi. IV. Zonam Mali, quod creatur eiusdem cum Citrio minori circuli segmento maiori: sic etiam idem numerus 200000 est ad diametros intervallumq; Truncantium in eadem mensura.

Iam igitur per Corollarium ad XXI, quære corpus Citrii parvi, per Zonam Mali & per Zonam Sphæræ; hoc corpus est pars vna Citrii Truncati. Deinde per numerum diametri truncantis, iam inventum, quære longitudinem eius circumferentiæ in eadem mensura, eamq; multiplica in segmentum circuli inventum; prodibit Citrii truncati pars altera, & iunctæ hæ duæ partes, constituent eius Zonam. Tertiò multiplica planum circuli truncantis in numerum intervalli truncantium, iam inventum, prodibit pars tertia Citrii truncati. Omnibus in unam summam coniectis, componetur totum corpus Citrii truncati.

Corollarium II.

Zona Olivæ aut Pruni Elliptici truncati componitur similiter ex corpore Olivæ aut Pruni minoris, quod eodem Ellipseos segmento creatur; & ex

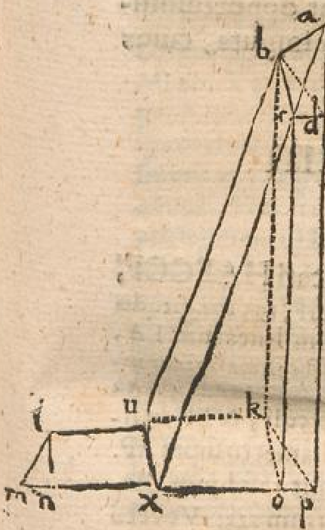
& ex segmento Cylindri pressi, quod eidem Ellipseos segmento superstat, altitudinem habens æqualem circumferentiæ circuli truncantis Olivam aut Prunum.

Episagma.

Huc distuli demonstrationem Theorematis XVII. de Zona seu Tunica Trunci conici circa Cylindrum: propterea quod cognata est demonstrationi Theorematis præsentis.

Sit KLMP Trunci Conici recti sectio per axem VX, KO diameter circularis basis PM, diameter circuli Truncantis KL, cui parallelæ sint KO, LN, vt sint æquales KL & ON, & KOP figura similis figuræ LNM, & KVXO quadrilateræ, similis LVXN. Explicetur autem trunci soliditas in rectum, ijsdem legibus, quibus hactenus omnis generis figuras, superficiebus, in omnes plagas curvis, terminatas explicavimus. Cum igitur linea PK conicæ superficiei sit in has plagas IK, recta, explicata igitur superficies erit plana, scilicet ABKP, & PA erit æqualis circumferentiæ baseos PM: KB verò æqualis circumferentiæ circuli KL truncantis, cui æqualis erit OC: fiat tantem eidem æqualis & PD, & puncta DCB connectantur; quæ formabunt triangulum æquale & simile triangulo POK, & latera vnius, lateribus alterius parallela, vt & planum plano.

Schema XV.



Duo igitur Pentaedra seu Prismata, BGVXOK & KOPDBC sunt æquealta, quippe sub parallelis planis: Sed discrimen est inter illa, quod parallelepipedum basi KOXV, altitudine OC, est duplum prismatis CBVXOK, at Prisma basi PKO, altitudine eadem, est ipsum sui totius mensura: est tamen & ipsum triplum Pyramidis æquealtæ POKD. Deniq; super DCB basi stat Pyramis DCBA, habens altitudinem DA, differentiam circumferentiarum KL, PM, cum basis DCB sit æqualis basi Pyramidis POKD. Cùm autem Pyramides super æqualibus basibus, sint inter se, vt earum altitudines; Pyramis ergo tertia, basi POK, altitudine PA, compositâ ex PD, DA, (hæc autem æquat circumferentiam PM) erit æqualis Pyramidi vtriq;, POKD & DCBA. Et Prisma basi & altitudine ijsdem, erit illius triplum; altitudine verò, tertia parte ipsius PA, erit his 2 Pyramidibus æquale: Quod vero de Prismate humiliore KOPDBC reliquum est, puta DOKBC, duas tertias retinet Prismatis. Ergo huius reliqui corpus creatur, ductis duabus tertijs altitudinis CO (seu circumferentiæ circuli KL vel ON) in basin POK. Hæ sunt igitur partes corporis de Trunco, quod Zonam seu Tunicam appellamus. Reliqua pars, Cylinder sc. intermedius, æquat Prisma CBVXOK, quod est veluti triangulum COX corporatum, crassitie OK, XV, CB, ubiq; æquali; fit igitur vt cum triangulis, vt basis KOXV, ducta in dimidiam altitudinem CO (semicircumferentiam ipsius KL vel ON) creet corpus huius Cylindri. Hæc de genesi: reliqua quibus compendium nostrum initur, brevitatis & lucis causa, per Synopsin tradam.

Per

Per demonstrata hactenus,

Pro Tunica	Pro Cylindro
Ducitur KOP	Ducitur KOXV
Per æquipollentiam dimidia PO vel ipsa PO	vel OX, vel ejus dupla ON
In trientem PA, & Bessem OC	In semissem OC
Per æquipollentiam, In trientem PM & Bessem ON	In semissem ON, hoc est, in OX
Per æquipollentiam, In totam PM, & duas ON	In ON, NX. tres scilicet OX.

Ducitur ergo permutatis terminis

PO, vel ejus duplum PO, NM hoc est differentia diametrorum KL, PM.	ON, NX, vel ejus duplum, quod est triplum ipsius ON diametri minoris.
In totam PM & duas ON	In ON diametrum minorem: quod erat demonstrandum.

Compendium quod ex hac demonstratione resultat opportunissimum, pete ex Th. XVI. XVII. & huic supplemento imputa, cuius est ornamentum singulare.

Exemplum præcedentium aliquot Præceptorum.

Sit, in Schemate XVIII. sequenti, corpus Citrij Truncati HAEGCF, & diameter circuli maximi in eo AC, sit 22, Truncantium EG, HF, 19, longitudo interjecta HE vel MK vel FG, sit 27. Ergò etiam dimidia harum linearum LA, KE, KL sunt inter se in eadem proportione, sc. ut 22. 19. 27. Differentia igitur inter AL, LQ (æqualem ipsi EK) est 3. Quærendum est primò, arcus HAE quota pars sit sui circuli. Cum igitur AC sit portio de diametro hujus circuli, & EP in illam perpendicularis, vt igitur AP ad PE, sic PE ad residuum de diametro supra AP. Cùm ergo PE sit 27, qudm ejus 729. divide hoc per AP 3, provenit residuum Diametri 243, cui addita AP 3 constituit diametrum 246, semidiametrum 123. Vt verò canone sinuum uti possimus, lineæ omnes debent nancisci numeros, in illo Canone usitatos: quod si 123 fit 1 00000, ergo AP pro 3 fiet 2439, & hic est sinus versus arcûs AE quæsiti. Quare secundum doctrinam de usu Canonis sinuum, ablatus à radio 100000, relinquit 97561, sinum complementi huius arc°. sc. G. 77. M. 19. S. 9. Ergo arcus AE est, G. 12. M. 40. S. 51, ejusq; sin° PE ex Canone est 21951. Idem ex regula, si fiat vt 123 ad 1 00000, sic 27, quanta fuit PE in prima dimensione, ad numerum huius dimensionis, prodit enim 21951. Itaq; totus arcus EAH est G. 25. M. 21. S. 42.

Et quia, per Th. XXII, opus nobis est cognitione areæ in segmento EHA, inquiremus illam per Corollarium II. ad Th. II. in hunc modum. Totius Circuli area valet talium particularem 3 14159 26536, qualium sunt in Quadrato diametri 4 00000 00000: intellige particulas quadratas, longas & latas vnam talem vnitatem, qualium sunt in diametro 2 00000 longæ. Pars igitur areæ circuli, contenta sub EH arcu & lineis, quæ E, H, terminos cum centro connectunt, sector scilicet arcus EH (qui semper est proportionalis suo arcui) valet 22132 22936. Ab hac area sectoris auferendum est triangulum, cujus vertex in centro, basis, recta EH. Cum autem ab A in centrum, sint 1 00000, sed ab A in P, 2439: Ergo à P in centrum, hoc est, perpendiculum Trianguli, erit, vt prius, 97561. Duc hoc perpendiculum in PE, dimidiam basin, quæ inventa est 21951: fiet 21415 61511, area Trianguli, qua deducta de sectore, restabit 716 61425, area segmenti EHA.

Ex hac area segmenti nobis innotescit segmentum rectum Cylindri, cujus basis, est hæc area segmenti circuli, nimirum pars minor de Zona illius Mali, quod describitur à segmento circuli, post ablatum EAH, residuo, & majore, circa axem HE circumacto. Nam per Th. XX, ducenda est hæc area in circulum, quem centrum

huius

huius segmenti majoris describit. Hujus igitur circumferentiæ longitudo inquiritur sic. Perpendiculum Trianguli, est distantia centri, ab axis EH, puncto P medio, sc. 97561: & hic est quæsiti circuli radius: cùm autem circulorum ad suos radios vna sit eademq; proportio, per Th. I. Vt igitur 1 00000 radius, ad 6 28318 semis, circumferentiam circuli EAH, sic 97561 radius, ad sui circuli circumferentiam 6 12994, quæ ducta in aream segmenti, efficit 4392 80235 56450.

Igitur qualium cubus, in quem globus, ex circulo EAH factus inscribitur, habet 8 00000 00000 00000 partes cubicas, vnam centies millesimam semidiametri longas latas & altas, quarum 4 18879 02047 86301 sunt in corpore Globi; talium cubiscorum summa expressa est in prodeunte summa, & tot omnino existunt in parte illa Zonæ Mali, quam æquat segmentum Cylindri rectum, Th. XX. descriptum.

Pars altera huius Zonæ Mali, est Zona globi EAH, per idem segmentum EPHA, circa reliquum corpus globi, descriptum, per Th. XX. Ergo quęrenda est Zona globi, cujus maximus circulus sit EAH. Respiciatur igitur Schema VIII. Sch. 8.
in quo sit KCN arcus idem, de quo hactenus egimus. Ergo globi CDBL Zona, quę per KDN & HBM transit, est inquirenda. Ergo per Th. XV. Coroll. II. quęratur corpus segmenti globi KHD. Cùm ergo sit NK. G. 25. M. 21. S. 42. & CK. G. 12. M. 40. S. 51. erit igitur KD. G. 77. M. 19. S. 9. cuius sinus KI est 97561. At circulus per KIH, est Basis segmenti HKD, sicut KI sit eius semidiameter. Non potest igitur ignorari area. Nam ut quadratum CA radij, 1 00000 00000, ad aream circuli sui, sic etiam quadratum KI, quod est 95181 48721, ad aream circuli KIH, 2 99021 46098. Hæc si ducatur in tertiam partem ipsius IO, ut altitudinis Coni, creat corpus segmenti HKD. Invenienda est igitur IO, ex præscripto Theor. XIV. Cùm enim KC sit nota, & IA, ejus sinus, supra fuerit 21951: quare ID est 78049. & IL 1 21951. Vt autem IL ad LA, sic ID ad DO. Divisâ ID 78049 (auctâ quinque cyphris) per IL, 1 21951, prodit DO 64000. Tota igitur IO 1 42049, & pars ejus tertia 47350: quę ducta in basin KH, creat 1 41586 66177 40300, corpus segmenti HKD, cui est æquale segmentum inferius MNL: cùm totius Globi corpus per Th. XII. sit 4 18879 02047 86301. Ablato vtroq; segmento, restat in Trunco HKNM 1 35705 69693 05791. Posses hucusque pervenire etiam sine cognitione areæ in basi, per XIV. Corollarium. Nam IL est altitudo majoris segmenti de sphæra, & ID ejus residuum ad Diametrum. Vt ergo ID ad DA semidiametrum, sic IL altitudo majoris segmenti, ad LP: vnde habetur tota IP, pro segmento majori, & erat IO pro segmento minori, sic ut composita OP æquiparetur Sphærę toti: Prodit enim eadem segmenti HKD quantitas, quę antea.

Porrò de Trunco HKNM adhuc reiciendus est cylinder medius, cujus basis eadem quę segmenti, sc. HIK, altitudo verò, KM, vel duplum ipsius IA. Erat autem IA 21951. tota igitur altitudo est 43902. quę ducta in aream circuli HIK, creat 1 31276 40179 94396 Cylindrum, Zonâ quęsitâ amictum, quo ablato de Trunco HKNM, restat Zona KCN, HBM 4429 29513 11395.

Vt autem redeamus ad Schema XVIII. hujus ultimi cylindri altitudo in illo repræsentatur per EH, & Zona globi habet idem segmentum EHA, quod erat in priori segmento cylindri recto. Ex his ergo duabus partibus, ex illo segmento cylindri recto, & ex hac Zona globi, composita est Zona Mali. Sch. 18.

Hinc verò, per Th. XXI. facile habetur corpus Citrij, quod eodem segmento EHA describitur, subducto illo segmento cylindri 4392 etc. ab hac Zona globi 4429 etc: Nam restat 36 49277 54945, corpus parvi Citrij, per segmentum EAH, circa axem EH circumactum, describi: cujus usus jam fiet necessarius.

Iam tandem ad Citrium majus IANC, ejusq; Truncum medium HAEGCF. Constat enim & hic Truncus, cylindro FGEH, & Zonâ cylindrum vestiente, quę describitur segmento HAEPH, circa axem MLK circumacto, sic ut H per F transeat, A per C, P per O, & E per G.

Cylinder igitur FGEH sic investigabitur: qualium AL est 22, talium PL vel HM dabatur 19, & AP 3. Sed pro usu canonis sinuum, ex AP 3, facta est 2439, qualium scilicet totius circuli EAH radius, est 1 00000. Vt igitur 3 ad 2439, velut 123 ad 1 00000 (ut prius) sic 19 ad 15447. Tanta est jam semidiameter HM, circuli HF,

cujus

cujus area est inquirenda. Vt autem quadratum radij 1 00000, quod est 1 00000 00000, ad aream circuli 3 14159 26536: sic etiam est radij 15447 quadratum 23-86 09809, ad aream sui circuli 7496 14823. Hæc est area HF vel EG, basis cylindri. Sed & altitudo eius ex antecedentibus constat: est enim (ut prius in Cylindro Globi) 43902. Ducta igitur hæc altitudo in aream Basis modò inventam, creat corpus cylindri FHEG 3290 95899 59346. Restat Zona Citrij majoris. Per Th. XXII. verò, Zona hæc Citrij majoris NAIC, vel Trunci NAEGCF, componitur ex corpore invento Citrij minoris, per HAE descripti, & ex segmento cylindri, stante super EHA, & habente altitudinem æqualem circumferentiæ circuli HF truncantis: Rursum igitur ut radius 1 00000 ad circũferentiam 6 28318 f. sic radius HM, ad circumferentiam HF 97056, quam duc in segmentum circuli EPHA initio investigati 716 etc: & creatur segmentum cylindri rectum 695 51712 64800, Pars Zonæ in Citrio Truncato. Cui adde corpus Citrij minoris supra inventum 36 etc: prodit Zona tota circa truncatum Citrium 732 00990 19745. Adde ultimò & Cylindri corpus, intra Zonam abditi 3290 etc: conflabisque totum corpus Citrij truncati 4022 96889 79091. cujus pars major quintâ, minor sextâ, infarcta est in Zonam.

Lubet comparationis causa computare etiam corpus, non Citrij, sed compositum ex duobus truncis Conicis ACFH & ACGE, sic ut AH, AE, CF, CG sint rectę: computandum igitur est corpus Coni GBE, & Coni CBA, ex Th. XVII. Sit ergò Conus GBE, hujus basis, area circuli GE, jam in superioribus fuit inventa 7496 etc. Altitudo verò KB sic habetur. Nam ut AP 3, ad PE 27, hoc est ut 1. ad 9, sic EK 15447. ad KB. Cùm autem pro coni corpore tertia solum pars altitudinis sit multiplicanda in basim; per Th. IV. Ergò triplum EK, 46341 ductum in basin, creat 3473 79005 12643. corpus Coni GBE. Iam ad Conum alterum, cujus basis AC, area nondum est nota, sed facile investigatur ex area circuli EG. Nam EK vel PL est ad LA, ut 19. ad 22, Ergo quadrata sunt ad invicem ut 361 ad 484. Vt verò quadrata ad invicem, sic sunt etiam areæ circulorum. Est igitur area circuli AC, qui basis est coni ABC, 10050 23661. Rursumque ut AP 3 ad PE 27, hoc est 1. ad 9; sic AL, 17886 (composita ex AP, & PL vel HM supra inventis) ad LB altitudinem coni. Quare etiam hujus noncupli partem tertiam, hoc est, triplum ipsius AL 53658 duc in aream inventam, creabisque corpus coni ABC 5392 75596 01938. Hinc aufer conum GBE, restat truncus unus ACGE, 1918 96590 89295, cui æqualis est alter ACFH. Totum igitur corpus ex truncis conicis compositum, erit 3837 93181-78590. Ecce ut minus habeamus quam antea, per 145 03708 00501 scilicet tantum est infarctum in duas Zonas obliquas, arcubus HA, AE, & rectis HA, AE, adumbratas: puta partem paulo minus Vicesimam octavam trunci duplicis. Quod si altera breviori methodo usus, ut in Conis similibus, feceris, ut 10648: cubum de 22, vel 6859, cubum de 19, ad eorum differentiam 3789; sic Conum majorem 5392 etc: (vel etiam minorem, si prior daretur) ad quartum: prodibit truncus idem, ut prius.

At secundum Th. XVII. ejusque demonstrationem in proximo Episagmate præmissam; Cùm sit inventus Cylinder FHCG 3290 etc, quare dimidium ejus 1645 47949 79673: sciatur verò AC 22 (in sua ꝓpria mensura) & PO, vel HF 19, cujus duplum 38, & additâ AC 22. summa fiat 60, & differentia diametrorum sit 3, ductis ergo 3 in 60, creatur rectangulum 180, repræsentans Tunicam: quadratum verò 19 minoris diametri HF, id est quadratum de 19, est 361, cujus triplum 1083 repræsentat cylindrum Trunco inscriptum. Vt ergo 1083 ad 180 sic Cylinder 1545 etc: ad Tunicam. Vel brevius, secundum compendium corollarij ad XVII. sic agemus.

Dia-	19.	20.	21.	22.	metri.	Vel sic	19	3		
	19.	3.					22	3		
	361.	60.					418	9		
	421.						3			421

Vt igitur 361 ad 421, sic Cylinder inventus 1645 etc: ad 273 4868971691: supra verò, Cylindro ablato à trunco, erat hoc corpus 273 48641 09622: differentiam minutulam faciunt sinus quibus non penitus exactis usi sumus.

De Fusis.

Hactenus Cylinder & Globus, aut ejus loco Sphæroides, in segmentum cylindri sui transformata, nobis subsidio venerunt ad prodendas mensuras Malorum, Citriorum, Cotoneorum, Melonum sessilium, Olivarum, & Prunorum Ellipticorum. Cùm enim corporum totorum leges in ipsis figuris non inveniremus, partium corporis mensuras in Cylindrorum partibus invenimus. At cum partes quædam Cylindri definitionem quidem habeant certam, scientiam verò seu leges corpulentiæ in seipsis vel nullas, vel nondum in lucem prolatas; Globus & Sphæroides successerunt, quæ cum dimensionem corpulentiæ habeant antea, transformata in talem Cylindri partem, easdem leges corpulentiæ in illum intulerunt. Restat nunc difficilior de Fusis Parabolicis & Hyperbolicis contemplatio, in qua nos demonstrationis methodus hactenus adhibita rursum deficit. Nam etsi Fusum eodem modo quo Citrium & Olivam & Prunum, transformes in columnæ prisma, quod curvaturam lineæ conicæ (in Schemate X.) sectionum OCH, PCQ vel MCN, toto dorso erecto retineat; Huius tamen figuræ corpus nihilo magis demonstrari potest, quam Fusi ipsius. Primùm enim hic totum nullum est, ad quod prisma possit comparari; quippe columna, ut sectio ipsa, ad latus MN vel PQ infinita erit: deinde non congruit globus suo circulo maximo, non Sphæroides, in talem columnam conicam: aut enim tangit circulus conicam intus in puncto unico, si fuerit ex foco figuræ A, per ejus verticem C descriptus: aut si paulò amplior circulus per C fuerit descriptus, tangit quidem figuras exteriùs in C, secat verò easdem statim binis punctis ipsi C proximis, de reliquo penitus dissidet à sectione.

Restat igitur, vt sicut in corporibus, à Circuli segmento creatis, ad globum confugimus, in Ellipticis ad Sphæroides; sic in ijs quæ à Parabola & Hyperbola, confugiamus ad Conoidea congenera: quod nisi succedat ex asse conatus, de reliquo Geometras in subsidium vocabimus.

THEOREMA XXIII.

Coni duo, creati à rectangulo scaleno, alter minori, alter majori latere eorum, quæ circa rectum, pro axe constitutis, sunt in proportione laterum, quæ bases ipsis Conis describunt.

Sit Rectangulum ABC, cujus laterum circa rectum angulum, minus BA, fiat axis, & figurâ circumactâ, subtensa BC creet superficiem Conicam CBE, cujus vertex B, basis CE. Rursum fiat maius latus AC, axis; & figura circa AC manentem circumacta creet Conum BCD, vertice C, basi BD circulo. Dico ut est BA ad AC, sic esse corpus, quod circulo CE, & superficie conica CEB, continetur, ad corpus Coni BDC.

Schema XVI.

Demon-

Demonſtratio. Nam per allegata Theor. XVII. Proportio Coni EBC, ad Conum BCD, eſt compoſita ex proportione Circuli EC ad circulum BD, & ex proportione altitudinis AB, ad altitudinē AC, ſed circuli EC ad circulum BD proportio, dupla eſt proportionis AC ſemidiametri ad AB ſemidiametrum. Ergò Conorum, EBC ad BCD, proportio eſt compoſita ex proportione AC ad AB, & iterum ex eadem AC ad AB, & tertiò ex AB ad AC. Sed proportio AC ad AB, compoſita cum proportione AB ad AC, conflat proportionem æqualitatis, quæ eſt proportionum minima, hoc eſt terminus, & æqualitas, quæ addita vel ablata à proportionibus reliquis, nihil mutat. Igitur ex tribus elementis proportionis Conorum, quorum duo ultima ſe mutuò tollunt, ſolum primum reſtat, & Conus EBC, ad Conum BCD, eſt ut AC, ſemidiamr circuli EC, ad AB, ſemidiametrum circuli BD.

THEOR. XXIV.

Sphæroides longum inſcriptum ſphæroidi lato, ſic ut eaſdem habeant diametros, ſed axes in iis permutatos, eſt ad Sphæroides latum, ut diameter brevior ad longiorem.

Sit in Schemate XII. Sphæroides longum CEI, ad dextram, cuius vertices C, I, latum KCE ad ſiniſtram, verticibus K, E, & ſit illius axis CI, æqualis huius diametro CI, illius verò diameter KE, æqualis axi huius KE, dico Ellipſin longam, ſeu Ovum ad dextram eſſe ad latam ſeu Lentem ad ſiniſtram, ut KE brevior diameter ad CI longiorem. Deſcribantur enim Coni, in dimidio Ovo KCE, cuius vertex C, baſis KE circulus; in dimidia verò Lente CKI, cuius vertex K, baſis CI circulus, per præmiſſam igitur, vt KR ſemidiameter circuli EK, ad RC ſemidiametrum circuli CI, ſic Conus KCE ad Conum IKC. Sed dimidium Sphæroides ſemper eſt duplum Coni ſibi inſcripti ad eundem axem, & ſuper eadem baſi circulari: Ergo etiam Sphæroidum dimidia, & ſic Sphæroidea tota, ſunt in proportione, vt KR ad RC, hoc eſt, vt eorum dupla KD ad CI.

THEOR. XXV.

Segmentum Globi ad Citrium, eodem ſegmento circuli deſcriptum, videtur eam habere proportionem, quam habet ſemidiameter baſis ſegmenti, ad axem ſeu altitudinem ſegmenti.

Demonſtrationem legitimam quærant alij: Ego quod non poſſum apodictìcè, comprobabo dicticè; quatuor uſus documentis. Primum eſt ab Analogia. Quod enim in dimidio globo, velut in maximo ſegmento, quod eſt principium ſegmentorum, verum eſt, vt & in dimidio Sphæroide; quod item in minimo ſegmento, & veluti in vltimo omniū ſegmentorum termino, id videtur etiam in ſegmentis intermedijs locum habere. At in dimidio globo res ita habet: quemadmodum enim latera circa rectum angulum quadrantis, habent inter ſe proportionem æqualitatis, ſic etiam quod creatur, quadrante circa perpendiculum voluto, æquale eſt ei, quod creatur, eodem quadrante circa baſin voluto. In minimis verò ſimiliter locum habet iſta proportio: quia quo minus globi ſegmentum, & Citrium in eo, hoc minus ab hiſce differunt Coni, figuris ipſis inſcripti: Conorum verò iſtorum, vt habet Theor. XXIII. eſt dicta proportio: quare & circumſcriptorum ſolidorum. Etſi fateor, ab eo quod eſt abſolutè minimum, ad id quod minimo proximum, non ubiq; tutam eſſe collectionem.

Secundò, Proportio dicta locum habet in Sphæroide dimidio, etiamſi ibi non regnet æqualitatis proportio inter diametros, ut in globo, & quidem in infinitis Sphæroidibus, & infinitis diametrorum per illa proportionibus: vt eſt in Th. antecedenti. At ſicut Sphæroides longum inſcribitur Sphæroidi lato, ſic etiam Citrium totum, ſegmento duplicato Hemiſphærii inſcriptum eſt, & generatio utrinq; ſimilis intelligitur; Ergo cum dicta proportio obtineat inter Sphæroides longum & latum, obtinebit etiam, ut videtur, inter Citrium totum & ſegmentum duplicatum ſemiglobi. Tertiò, vicem demonſtrationis plenariȩ ſuſtinet hoc, quod, in Sch. XVIII. ſeq. ſegmentum Circuli obliquum, contentum ſub AE recta & AE arcu, quod creat exceſſum tam ſegmenti, quam dimidij Citrij, ſupra ſuos Conos, ſupra apud A, & infra apud E æqualis eſt latitudinis: itaq; quæ eſt proportio PE ad PA, ejuſdem proportionis motum faciunt partes E circa PA circumactæ, ad motum partium A circa PE circumactarum. Corpus igitur obliquarum Zonarum in eâdem proportione accumulatur ad Conos inſcriptos, in qua ſunt ipſi Coni inter ſe. Quartò his accedit calculus & teſtimonium numerorum: qui licet operoſiſſimè tractentur & ſubtiliſſimè, per diviſionem diametri in particulas 100000, tandem tamen inepti fiunt ad refutandam hanc proportionem.

In ſuperiori exemplo erat PE noncuplum ipſius PB, ſit ergo etiam ſegmentum Globi HEA noncuplum dimidij Citrij, ab AEP circa PE immobilem deſcripti. Quæratur ſegmentum HEA. Erat AL 22, LK vel PE 27. Quadrata ergo ſunt 484. & 729. Cum autem areæ circulorum ſint vt radiorum quadtrata ad ſe invicem, & AC circulus ſupra habuerit 10050 23661: venient in aream HPE, quȩ baſis eſt ſegmenti propoſiti, partes 15137 64977,

Et cum PA fuerit 3, & reſiduum ad diametrum 243, ſemidiamr 123. Vt ergò 243, ad 123, vel huius loco ad 100000, ſic 3 ad 1234 ſemis, augmentum altitudinis ſegmentis pro altitudine Coni æqualis, idque in dimenſione uſitata Canonis: cum ſit altitudo ſegmenti PA. in hac dimenſione, 2439, Ergo altitudo Coni æqualis, 3673 ſemis, cuius pars tertia 1224 ſemis, ducta in aream baſis ſupra inventam, creat corpus ſegmenti 185 28483 31848. cujus pars nona eſt 20 58720 36872. Atqui ſupra corpus Citrij totius erat 36 &c, dimidium ergò 18 24638 77472, quod eſt quidem minus nona parte de ſegmento, minus etiam decimâ ejus, ſed in hac inſida, circa minima, numerorum tractatione. Nam agitur de quantitate corporis, quod minus eſt quàm vicies milleſima Globi. Et oritur quidem differentia hujus corpuſculi (multò major eo de quo controvertimus) ex vnica centies milleſima particula ſemidiametri: quia ſinus arcus AE, hoc eſt PE fuit aſſumptus 21951, qui paulo erat major, minor tamen quam 21952. Quod ſi aſſumſeris 21952, & cum hoc reperieris proceſſum, corpus Citrij prodibit 42 47320 62579, cujus dimidium 21 &c, jam eſt majus nonâ parte ſegmenti hic inventi, nimirum quia etiam 21952 eſt major juſto. Per hos igitur

nume-

numer s nihil depromi poteſt contra expreſſam in Theoremate proportionem dimidij Citrij ad ſuum globi ſegmentum.

THEOREMA XXVI.

Si recta quædam ſectionem conicam, & genitum ab illa ſegmentũ Sphæroidis, aut Conoides, contigerit in circumferentia baſeos, concurrens cum axe; & circumductæ lineę circa diametrum baſeos immobilem, creauerint ſolida, contingens quidem Conum, ſectiones vero Conicæ, Prunum Olivam vel Fuſum, quælibet ſuum congenere; eadem vero contingens, circumducta circa axem immobilem, creaverit Conum alium: proportio dimidij Pruni vel Olivæ ad Segmentum Sphæroidis, Fuſi vero ad ſuum Conoides, proxime erit æqualis proportioni prioris Coni, ad Conum poſteriorem.

In Schemate XII. ſit ſectio Conica OCN, ſuperius Parabole, in medio Hyperbole, infra Ellipſis, cuius axis CI, & ſectionis OCN dimidio CN circa ON immobilẽ circumacto, ſic ut punctum ſectionis N maneat, C verò per I tranſeat, creatum intelligatur, Pruni, Olivæ vel Fuſi OCNI corpus dimidium CIN. Eodem ſectionis dimidio CN, circa CI immobilem circumacto, ſic, ut C manente, N per O tranſeat, creatum intelligatur ſegmentum Sphæroidis, aut Conoides OCN, vertice C, baſi circulo ON. Dico, ſi qua linea tangat ſectionem vel ſolidum in N vel O terminis, illa lineâ, Conos duos proxime tales creari, circumactibus ijſdem, qui jam ſunt dicti, ut in ijs conis inſit proportio dimidij corporis Pruni, Olivæ, vel Fuſi CIN, ad ſegmentum Sphæroidis, aut Conoides OCN. Hactenus ad declarationem Theorematis opus nobis fuit Schemate XII. Nunc reliqua ex Schemate XVIII. petentur.

Eſt enim Theorema, de ſegmento Sphæroidis, deq; binis Conoidibus, Parabolico & Hyperbolico; habetq; poteſtate in ſe partes tres, prima & ſecunda ſunt certæ, quod iſta proportio ſit minor illâ Theorematis præmiſſi; & ſecunda, quod aliqua proportio demonſtratur major; tertia nondum eſt certiſſima, quod præciſè ſit iſta proportio, quæ in Theoremate hoc exprimitur. Cum autem evidentiora ſint omnia in Hyperbolico, ſit ergo in Schemate XVIII. ſectio Conica quæ Hyperbola dicitur, FCG, linea punctis ſignata; eſt autem & arcus circuli per FCG deſcriptus; illum igitur Hyperbola ſecat in F; vnde circulus quidem verſus S, Hyperbola verò verſus R pergit, ſemper interior circulo, donec in C vertice tangat circulum interius; vt demonſtratum eſt in IV. Conicorum Apoll. Pr. XXV. XXVI. Fiat autem ex FCG Conoides, cujus vertex C, axis VCO, baſis FG circulus, ejuſq; ſemidiameter FO: & ſit V centrum figuræ, & VX, VZ aſymptoti, quarum ſectiones cum FG continuata, ſint X. Z. contingat autem figuram in F, circumferentiâ baſis, recta EY, quæ cum axe concurret inter V cen-

trm

trum & C verticem, concurrat in Y. Inscribatur autem figuræ super eadem basi FG, triangulum FCG. Itaq; cùm antea dimidij Citrij corpus, descriptum arcu circuli FSC, circa FO immobilem, ad segmenti sphærici FCG corpus, descriptum eodem arcu FSC, sed circa CO immobilem circumacto, proportionem eam habuerit, quæ est ipsius CO ad OF: jam hoc theorema de Fuso dimidio, quod describitur Hyperboles dimidio FRC, circa FO immobilem, deq; Conoide, quod eâdem FRC, sed circa CO immobilem, describitur, affirmat proportionem aliam, scilicet eam, quæ est YO ad OF; hæc enim est proportio Coni, ab FY contingente, circa FO descripti, ad Conum ab eadem FY, sed circa YO, descriptum. Manifestum autem est YO proportionem minorem esse ad OF, hoc est, æqualitati viciniorem, quam CO ad OF, cumq; concurrant VX & YF versus partes X, rursum igitur & ipsius VO ad OX minor est proportio, quàm ipsius YO ad OF.

Quemadmodum igitur YO ad OF est quantitate media inter CO, ad OF, & inter VO ad OX, ita demonstrari potest, & Fusi dimidij corpus ad Conoidis corpus, esse quantitate mediam proportionem inter CO ad OF & inter VO ad OX,

Probetur primùm de CO ad OF, valebit autem demonstratio etiam de Parabolico Conoide. Igitur manifestum est, Fusum lineæ FRC, minus esse Citrio arcus FSC: sic etiam Conoides FRCG, minus esse Segmento Sphærico FSCG. Cùm autem figura plana, contenta inter arcũ circuli FSC & Hyperbolam FRC, ad partes F & C, sit inæqualis latitudinis, circa F enim latior est, ubi lineæ se mutuò secant, circa C angustior, ubi se mutuò tangunt: tunica igitur, quam segmentum globi circumiecit Conoidi, crassior est versus basin FG, tenuior versus verticem C. Contra, tunica quam Citrium circumiecit Fuso, tenuius est versus basin ad C, quam versus verticem F. Non amittunt igitur proportionalia, Conoides & Fusum, sed plus Conoides, minus Fusum. Etsi enim circa verticem vicissim minus amittit Conoides, quam Fusum circa verticem F: non fit tamen omnimoda compensatio, quia partium ad verticem motus brevi spacio finitur, partium circa basin motus, in ampliorem diffunditur ambitum. Fusum igitur propius est Conoidi, quam Citrium Segmento Sphæræ, vel CO (per Th. præcedens) ipsi OF: quemadmodum etiam YO propior est ipsi OF, quàm CO ipsi OF.

Hic sumus usi Theoremate antecedenti, quod nondum habet demonstrationem legitimam. Sed valet eadem methodus etiam tunc, si pro segmento FSCG, & citrio, Conos FCG substituamus. Conus enim à linea CF circa FO factus, ad Conum à linea eadem FC, circa CO factum, proportionem habet eam, quam CO ad OF. Iam verò figura plana, quæ continetur Hyperbola FRC & rectâ FC, creans excessum Conoidis & Fusi, supra illorum Conos, latior est versus C, quia ibi Hyperbola est curvior; angustior versus F, ubi Hyperbola paulatim degenerat in rectum. Rursum igitur Conis hisce non adjiciuntur proportionalia; plus enim accedit Cono Fusi, ut fiat Fusum in sua proportione, quam Cono Conoidis, ut fiat Conoides: majus igitur est corpus Fusi, respectu Coniodis, quam CO respectu OF, id est, minor & æqualitati propior est minoris (Fusi) ad majus (Conoides) proportio, Iam etiam de VO ad OX demonstrandum, quod hæc proportio minor sit proportione Fusi dimidij ad Conoides. Est autem demonstratio propria Hyperboles, cùm Parabola careat Asymptotis. Rursum igitur ut prius, figura contenta tribus rectis FX, XV, VC, & Hyperbolâ CRF, latior est versus V, quàm versus X: corpus igitur seu matrix, in qua latet Conoides, crassior est in vertice V, quàm ad basin XZ; vicissim matrix, in qua latet Fusum, est tenuior ad verticem FX, quam ad basin circa VC: plus igitur accedit Cono, cujus axis XV, in sua proportione, quàm Cono cujus axis VO, in sua. Maior igitur ille Conus est, respectu huius, quàm Fusum respectu OX, minor igitur proportio VO ad OX, & æqualitati propior, quàm dimidij Fusi ad Conoides.

Cùm autem inter proportiones, CO ad OF, & VO ad CX, infinitæ aliæ sint proportiones intermediæ, non vna sola quæ est YO ad OF: non igitur necessaria, sed verisimilis saltem est collectio in tertia figura argumentationis, affirmatoria ex puris particularibus.

Analogia.

Cogita num in Globi quidem segmentis semper valeat proportio Conorum inscriptorum: in Sphæroidis verò, jam Coni illi, qui genuinam habent proportionem solidorum (puta hîc Pruni ad Sphæroidis lati, aut Olivæ, ad longi segmentum) alter verticem alter baseos extremum supra verticem Ellipsis proferant, intra contingentem tamen; in Parabolico Conoide, hæc ipsa contingens creet Conos proportionis quæsitæ, sic ut altitudo Coni unius, sit præcisè dupla altitudinis segmenti Conoidis; in Conoide deniq; Hyperbolico, Vertex & Basis Conorum horum, excurrant supra contingentem, versus figuræ centrum. Magna quidem & prope demonstrativa vis est huius Analogiæ.

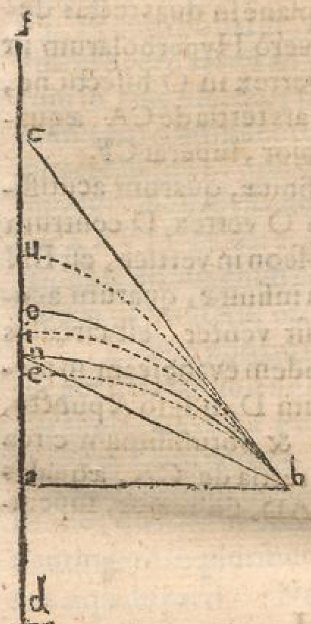
Neq; tamen sufficit hoc habere demonstratum, oportet etiam ipsissima puncta indicare, inter contingentes & Verticem Ellipsis, aut Centrum Hyperboles.

THEOREMA XXVII.

Si cuiuslibet Trianguli latus alterum circa rectum angulum, secetur & in duo æqualia, & in proportione laterum reliquorum: in angulo vero opposito concurrant sectiones Conicæ variæ, communiter seipsas, & latus recto angulo oppositum, tangentes, Vertices primarios in latere secto habentes: quæ sunt à summo ad medietatem, omnes erunt Hyperbolæ: quæ in ipsam bisectionem incidit, Parabole; quæ hinc usq; ad sectionem proportionalem, omnis generis Ellipses rectæ: quæ in ipsam proportionationalem incidit, circulus; quæ deniq; hinc usq; ad rectum angulum, omnis generis Ellipses transversæ erunt, in quibus vertex impropriè dicitur, pro extremo axis brevioris.

Sit Rectangulum BAC, cuius latus AC sectum sit in æqualia in O' bisecetur etiam angulus CBA, lineâ BN, ut sicut est AB ad BC, sic sit AN ad NC. Erit propterea AN brevior ipsa AO. Tunc inter CO sit punctum V; inter ON punctum I; inter NA punctum E: tangant autem se invicem, & rectam BC, in puncto B, variæ sectiones Conicæ, quarũ vertices sint hoc ordine, V. O. I. N. E: dico BV esse Hyperbolas, BO Parabolen, BI Ellipses rectas, BN circulum, BE Ellipses transversas.

Schema XVII.



Primò de BO. Cùm igitur sectionem Conicam BO, cuius axis seu diameter CA, vertex O, tangat recta BC in B, conveniens cum diametro extra sectionem in C, sitq; à tactu B, ad diametrum ordinatim amplicata BA, quippe perpendicularis axi CA; & cùm sit CO, æqualis ipsi OA: quare BO erit Parabole, per 37. Imi Apoll. conversam.

Secundò de BV. Manentibus cæteris, cùm sit V vertex, & CV minor dimidio ipsius CA, dupla igitur ipsius CV auferatur à CA; & fiat ut residuum hoc ad GV, sic CV ad CF in partes exteriores. Cùm igitur, quod ex CF & residuo dicto, æquet quadratum ipsius CV: addantur utriq; communia, quadratum à CF, & bina rectangula VCF: ut ex vna parte conflетur rectangulum CFA; ex altera parte quadratum ab FV: quæ cùm sint æqualia; quare per 37. I. Apollon. conversam, sectio BV erit Hyperbole, cuius centrum F.

Tertiò de BI, BN, & BE. Manentibus superioribus, cum sint I. N. E. vertices, & IA, NA, EA minores quàm dimidium ipsius CA: duplæ igitur ipsarum IA, &c: auferantur à CA; fiantq; ut residuá hæc ad IA &c: sic hæc ad AD, in partes interiores: de reliquo demonstrabitur eadem methodo, ut priùs, quadrata ab FI &c. æqualia esse rectangulis CDA. ac proinde per eandem Apollonij conversam, sectiones Conicæ BI, BN, BE erunt finitæ, quarum centra D, intra figuras, eoq; Ellipses, aut circulus.

Quartò de BN, præsuppositis quæ iam tertio loco de ea sunt demonstrata; cùm insuper AN sit ad NC, ut AB ad BC, quæ est proportio unica in vno quolibet triangulo, cùm Hyperbolæ & Ellipses varias habeant proportiones, Parabole unicam quidem, sed proportionem æqualitatis: non poterit igitur BN esse ulla alia sectionum conicarum, præterquam circulus. Et sanè ita fit in circulo, Sit enim BN circulus, eiusq; centrum F, quod con-

 necta-

nectatur cum puncto B contactus; erit ergo CBD rectus, sed & CAB rectus erat; ergo ut CA ad DB, sic DB, hoc est DN ad DA. Atqui DN est ad DA, ut CB, ad BA, & ut CN ad NA. Circuli igitur arcus secat latus, in quo continuato centrum habet, in proportione laterum AB, BC.

Corollarium & Analogia.

Hyperbolæ igitur in hoc triangulo possunt esse infinitæ, quarum obtusissima, ut loquar analogicè, est BC, cuius vertex V, & centrum F, in ipsum C, angulum Asymptôton coincidunt; ipsaq; sectio planè in duas rectas degenerat (cono sc. per verticem secto) acutissima verò Hyperbolarum in hoc triangulo, est analogicè ipsa Parabola, cuius vertex in O bisectione, centrum F in infinita distantia. Quod si CV sit pars tertia de CA, æquales fient CF, CV; si CV minor, superat CV, sin major, superat CF.

Sic Ellipses rectæ BI, inter ON transeunt infinitæ, quarum acutissima in vertice, est analogicè ipsa Parabole BO, cuius O vertex, D centrum in infinito intervallo, obtusissima verò harum Ellipseon in vertice, est BN circulus. A quo incipiunt Ellipses tranversæ rursum infinitæ, quarum acutissima circa verticem (impropriè dictum, cum sit venter) est circulus ipse ON, ex eo obtusiores BE, semper, donec tandem evanescant in meram rectam BA, verticem inproprium E, & centrum D, in ipso A puncto, verticem verò propriè dictum in B habentem, & obtusissimam circa A, quippe merè rectam. Quod si AE sit pars tertia de CA, æquales fient EA, AD; si verò EA minor, superat ipsam AD, sin major, superatur ab illa.

Corollarium II.

Hinc, nimirum ex contingentibus, facile fit judicium de specie Truncati. Nam si duæ truncatum contingentes in punctis circumferentiarum truncantium, in Schemate XVIII. in G. F. rectæ FY, GY; mutuam sectionem Y fecerint talem, ut YC sit æqua ipsi CO dimidiæ differentiæ circulorum, medij & truncantis: erit Fusi Parabolici truncus, sin CY minor, Truncus erit Hyperbolico Fuso, sin major, ex Prunorum primò, dein ex Citriorum (si fuerit YF ad FO, sic ut YG ad CO) deniq; ex Olivarum Ellipticarum genere: ut si sit CY dupla ipsius CO.

Schem. 18.

THEOR. XXVIII.

Si quatuor species sectionum Conicarum, Circulus, Ellipses, Parabola, Hyperbolæ, sese in communi vertice contingunt, prætereaq; in duobus alijs punctis, æqualiter à vertice remotis, concurrunt; omnes in iis duobus

punctis

punctis secantur ab omnibus, & circumferentia circuli intra sectiones est exterius, continetq; Ellipticas, hæ Parabolicam; intimæ sunt Hyperbolicæ, & ex iis interiores, quæ obtusiores, eædemq; suis Asymptotis propiores.

Cùm enim ponantur sectiones diversæ speciei, & dissimiles etiam unius speciei, non poterunt igitur habere partes easdem; sed aut contingent se mutuò in vnico puncto, aut secabunt sese mutuò, arcus verò inter puncta interjecti distabunt ab invicem toti à totis, per XXIV. quarti Apollonij. Et cùm ponatur, omnes sese mutuò contingere in Coni vertice, concurrere verò etiam ad alia duo puncta: nulla igitur earum cum ulla reliquarum in aliis pluribus punctis concurret, etiamsi Parabola & Hyperbolæ in infinitum continuentur, per XXVI. quarti Ap. Cùmq; ponantur concurrere in tribus punctis: non igitur sese contingent in eorum punctorum duobus; Nam si in duobus sese contingerent, in tertio non concurrerent, per XXVII. quarti Ap. Sequitur ergò, ut concursus duo reliqui sint sectiones; omnis enim concursus aut contactus est, aut sectio. In sectionibus autem permutatur ordo.

Et cùm ponantur puncta tria in circumferentia circuli, circulus igitur per illa transibit unicus, per demonstrata lib. III. Euclidis. Similiter & Parabola erit vnica Pone enim diversas esse; & cùm positum sit, contingere sese in Coni vertice, si diversæ sunt, & sese secant, diversas etiam contingentes habebunt in communi sectione: quare eadem demonstrationis methodo, qua utitur XXVIII. quarti Ap. probans, duas parabolas sese non contingere in pluribus uno punctis, res ad impossibile recidet, & totum fiet æquale parti. Non sunt ergò diversæ Parabolæ, sed vnica, quæ per tria puncta transit.

Cùmq; Hyperbolæ, quo obtusiores, hoc magis exteriùs procurrant ultra sectiones, ut est per se manifestum; ergo intra sectiones necesse est esse tanto interiores: Et quia ex similibus Hyperbolis, sc. eodem angulo Asymptôton factis, illa maior censetur, quæ maioribus lateribus formatur: Obtusæ igitur hic sunt minores in sua specie, quam acutiores in sua: duobus igitur nominibus, interior habet Asymptotos viciniores, & quia minor in sua specie, & quia respectu sociæ obtusior: obtusiores enim, ut præcedenti Theo: dictum, magis magisq; appropinquant suis Asymptotis, tandemq; cum iis coincidunt. Quin etiam hoc demonstratum est Theoremate præcedenti, centrum in obtusiorum aliquà serie, propius esse contingenti, quam hæc est vertici, in reliqua acutiorum, remotius. Et verò contingens, interiori est ipsa etiam interior. Potest hoc etiam absolutè demonstrari per 37. I. Apoll. Sic cum Hyperbolæ exterius complectantur Parabolam: intra sectiones igitur, Parabola vicissim complectetur illas; eâdem de causa, cùm Parabola extra sectiones complectatur Ellipses, intra igitur sectiones, Ellipses vicissim includent Parabolam. Deniq; cùm circulus Ellipses tangens in vertice, ponatur eas secare duobus locis: Lunulæ igitur Ellipticæ resecabuntur à circulo, & consistent extra circulum: ante sectiones igitur, arcus Ellipseon erunt intra arcum circuli.

THEOREMA XXIX.

Si Citrium, Pruna, Fuſum Parabolicum, Fuſa Hyperbolica, & Conus duplicatus, omnia truncata, habuerint eosdem circulos, tam truncantes, quam medium corporum: Citrium erit maximum, reliqua eodem ordine magnitudinis corporum, quo hic ſunt recenſita.

Demonſtratur facile ex antecedenti. Nam Citrium creatur ſegmento circuli, Pruna ex ſegmentis verticalibus Ellipſeon, Fuſa ex ſegmentis verticalibus Paraboles, & Hyperbolarum, Conus duplicatus ex Triangulo Iſoſcele. Cùm autem corpora ſtatuantur habere eosdem circulos truncantes: arcus igitur omnium linearum creatricum ſeſe mutuò ſecabunt in punctis duobus, per quæ circuli truncantes tranſeunt. Et cùm idem omnibus corporibus tribuatur circulus maximus corporis medius: ergò lineæ creatices omnes ſeſe mutuò tangunt in communi vertice, qui ex circumductu figuræ cujusq; creat illum circulum totius corporis medium. Cùm autem ſectiones Conicæ ſeſe mutuò amplectantur ordine hic attributo: ſegmenta etiam ſeſe mutuò excedent eodem ordine. Conus igitur duplicatus & truncatus (in Schemate XVIII, rectis lineis HAE GCF contentus) erit minimꝰ: Ei primùm Hyperbolæ ſingulæ ſingulas tunicas circumducent, ut fiant Fuſa Hyperbolica truncata; ſuperinducet & Parabole unam, ut fiat Fuſum Parabolicum: tum Ellipſes ſingulæ rurſus addent ſingulas, ut fiant Pruna Elliptica truncata. Tandem Circulus, arcu FSQCG ultimam induet ei tunicam, facietq; Citrium truncatum.

TH. XXX. Problema Geometris propoſitum.

Proportionem indagare ſegmentorum Citrij, Olivæ, Pruni aut fuſi, factorum plano axi parallelo.

Vſus ejus non poteſt eſſe obſcurus, ſcientia deeſt. In extenſione verò ſoliditatis Citrii in rectum, ſc. in Priſmatis cylindrici portionem, reſpondet tali ſegmento Citrij, ſegmentum portionis illius cylindricæ, factum ſuperfic e, quæ ſimilis eſt cylindraceæ, ſeu potius parti involutæ chartæ quodammodo: nam in unam plagam eſt recta, & rectæ in baſi portionis Cylindraceæ parallela; ſurſum verò eſt curva, non tamen curvitate neq; circuli, quod certum eſt, neq; ſectionis conicæ, quantum mihi conſtat: etſi inter conicas, Ellipticæ ſit ſimilior, quia ſuperius magis flectitur. Et ſi de huius curvitatis lineâ conſtaret; nondum tamen ex ea, per hactenus quidem conſtituta, daretur ſoliditas talis portionis.

Concluſio huius Supplementi.

Age nunc, SNELLI, *Geometrarum noſtri ſeculi decus, legitimam hujus Problematis, cæterorumq; quæ hic deſiderantur demonſtrationem nobis expedi: reſervatur, ni fallor, hæc inventio Tibi, ut exiſtat Mecœnatum aliquis, qui tuæ fortunæ ſplendorem reputans, & verecundiâ inſtigatus, dignum aliquid hac ſollertia, quo ſcilicet notabilis aliqua tuæ rei fiat acceſſio, remuneretur, proq; Citrio numerico, Malum aureum rependat.*

II. Pars.

STEREOMETRIA DOLII AVstriaci in ſpecie.

AD QVOD GENVS FIGVRARVM PRÆMISSARVM pertineat figura Dolij Auſtriaci.

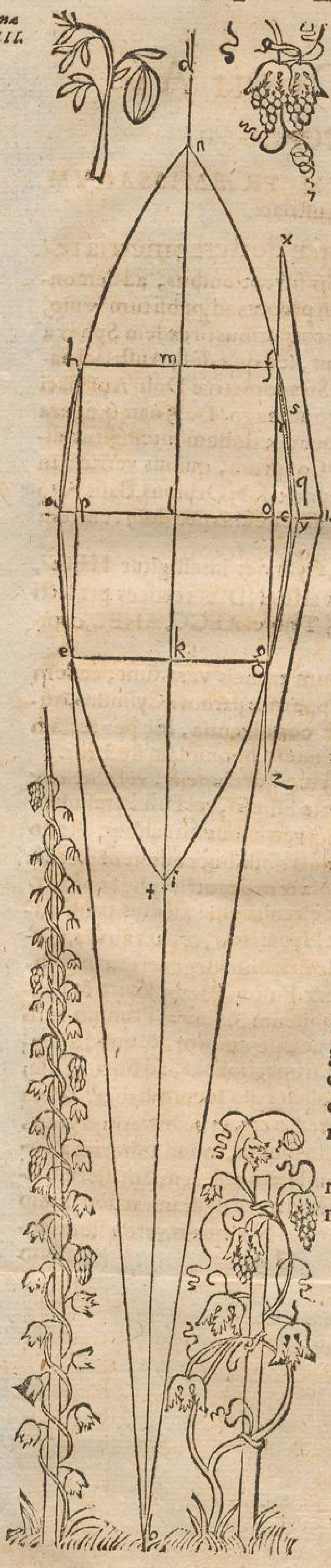
Præmiſſis igitur generalibus, quæ de ſtereometria regularium tam ex Archimede quam ex proprijs inventionibus, ad demonſtrationes intelligendas vtilia videbantur, jam propius ad ꝓpoſitum venio, multaq; ab Archimede itidem non tacta, de corporibus in eadem Sphæra Parallelepipedis, eorumq; Cylindris & Conis, ſed quæ dolij Auſtriaci naturam vnicè attinere videbantur, ſub titulo Stereometriæ Dolij Auſtriaci infero, & præmiſſo Archimedis ſupplemento adjungo. Dolij namq; figura eſt Cylinder ventricoſus; ſeu accuratiùs loquendo, dolium intelligitur diremptum in duos veluti Truncos duorum Conorum, quibus vertices in contraria vergentes, intelliguntur præſecti ligneis dolij Orbibus, Baſis verò communis, diviſionem Conorum faciens, eſt circulus per dolij ventrem ampliſſimus.

In Schemate XVIII. hic ſubjuncto, Cylinder intelligitur HEGF, Conus ABC, & alter huic æqualis ab AC verſus ND : vertices præſecti EBG, & æqualis illi alter ab HF, verſus ND. Trunci AEGC, AHFC, communis baſis AC.

Quæ igitur de Cylindris & de Conorum truncis vera ſunt, eadem etiam ad figuram dolii poſſunt applicari, quippe quæ parum à Cylindro, minusq; à trunco conico abit, dum aſſerum conniventia, hic per rectam CRF intellecta, extrorſum verſus, in buccoſitatem nonnullam flectitur.

Accuratiſſimè, omnis dolij figura, eſt medius truncus, vel Citrii ex circuli ſegmento, vel Pruni ex verticali parte Ellipſis, vel Fuſi Parabolici, plerumq; verò Hyperbolici, præſectis utrinq; verticibus æqualibus. Ratio cur Fuſum Hyperbolicum dicam, eſt hęc; quia dolia buccoſitatem plerũq; recipiunt in ventrem medium: verſus extrema & orbes utrinq; ligneos, magis ad rectitudinem conicam accedunt, ut circuli lignei facilius trudi adſtringiq; adigendo poſſint Hoc verò facit & Hyperbola, & nata ab illa, Conoides & Fuſum, ut brachia eius à medio flexu ſenſim degenerent in rectitudinem Aſymptôton. Facit idem ex parte & Fuſum Parabolicum & Prunum Ellipticum, ſed evidentiſſimè Hyperbolicum Fuſum : Prunum verò Ellipticum minus minusq; ; nec omne, ſed gracile tantum, & quod à ſegmento verticali Ellipſis eſt, cuius axis poſt truncationem, ad Focum uſq; non pertingat: quæ cautio etiam in Parabolico Fuſo locum habet. Oliva verò, ex Ellipſis ſegmento inter vertices medio creata, contrarium facit, nam verſus extrema magis flectitur, quàm in medio, quod abhorret à dolij figura. Etſi non negaverim propter inſenſibilem differentiam iſtarum figurarum, eſſe dolio quandoq; etiam ex Olivæ trunco figuram; at non ſtudio artificis, ſed aberratione manus conſtitutam. Nunquam vero ullum dolium

Schema XVIII.



lium constitutum puto ex ventre Sphæroidis Archimedei; quam, ut veræ proximam (nondum notis aliis, quarum genesin supra docui) CLAVIUS subiecit: paratus tamen interim (verba Clavij) si quis accuratiorem invenerit, eam libenti animo & grato acceptare. Nam Sphæroidis longi, quod in medio justam & dolijs aptam habeat buccositatẽ, flexura versus truncatos vertices nimia est, nec ulla vincula in ea possent diu hærere. Sin autem sumseris medium ventrem sphæroidis valde gracilis; minues quidem hoc incommodum flexuræ nimiæ in extremitatibus dolij, at vicissim ventrem dolio nullum permittis, ac si ex puro puto Cylindro illud construeres.

In hac igitur figura, duo arcus HAE, FCG, circuli cuius diameter æqualis ipsi BT, describunt truncatum Citrium, cuius vertices truncati sunt HNF, EIG. Linea verò punctis notata, inter rectam FRC & arcum FSC, Fusum denotat Hyperbolicum, cuius Hyperboles vertex C, centrum V, Asymptoti VX, VZ. quarum rectitudinem Hyperbola CF, versus F magis magisq; affectat, & hîc à contingente sua FQY, secante arcum FSC in Q, difficulter distinguitur.

Quâ ratione quis Virgam mensoriam falsitatis arguere possit; & quomodo fides ejus asseratur.

Igitur ut ad exordium disquisitionis huius revertar, Elenchus meus Virgæ Mensoriæ primum erat hic, quod eadem eius longitudo AF dissimilibus figuris doliorum competeret, quarum tamen non essent æqua spacia.

Vt hanc rem in plano demonstrarem: visum est, pro Cylindri corpore, assumere Parallelogrammum, quo Cylinder

per

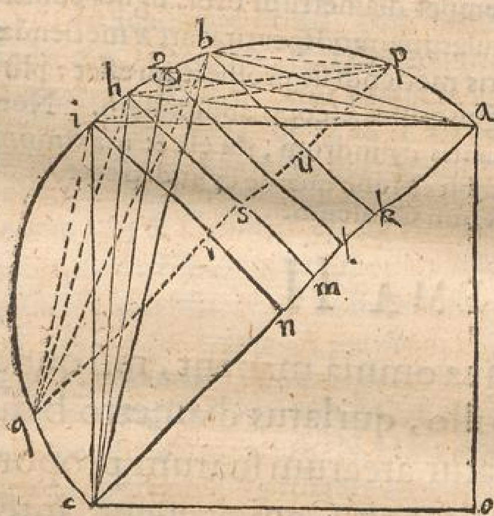
per axem secatur. Nam quæ de Cylindro vera sunt, ea etiam Trunco conico AHFC, eiusq; Trapezio, quod illum per axem secat, sc. de plano AHFC, in quod etiam AF virga mensoria incidit, applicari possunt. Nam planum hoc cum cylindri corpore & crescere & minui videbatur. Sit igitur hac de re

THEOREMA I.

Cylindrorum rectorum sectiones per Axem, quæ diagonios habent æquales, nisi proportio Diametri basis ad altitudinem fuerit eadem aut permutata, inæquales habent areas: estq; inter has illius area maxima, quæ secat Cylindrum æquealtum diametro suę basis.

Esto Baseos Cylindraceæ diameter CI, altitudo cylindri IA. æqualis Diametro Basis, repræsentans jam dimidium Dolij Vinarij; sectio Cylindri sit AICO Rectangulum, quod hic est quadratum, linea diagonios AC, repræsentans Virgam mensoriam ab infusorio Orificio A, ad orbis lignei IC, calcem C, transversim descendens. Et quia cylinder præsupponitur Rectus, erit CIA angulus rectus. Bisecetur AC in N, & centro N, spacio NA scribatur semicirculus AIC, qui per I transibit, quia AIC rectus. Et quia AI, IC æquales, erunt igitur arcus AI, IC, quadrantes circuli; & connexis punctis N, I, anguli INA, INC erunt recti, & IN perpendicularis in AC.

Schema XIX.



Eligantur jam puncta quæcunq; unius quadrantis: & sint verbi gratia H, B, connectanturq; cum terminis diametri A. C. lineis HA, HC, BA, BC: sic, ut manente eadem diagonio AC, quadratum AICO, vel eius pars dimidia, sc. triangulum AIC, mutetur in alias figuras AHC, ABC, angulo I manente recto, etiam apud H & B, quippe omnibus in semicirculo eodem constitutis; ut ita AHC, ABC, sint iterum rectorum Cylindrorum sectiones dimidiatæ, sintq; jam diametri Basium CH, CB, altitudines Cylindrorum HA, BA.

Dico aream AIC esse maximam, AHC minorem, ABC (puncto B remotiori ab I quadrantis termino) iterum minorem.

Demittantur enim à punctis H. B. perpendiculares in diametrum AC, quæ sint HM, BK. Igitur per demonstrata Euclidis, area cuiusq; trianguli æquat Rectangulum sub dimidia basi AC, & altitudine triangulorum, sc. NI, MH, KB. Quare ut IN ad HM & BK, sic AIC area ad

AHC,

AHC, & ABC areas. At in quadrante AI, omnes Rectæ, parallelæ semidiametro IN, vt sunt HM BK, sunt minores ipsa semidiametro IN, & minor BK, remotior ab illa, quam HM propinquior illi. Minor igitur est area AHC, quam AIC, iterumq; minor ABC, quam AHC. Rectangula igitur horum triangulorum dupla, sunt eodem ordine maiora.

Dico etiam Cylindris, qui proportionem altitudinum ad diametros Basium habent permutatam, esse sectiones æquales.

Esto enim AB diameter Basis, & BC altitudo Cylindri: patet, triangulum ABC, quod est dimidia sectio Cylindri per axem, manere idem quod antea, cum BC esset diameter Basis, & AB altitudo, eoq; proportio harum linearum permutata.

Porrò non celandus est error in quem me conjecit primo die supina Theorematis huius consideratio. Nam hæc commemoratio admonebit lectorem, ut à similibus sibi caveat etiam alibi. Sic enim sum ratiocinatus perperam: Cùm arearum similium proportio sit dupla proportionis laterum, Corporum verò similium tripla: fore etiam in dissimilibus, eâdem tamen diagonio AC utentibus, corporum proportionem, proportionis arearum linearumq; semper analogam. Hoc verò falsum est: et ego si vietoribus id consilij dedissem, ut semper diametrum orbis lignei constituerent subduplam longitudinis Tabularum; quod securitas areæ metiendæ requirit, ac si etiam securitati corporis metiendi sic prospectum esset: plurimum ipsorum arti nocuissem, longiusq; illos à scopo abduxissem. Non enim ubi maxima est area plani, secantis cylindrum, ibi est & maximum cylindri corpus. Sed id postea apparebit; Nunc quæ de cylindro recto sunt dicta, accommodabo etiam ad Truncum Conicum.

THEOREMA II.

In Truncis Conicis reliqua omnia manent, nisi quod inter truncos proximos ab illo, qui latus diametro basis habuerit æquale, plus variatur arearum suarum proportio, quàm si Cylindri pro Truncis Conicis essent, inter truncos remotiores minus.

Cùm enim angulus comprehensus à latere Trunci, & à diametro basis minoris, sit maior Recto, competet non in semicirculum, sed in arcum semicirculo minorem. Ducatur igitur ipsi AC parallela PQ, secans semicirculum in punctis P, Q, & perpendiculares IN, HM, BK, in punctis R. S. V. & connectantur puncta I. H. B. cùm punctis P. Q. Repræsentat igitur jam PQ Virgam mensoriam, QI, QH, QB diametrum basis detruncati Coni; IP, HP, BP, latus trunci, dimidia longitudo Tabularum in dolijs: & anguli QIP, QHP, QBP obtusi & æquales inter se, quippe in eodem segmento PQI stantes, causam præbent æqualem per has omnes figuras, variationis eius, quam hic explicandam sumpsi.

Rursum igitur area PIQ, est ad aream PHQ & PBQ, ut IR, ad HS, & BV: cùm igitur ab inæqualibus IN, HM, ablata sint æqualia RN & SM: resi-

residua IR & HS erunt in proportione maiori: magis igitur est sensibilis differentia arearum PIQ, PHQ, quam arearũ AIC, AGC. Contra decrementa perpendiculariũ sunt maxima apud A: minora igitur erunt apud P. Et apud P evanescunt perpendiculares Truncorum, apud A verò evanescunt perpendiculares Cylindrorũ: minori igitur proportione decrescunt areæ PBQ, propiores fini P: quàm areæ ABC, propiores fini A. At prius propiores initio I, maiori proportione decrescebant PHQ, quam AHC. Hoc theorema præcipuè notabile est propter hallucinationem aliam diuturniorem, circa comparationem Truncorum conicorum inter se, cuius infra fiet mentio.

Porrò elenchum hallucinationis dictæ continet sequens

THEOREMA III.

Cylindrorum Rectorum, quorum sectiones habent eandem Diagonium, Corpora non habent inter se proportiones analogas proportionibus Arearum, quibus secantur per Axem: nec cujus est maxima sectrix area, eiusdem & corpus maximum est.

In Schemate priori, cum AIC sit dimidium areæ IO, secantis Cylindrum IO per axem, IC Diametrum Basis: ducta igitur AICO area in IC Diametrum Basis, creatur parallelepipedum Rectangulum, quod Cylindrum stringit. Vt igitur 14. ad 11, sic hoc parallelepipedum ad cylindri sui corpus Per III. præmissæ stereometriæ Regularium. Ergo in qua figura, ex ijs, quæ habent eandem diagonion AC, maximum est hoc parallelepipedum, ibi & Cylinder est maximus. At in figura cuius AIC est dimidia sectio, non est maximum hoc parallelepipedum, quantumvis area sectrix AICO sit maxima: quod sic demonstro.

Sit in quadrante IA punctum H, proximum puncto I, quippe ad finem Quadrantis. Cùm ergo AHC sit alia figura, quam AIC, & habeat eandem cum illa diagonion AC, sint vero AIC, AHC areæ ad se in vicem, vt perpendiculares earum IN, HM: erunt in fine quadrantis inter se in minima proportione, & proximè æquales, quia etiam lineæ IN, HM intervallo certo inter se remotæ, in minima ad invicem sunt proportione; quæ proportio inter easdem semper evadit maior, quo propius illæ ad A initium quadrantis, eodem inter ipsas intervallo manente, accesserint.

Atqui, ut corpus creetur, lineæ CI, CH ducendæ sunt in areas AIC, AHC, & per æquipollentiam, ut Rectangulum sub NI, IC, ad Rectangulum sub MH, HC, sic corpus Parallelepipedi AICI, ad corpus AHCH; atqui maior est proportio HC ad CI, quam IN ad HM. Nam CI subtendit quadrantem CH, paulo plus, & ipsarum dimidia sunt perpendiculares dimidij quadrantis & paulò plu : illæ vero non sunt in minima inter se proportione, quippe quæ in medio quadrantis maior est quàm in fine, eodem utrinq; perpendicularium intervallo supposito. Ergò existente eodem perpendiculariũ intervallo, quod sit dimidium arcus HI, perpendiculares circa finem quadrantis I, sunt in minore proportione, quam dimidiæ CI, CH circa medium quadrantis, distantes etiam dimidio arcus HI. Et cum dimidiarũ CI, CH differentia sit maior; quàm perpendiculariũ ad I, quæ dimidio arcus HI distant, totarum igitur CI CH differentia, prioris duplex, erit maior quàm perpendicularium IN, HM, toto arcu HI distantium. Ita conficitur, maiorem esse differentiam inter IC & CH, quam inter HM & IN. Itaq; etsi HM secundæ figuræ est paulo minor quam IN primæ: vicissim tamen CH secundæ figuræ est multo maior quàm CI primæ. Majus est igitur Rectangulum MHC, quàm NIC, & sic maior Cylinder, eiusq; parallelepipedum AHCH, quam AICI: cùm è contrario ipsius Cylindri AHCH, area sectrix AHC, minor antea fuerit, quam AIC. Non est igitur proportio Corporum AICI, AHCH analoga proportioni arearum AIC, AHC. Et AIC quidem est maxima arearum super eadem diagonio, corpus verò AICI non est maximum, sed AHCH est eo maius.

Praxis & per eam successus.

Cùm corpora ex I adhuc crescant versus H, inquisivi logisticè, ubi esset corpus maximum; non enim crescit corpus continuè usq; in A, sed in vicinia ipsius A, rursum attenuatur, & unà cum area ABC, tandem in A, in nihilum redigitur, quando altitudo Cylindri, analogicè loquendo, punctum est, sc: A, diameter verò Basis AC, coincidens cum diagonio.

Processus hic fuit: sinum arcus AH, AB, multiplicavi in sinum dimidij arcus HC, BC, per omnes quadrantis gradus ordine.

Cùm autem sit tædiosa multiplicatio sinuum, accipe processum breviorem: sit diagonios 20, quadratum 400, sit altitudo AG 1, quadratum 1, hoc ablato à 400, restat quadratum ipsius GC 399: quod duc in altitudinem, venit 399, pro corpore huius columnæ, in comparatione cum cæteris.

Hoc pacto si fuerit

Altitudo	Basis diameter	Erit corpus columnæ
1	20--	399
2	20--	794
3	20--	1173
4	20--	1536
5	19+	1875
6	19+	2184
7	19--	2457
8	18+	2688
9	18--	2871
10	17+	3000
11	17--	3069
Sub se-	midupla	3080
12	16.	3072
13	15+	3003
14	14+	2856
Æqu-	ales	2828
15	13+	2625
16	12.	2364
17	11--	1887
18	8+	1368
19	6+	741
20	0.	0

Sed in priori processu attendi, ubi primùm consisterent quotientum, seu corporum, incrementa; ab eoq; termino iterum decrescerent; illos igitur sinus notavi. Quos cùm interpositâ vna nocte repeterem sub aspectum; apparavit, G punctum circumferentiæ, apud quod maximum corpus terminabatur, connexum cum AC, præbere GA, latus cubi in Sphæram AIC inscripti, & GC, diagonium plani cubici, seu latus Tetraedri in eadem. Id igitur sequentibus Theorematibus demonstrabitur. Et nota quod hisce Theorematibus tradatur

Ratio proportionis usitatæ in fabrica dolij Austriaci.

THEOR. IV.

Omnium Parallelepipedorũ

seu

seu columnarum inscriptarum sphæræ eidem, quæ binis ex opposito quadratis Basibus constant, Cubus est maximo corpore.

Theorema est hactenus desideratum: etsi habet dixin evidentem ex Analogia. Circulus est omnium planorum, æqualibus perimetris contentorum, capacissimum, ut demonstravit Pappus, libro V. Sed & planorum æquali laterum numero contentorum, & æquali perimetro, quæ sunt circuli similiora, capaciora sunt.

Rursum & segmentorum ex diversis circulis, quorum circumferentiæ sunt æquales, capacissimum est, semicirculus.

Ad eundem modum & Cubus est solidorum omnium, quæ æqualibus cum illo, superficiebus continentur, capacissimus. Et Polyedrorum Isoperimetrorum, quo fuerit quodlibet Sphæræ similius, ordine & numero laterum: hoc capacius est: Icosaedron quidem capacissimum, quia plurimis Basibus contentum, ut circulus infinitis quasi Basibus. Hæc omnia Pappus habet libro V.

Sed & de segmentis diversorum globorum, Isoperimetris demonstravit Archimedes, capacissimum esse Hemisphærium omnium globi segmentorum, quæ æquali superficie contineantur.

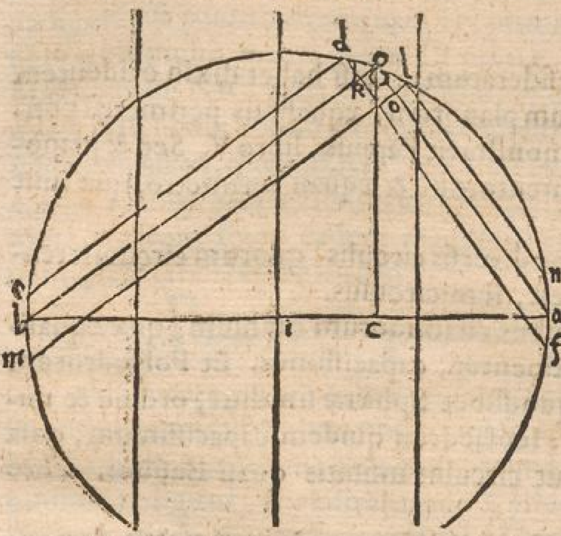
Hæc quidem præstat figuris cæteris, circuli & globi natura, cùm sunt Isoperimetræ. Quando verò remittitur ijs æqualitas superficiei, vicissimq; datur Polyedris eadem sphæra circumscripta; contrarium contingit nonnullis, ut Dodecaedron sit maius Icosaedro, quod demonstrarunt Apollonius & Hypsicles ad Euclidem: at hoc propter eandem globi naturam accidit, & propter similitudinem figuræ cum globo, quæ hic regnat. Prius enim cum æquales essent superficies, similitudo cum globo consistebat in multitudine superficierum: Hic cum angulorum in varijs figuris ponatur orbis æqualis, & dispositio per illum ordinata: similitudo cum globo consistit in multitudine angulorum, quæ maior est in Dodecaedro, quàm in Icosaedro.

Cùm hæc sic habeant, facile apparet, etiam inter corpora, quæ planorum æquali numero continentur, id esset capacius in globo, quod est globi similius: Vbi similitudo consistit in æqualitate & similitudine superficierum, & ordine angulorum. Hæc igitur Cubo adsunt, præ reliquis globi Parallelepipedis. Quare Cubus erit capacior. Hæc quidem dixis est ex Analogia, Nunc plenam subijcio demonstrationem, quæ sanè difficultatem aliquam habet, ex eo, quod solidi sectiones minutæ concipiendæ sunt in Schemate plano.

In Schemate proximè subjecto sit Sphæræ circulus maximus AGB, diameter huius, idemq; & axis sphæræ AB, & sit Latus Cubi in Sphæra AG, diagonios unius qnadrati Cubici GB. Columnæ igitur binis quadratis Basibus, quæ sphæræ eidem inscribuntur, aut sunt altiores Cubo, Basesq; quadratas Cubicis minores habent, aut sunt humiliores Cubo, Basibus quadratis laxioribus.

Sit primò Columna altior Cubo. Ducatur igitur ipsi GA altitudini Cubi, parallela longior in circulo quæ sit DF, secans GB in K: Similiter & ipsi GB, diagonio quadrati Cubici, ducatur parallela ex puncto D, fine altitudinis columnæ, quæ sit DE, diagonios quadrati Columnaris, dico columnæ FDE corpus, esse minus corpore cubi AGB. Est enim DK ad BK, ut GK ad KF; & vicissim ut FK ad KB, sic GK ad KD: sed AG est minor quam FK, & GB est maior quam KB. Maior est igitur proportio AG ad GB, quam FK ad KB. Maior igitur est earundem AG ad GB, proportio, quam GK ad KD: sed AG ad GB est proportio sub-semidupla. Minor igitur est proportio GK ad KD, quam sub-semidupla, & GK vel plus potest dimidio ipsius KD, vel æquat KD, vel ea etiam longior est.

Schema XX.



Facta verò est appositio ad corporis cubici altitudinem per ductum duorum quadratorum columnarium utrinq;, in particulam altitudinis KD. E contrario facta est diminutio à corporis cubici crassitie, per ductum quatuor Quadratorum, columnaris æqualium, circa corpus columnæ, in particulam decrementi, qua semilatus quadrati cubici differt à semilatere quadrati columnaris: quod decrementum est ad GK decrementum semidiagonij, ut AG ad GB, nimirum eius sub-semiduplum. Neq; tamen hic expressa est omnis diminutio, quia quatuor hosce laterculos speciei quadratæ, minoris, quam est quadratum cubicum, circumjacent adhuc duodecim columellæ, quæ itidem de crassitie cubi sunt diminutæ. Quod si laterculi quatuor circa columnam, diminuti de corpore cubi, maiores sunt laterculis duobus supra & infra adjectis ad corpus cubi; multò magis tota diminutio de corpore cubi, superabit adjectionem altitudini factam. Atqui maiores sunt quatuor laterculi laterales, duobus laterculis altitudinis, quod sic probo. Est enim unusquilibet laterculorum lateralium ad laterculum altitudinis, ut decrementum lateris cubici, ad incrementum altitudinis, sc. cuius dimidium est KD. Sed decrementum lateris cubici, ad incrementum altitudinis, habet proportionem compositam ex proportione AG ad GB, & GK ad KD. Nam ut decrementum semilateris, ad decrementum semidiagonij GK, sic AG ad GB, quæ est pars proportionis una: altera est ipsa proportio GK ad KD: Atqui proportiones hæ duæ junctæ constituunt aliquid minus subdupla. Est enim AG ad GB sub-semidupla, & GK ad KD minor quam sub-semidupla. Semis autem & minus quàm semis composita, faciunt minus quam totum. Si ergo vnus laterculus lateralis ad vnum altitudinis, habet proportionem minorem subduplâ: vnus ergo altitudinis, non est

planè

planè duplum vnius lateralis, & vnus altitudinis, non planè æquat duos laterales, sed minor est: & per consequens duo altitudinis, sunt minores quatuor lateralibus: Et igitur adjectio facta altitudini, minor est diminutione factà de lateribus cubi. Columna igitur Sphæræ, altior cubo, est minor corpore cubi.

Sit secundò columna Cubo humilior, & ducatur ipsi GA altitudini Cubi, parallela in circulo minor LN, pro altitudine columnæ, & ipsi GB diagonio plani cubici, ducatur ex L parallela LM, pro diagonio quadrati columnaris cubico maioris, secans GA in O.

Rursum igitur, ut prius, est, ut MO ad OA, sic GO decrementum altitudinis ex vna parte ad OL incrementum semidiagonij Sed BG est minor quam MO, & GA est maior quam OA. Ergo proportio BG ad GA, quæ est in Cubo semidupla, minor est quàm GO ad OL. Maior est igitur proportio GO ad OL, quàm semidupla.

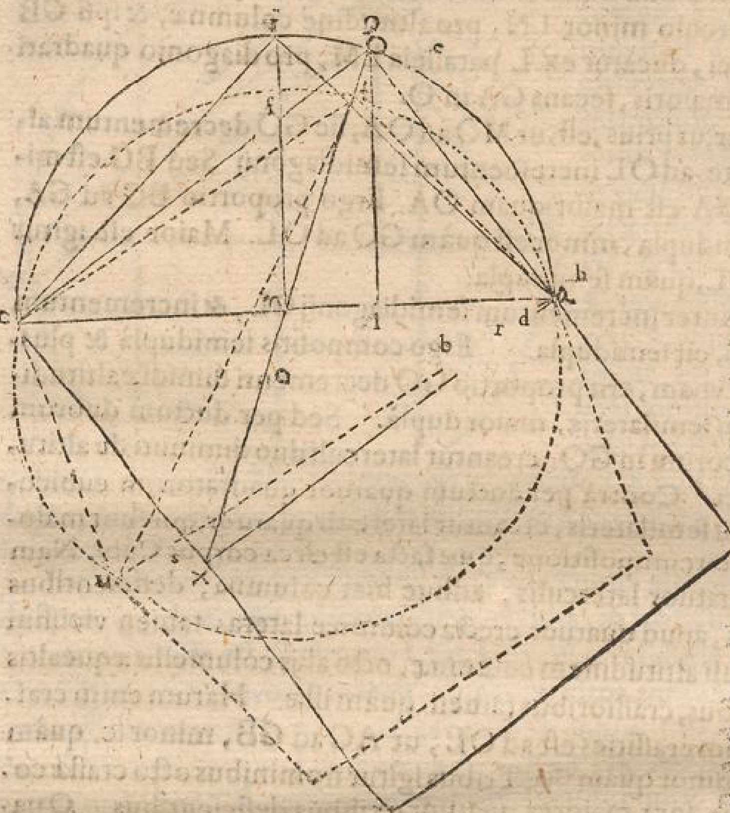
Sed proportio inter incrementum semidiagonij OL, & incrementum semilateris quadrati, est semidupla. Ergo compositis semiduplà & plusquàm semiduplà in vnam, erit proportio GO decrementi dimidiæ altitudinis ad incrementum semilateris, maior duplà. Sed per ductum duorum quadratorum cubicorum in GO, creantur laterculi duo diminuti de altitudine corporis cubici. Contrà per ductum quatuor quadratorum cubicorum, in incrementū semilateris, creantur laterculi quatuor, qui sunt maiores ea adjectione & circumpositione, quæ facta est circa corpus Cubi. Nam etsi appositis his quatuor laterculis, adhuc hiat columna, deficientibus quatuor columellis, apud quatuor erecta columnæ latera; tamen vicissim excedunt hi laterculi altitudinem columnæ, octo alijs columellis æquealtis cum illis deficientibus, crassioribus tamen, quàm illæ. Harum enim crassities est GO, illarum crassities est ad OL, ut AG ad GB, minor sc. quàm OL, multo igitur minor quam GO. Tribus igitur nominibus octo crassæ columellæ excedentes, sunt maiores quatuor exilibus deficientibus. Quatuor igitur laterculi dicti, sunt maiores appositione, factà ad corpus cubi. Quod si igitur incrementum semilateris esset præcisè dimidium ipsius GO: quod creatur à GO, ductà in duo quadrata, æquale esset ei, quod creatur ab incremento semilateris, ducto in quadrata quatuor. At minus est incrementū semilateris, dimidio ipsius GO, ut demonstratū. Quare & quatuor laterculi quadrati, minores sunt duobus laterculis altitudinis. Multo igitur minor est adjectio, facta ad latera cubi, quàm diminutio, facta de altitudine. Columna igitur Sphæræ, humilior cubo Sphæræ, minor est corpore Cubi in eadem Sphæra. At prius etiam altior Cubo, minor erat illo: nulla igitur Columna sphæræ, quadratarum basium & rectangulorum laterum, assequitur corpus Cubi in eadem Sphærà: quod erat demonstrandum.

THEOREMA V.

Omnium Cylindrorum, diagonium eandem habentium, maximus & capacissimus est is, cujus diameter Basis, est ad altitudinem in proportione semidupla, seu vt latus Tetraedri aut diagonios quadrati cubici ad latus cubi in eadem ſphæra.

Repetatur Schema Theorematis primi, & ſit AC linea diagonios Rectanguli, quo conus ſecatur per axem, repræſentans virgam menſoriam, & ſuper AC conſtituatur ſemicirculus AGC, dividatur verò AC in partes tres æquales, & ſit AL pars vna, LO duæ, & ex L erigatur perpendicularis LG, ſecans circulum in G, & connectatur G cùm A & C. Quia igitur GL ipſius LA eſt dupla, erit CA ipſius LA tripla. Vt verò CA ad AG, ſic AG ad LA. Tribus autē exiſtentibus proportionalibus continuè, vt prima eſt ad tertiam, ſic quadratum primæ eſt ad ſecundæ quadratum, quia ergo CA prima, eſt triplum tertiæ LA, quadratum etiam ipſius CA diametri erit triplum quadrati AG, ſecundæ. Et quia quadratum AC æquat quadrata AG, GC, juncta, quorum AG eſt tertia pars, erit GC duæ tertiæ ipſius AC, & ſic quadratum GC duplum erit quadrati AG. Igitur AG eſt latus Cubi inſcripti ſphæræ AGC, & AC eſt diagonios quadrati Cubici, vel latus Tedraedri inſcripti eidem ſphæræ. Dico Cylindrum, cuius diameter baſeos, eſt GC, altitudo GA, eſſe omnium Cylindrorum, quibus eſt hæc diagonios AC, capaciſſimum, ſeu maximo corpore. Nam quia, GC, puncta ſunt in ſuperficie ſphæræ, & linea GC eſt diameter baſis unius: tota igitur circumferentia illius baſis ſtabit in circumferentia ſphæræ; ſic & baſis oppoſita, cuius unum punctum A. At ſi AG latus eſt Cubi, & GC diagonios lateris Cubici, neceſſario in circulo GC, & ſic in Sphæra, inſcriptum erit quadratum cubicum, cuius oppoſiti duo anguli G, C, ſic & in circulo baſis oppoſitæ per A traductæ. Itaq; Cylindrus jam definitus, habebit inſcriptum Cubum eiuſdem ſecum altitudinis, cuius omnes anguli ſtant in ſuperficie ſphæræ.

Schema XXI.



Eodem modo etiam in alio quocunq; ſphæræ circulo, cuius verbi gratia IC diameter, intelligitur inſcriptum quadratum columnæ, cuius altitudo IA, & quadrati unius, anguli duo I. C. oppositi, quadrati alterius anguli A, X: itaq; Cylindro AIC columna æquealta inscripta est.

Atqui omnium Columnarum ad Cylindros æquealtos, quibus inscribuntur, eadem est proportio; Cubus verò omnium in sphæra Columnarum est maximus, Cylinder igitur AGC, cubo sphæræ circumscriptus, omnium aliorum Cylindrorum in sphæra, ut AIC, maximus est.

Eadem demonstratio potest etiam per Schema XIX. in hunc modum institui. Cylindri tres terminentur in H, G, A, punctis, eandem habentes diagonion CA, bases CH, CG, CB, altitudines HA, GA, BA. Sit autem quadratum CG duplum quadrati GA, & CH brevior, CB longior ipsâ CG. Descendant perpendiculares in CA, quæ sint HM, GL, BK. Cùm igitur sit CGA rectus, erit ut quadratum CG ad quadratum GA, sic recta CL ad rectam LA, dupla scilicet eius; & ut quadratum CH ad quadratum HA, sic CM ad MA, & ut quadratum CB, ad quadratum BA, sic CK ad KA. Vt verò quadrata CH, CG, CB inter se, sic sunt etiam bases Cylindrorum circulares inter se. Quare ut CM, CL, CK inter se, sic etiam sunt bases cylindrorum inter se. Componitur autem proportio Cylindrorum ex proportione basium & proportione altitudinum. Ergo rectangula tria, sub CM, CL, CK, quæ habent proportionem basium, & sub HA, GA, BA altitudinibus, habent inter se proportionem Cylindrorum. Schema XIX.

Permutatim autem ut AM, AL, AK inter se, sic sunt inter se etiam quadrata altitudinum AH, AG, AB. Est igitur quantitas eadem LM, quæ adijcitur ad LA, & aufertur ab LC; & vicissim quantitas est eadem LK, quæ aufertur ab LA, & adijcitur ad LC. Cùm aum autem CL sit dupla ipsius LB, proportio igitur CM brevioris, ad CL longiorem, est maior dimidia proportione eversa ipsius MA tanto longioris, ad LA breviorem. Vt si CL sit 20, LA 10, deinde CM 19, MA 11, proportio 20 ad 19. maior est dimidia proportione ipsius 11 ad 10, hoc est 22 ad 20. Nam proportio 22 ad 20 habet duo elementa, 22 ad 21, & 21, ad 20, quorum utrumq; minus est proportione 20 ad 19. Est igitur proportio MA ad LA, & sic quadrati HA ad quadratum GA, minor quàm dupla proportionis CL ad CM. Sed rectarum ipsarum HA ad GA proportio est dimidia quadratorum, & duplæ proportionis dimidia, est simpla. Ergo altitudinis HA ad altitudinem BA proportio minor est, quàm LC ad MC, proportio basium. Rectangulum igitur sub HA, CM, repræsentans cylindrum CHA, minus est rectangulo sub GA, CL, repræsentante cylindrum CGA, quia CM est brevior in sua proportione, HA longior in suâ.

Idem demonstratur versis argumentis etiam de cylindro CBA. Nam proportio CK longioris ad CL breviorem, est minor quàm dimidia proportionis eversæ AK brevioris ad AL longiorem. Vt si CL sit 20, LA 10, deinde CK 21. KA 9. Proportio 20 ad 21 minor est quam dimidia ipsius 9 ad 10, vel 18 ad 20. Nam proportionis 18 ad 20 elementa duo, 18 ad 19, & 19 ad 20, sunt singula maiora proportione 20 ad 21. Proportio igitur LA ad AK, hoc est quadrati GA ad quadratum AB, maior est quam dupla KC ad CL: & sic linearum GA ad AB proportio maior est, quàm KC ad CL; nec quanto BA brevior est ipsa GA in proportione sua, tanto vicissim longior ECK quàm

CL in sua; & rectangulum sub BA, CK minus est rectangulo sub GA, CL, cylinder igitur CBA minor cylindro CGA: solus igitur CGA omnium maximus.

Corollarium I.

Dolia Cylindracea sine Ventre, sive longioris fuerint figuræ quàm Austriaca sive curtioris, minus sunt capacia Austriacis.

Corollarium II.

Patet hinc bono quodam & Geometrico genio esse factum, quod Austriaci Vietores Regulam hanc observent construendi dolij; ut tertia parte de longitudine Tabulæ utantur pro semidiametro Orbis lignei. Nam hac ratione fit, ut Cylinder inter duos orbes ligneos mente adumbratus, quam proximè habeat duas medietates, ad Regulam Theorematis V. quadrantes, & figuræ capacissimæ participes, etsi à perfectione Regulæ nonnihil recedant. Nam figuræ aliæ, terminatæ ad puncta ipsi G proxima cis & ultra, minimum variant capacitatem; quia capacitas figuræ AGC maxima est: circa maximam verò utrinq; circumstantes decrementa habent initio insensilia.

In Schemate sequenti CG ad GA habeat rationem semiduplam, eam nempe quam 100000. ad 70711: duplicata AG ex hac regula debebat habere 141421; at vietores pro hoc sumunt longitudinem 150000. sesquialteram basis, pro longitudine tabulæ GX, quod paulò plus est, quam 141421. Et hoc ipsum facit ad figuræ capacissimæ imitationem accuratiorem. Nam tabulæ & curvantur & marginibus utrinq; extant & procurrunt super crenas, quibus capiunt & stringunt orbes ligneos. Quod igitur nimium est in hac tabularum longitudine, quæ est ad diametrum basis in proportione sesquialterà, id his marginibus imputatur, qui in examinatione figuræ ad regulam Theorematis V, non censebantur.

Quis neget Naturam instinctu solo, sine etiam ratiocinatione docere Geometriam? cùm Vietores nostri, solis oculis & speciei pulchritudine ducti, capacissimam in dimidiato dolio figuram exprimere didicerint? Prodeat Geometra, doceatq; faciliorem Methodum construendi dolij, quod dimidià sui parte ad capacissimum Cylindrum propius accedat, quàm est hæc ipsa, quam Vietores Austriaci ex antiquo tenent, proportionis sesquialteræ: doceat idem Geometra figuram ad compendiosè mensurandum aptiorem, quàm est illa quam struit Austria.

Credere poteram, extitisse olim præstantissimum aliquem in Austria Geometram, qui Vietores ista docuerit; nisi me hoc retinuisset, quod pulcherrimæ demonstrationis vestigia nuspiam extant in libris Geometrarum: quodq; ratio hæc construendi dolij, quod equidem sciam, ad Rhenum, cæteraq; loca vitifera, usitata non est; ferè enim longiora dolia factitant. Quod igitur publicè receptum non est, quî possit esse verisimile, ex libris aut institutione Geometrarum, ab vnà sola natione petitum esse?

Admonitio.

Quis tam est ingenio perspicaci & circumspecto, qui eluctatus ex hallucinatione ista, qua Cylindrorum eandem diagonion habentium illis maximum corpus tribuerat, quibus est area maxima sectionis per axem; postquam didicit, ijs Cylindris esse maximum corpus, in quibus diameter basis est semidupla altitudinis, per Th. hoc V, ijs verò, qui lineas has habeant æquales, aream sectionis esse maximam, per Th. I. huius partis: & verò eandem esse circa areas & Truncorum Conicorum rationem, per Th. II. huius: qui inquam his perspectis, non statim etiam de corpore Trunci conici præsumat idem, quod de corpore Cylindri: quòd scilicet etiam Trunci conici illius corpus sit maximum, in quo diameter basis minoris, sit dupla lateris acclivis? Atq; id ego & credidi per hunc sesquiannum, & secutus sum: iamq; in hoc eram, ut hoc nixus fundamento, dolia Rhenensia promiscuè omnia, sine discrimine ventrium, Austriacis postponerem in capacitatis censura: quod nullâ quidem illorum cum iniuria fecissem sed tamen iure non æquali. Itaq; commoditati Typographiæ præsentis acceptum fero, quod aurem hic vulsit Geometria, editionem curanti, sequentiaq; Theoremata, velut augendo supplemento ad Archimedem, mihi suppeditavit; quibus simul altera, multoq; priore mirabilior proprietas dolii Austriaci traditur.

Definitio.

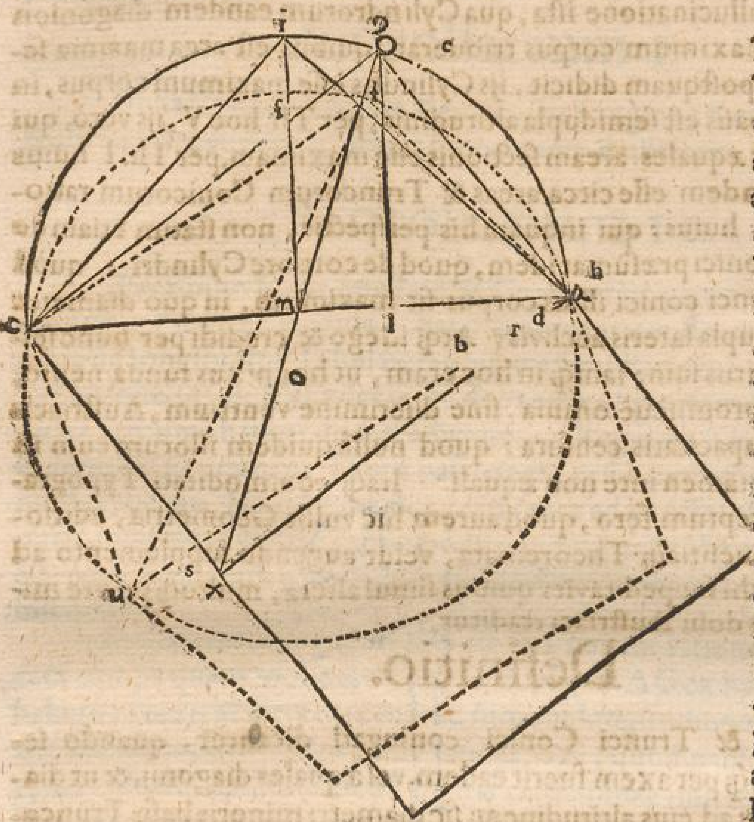
Cylinder & Trunci Conici coniugati dicantur, quando sectionibus utrorumq; per axem fuerit eadem, vel æquales diagonij, & ut diameter basis cylindri ad eius altitudinem; sic diametri minoris basis Truncorum, ad eorum latera acclivia.

THEOREMA VI. Problema.

Dato Cylindro & Trunci conjugati latere, vel basis minoris diametro, inuenire trunci conjugati lineas reliquas. Oportet autem proportionem lateris uel basis in Cylindro ad datum latus vel basin Trunci, esse minorem proportione diametri et altitudinis Cylindri junctarum, ad diagonium.

Datus esto Cylinder AGCX, basis diametro CG, altitudine GA, diagonio AC: & Trunci data esto diameter basis CT; & proportio CG ad CT sit minor proportione CG, GA junctarum ad CA. Oportet invenire latus trunci & diametrum basis maioris. Fiat ut CG ad GA, sic CT, ad aliquam, puta AT: & super CA, struatur triangulum ex CT, AT. Nam quia proportio CG, GA ad CA est maior, quàm proportio CG ad CT, erit etiam maior quàm GA ad AT, & junctis terminis, maior erit proportio CG, GA ad CA, quàm earundem CG, GA ad CT, TA. Ac proinde CT, TA junctæ maiores erunt, quàm CA, poterit igr fieri triangulũ ex CT, TA super CA. Scribatur autem circulus circa C, T, A, puncta; & ex C, ipsi

TA æqualis extenſa, applicetur circulo in V, & connectantur AV, dico TA, CV eſſe Trunci coniugati latera acclivia, AV diametrũ baſis maioris.



Connexis enim TV punctis: cùm TA ſit ipſi CV æqualis, communi arcu TC appoſito ad arc° TA & CV, erunt arcus AC, TV, æquales, proinde & ſubtenſæ AC, TV æquales, & angulus ATC, angulo VCT, æqualis; quadrilaterũ igitur ATCV, erit ordinatum & circulo inſcriptũ, eadem diagonio AC vel TV, cum parallelogrammo AGCX, & eadem proportione CT ad TA, qua eſt LG ad GA; Truncus igitur, cuius ſectio per axem ATCV, & cylinder, cuius ſectio AGCX, conjugati erunt.

THEOREMA VII.

Si fuerint Cylinder & Truncus Conicus coniugati, & differentia diametrorum in baſibus trunci ſecetur in proportione, quam habent inter ſe quadrata, diametri Baſis, & altitudinis Cylindri; erit hoc diametri quadratum, æquale rectangulo, ſub minore diametro Trunci, & ſub compoſita ex hac & ſegmento, quod diametro Cylindri reſpondet.

Sit AGCX cylindri ſectio, diagonios AC; dividat autem hanc perpendicularis à G in partes CL, LA, ſic ut CL reſpondeat ipſi CG. Formetur etiam ſectio Trunci ATCV, ſuper eadem AC diagonio, per VI præmiſſam, cuius diametri, minor CT, maior AV, & ablatâ ab AV, ipſi CT æquali VB, reſiduum eſto BA.

Cùm igitur ATCV quadrilaterum ſtet in circulo, quadratum ab AC, erit æquale rectangulis duobus, & ſub TC, AC, & ſub TA, CV, id eſt qua-

quadrato de TA vel CV, junctis, Ablato igitur quadrato ipſius AT, à quadrato ipſius AC, reſtabit rectangulum ſub TC, AV, hoc eſt ſub BV, VA. Atqui etiam quadrato ipſius AG, maioris, quàm eſt AT, ablato ab eodem quadrato AC, relinquitur rectangulum GC, AX, hoc eſt quadratum GC, quod ideò minus eſt rectangulo BVA.

Erit igitur rectangulum aliquod minus quam BVA, æquale quadrato GC; ſit BVD, reſiduum igitur ſub DA BV, erit exceſſus rectanguli BVA, ſuper quadratum GC. Sed exceſſus hic, eſt æqualis exceſſui quadrati GA, ſuper quadratum AT. Et quia rectangulum BVD, poſitum fuit æquale quadrato GC, & rectangulum DBV, eſt exceſſus rectanguli BVD, ſuper quadratum BV vel TC; eſt igitur DBV etiam exceſſus quadrati GC ſuper quadratum TC. Componendo igitur, cum ſit quadratum AG ad quadratum GC, ut quadratum AT ad quadratum TC; erit etiam, ut quadratum AG ad quadratum CG, hoc eſt, ut AL ad LC, ſic exceſſus quadrati AG ſuper quadratum AT, hoc eſt, rectangulum ſub DA, BV, ad exceſſum quadrati GC ſuper quadratum TC hoc eſt ad rectangulum DBV. Vt igitur AL ad LC, ſic rectangulum ſub AD, BV, ad rectangulum DBV; quare cùm rectangula habeant eandem longitudinem BV, erunt etiam ut AL ad LC, ſic latitudines AD ad DB. Quare reflectendo ſi fuerit diviſa AB in D ſic, ut ſit BD ad DA, ſicut eſt CL ad LA, hoc eſt, ut quadratum CG ad quadratum GA; rectangulum DBV, æquabit quadratum GC, quod erat demonſtrandum.

Corollarium I. & Praxis.

Si dantur quadrata altitudinis & baſis Cylindri, cum diametro baſis minoris in Trunco, divide quadratum baſis per diametrum baſis trunci datam, à quotiente aufer diviſorem, quod reſtat, multiplica in ſummam quadratorum, factum divide qer quadratum altitudinis cylindri, provenit differentia diametrorum, adijcienda ad minorem datam, ut componatur diameter Trunci maior.

Exemplum.

Sit quadratum AG, 2000. quadratum GC etiam	2000	167	- Quotiens
Et ſit TC	120	120	Diviſor
		AD 47.	Differentia
Summa quadratum	40000		
Factus	1866667	93	+ Quotiens AB
quadratum AC	20000	120	TC
		213	+ compoſita, AV

Corollarium II.

Si verò econtrà datur ſolùm proportio quadrati altitudinis ad quadratum baſis diametri, & diameter utraq; baſium Trunci; Diameter Baſis Cylindri ſic invenitur. Adde numeros, quibus expreſſa eſt quadratorum proportio, & multiplicatâ differentiâ diametrorum trunci, in numerum quadrati maioris, factum divide per ſummam utriuſq; Numeri, quotientem multiplica in minorem Trunci diametrum, proveniet quadratum diametri in baſe Cylindri.

Sit CG ad GA ut 3. ad 2. Factus 234.
quadrata ut 9. ad 4. Summa 13. 18 Quotiens
Sit CT. 130, TA 156 differentia 26. 130 CT.

Factus 234 Factus 2340. qdm CG.

Vel quod idem est, numerum quadrati maioris multiplica in diametrum minorem, & fac, ut summam quadratorum ad differentiam diametrorum trunci, sic factum ad quartum, qui erit quadratum CG.

Corollarium III.

Si quadratum AG, ad quadratum AC, est ut). ad 2, DV est duarum medietatum arithmeticarum inter TC, AV maior; Hinc Praxis brevior.

Dia- 19. 20. 21. 22. metri.
19.

399. quadratum GC.

Corollarium IV.

Sicut se habet basis minor Trunci, ad basin Cylindri, aut quadratum lateris acclivis Trunci, ad quadratum altitudinis Cylindri, sic se habet diameter minoris basis, ad compositam DV.

THEOREMA VIII

In Cylindro & Trunco conico coniugatis, altitudinum proportio componitur ex proportione Diametrorum in Basibus, minori Conici trunci, & utraq; Cylindri, & ex proportione perpendiculi, ad latus acclive Trunci.

In Schemate XXI. Sint figuræ conjugatæ CGAX & CTAV, in quibus diametri baseon, Cylindri CG, XA, Trunci minor VCT, maior VA, sitq; perpendiculum Trunci TR, latus acclive TA. Dico proportionem altitudinum Cylindri GA, ad Trunci TR, componi ex proportione GC ad CT, & ex proportione AT ad TR. Theorematis ipsius facilis est demonstratio, nec minus tamen separatim fuit tradenda, ob Corollaria & Analogiam notabilem. Cùm enim sit CG ad GA, sicut CT ad TA, permutatim igitur, erit GC ad CT, ut GA ad AT: Sed proportio GA ad TR, composita est ex proportione GA ad AT, & ex proportione AT, ad TR: ergo etiam ex GC, ad CT, & ex AT ad TR.

Corollarium & Praxis quærendæ altitudinis.

Datis CT, & VA, per præmissam, datur etiam quadratum ipsius CG; data verò proportione huius quadrati CG, ad quadratum GA, datur etiam quadratum GA, & quadratum TA. Sed & differentia ipsarum CT, VA, nota est, sc. BA: & quadratum TA, minus est quadrato TR, parte quarta quadrati BA, in omni conjugatione. Anguli enim ad C & T, æquales sunt, & CT, VB æquales, ex Hypothesi, atq; etiam parallelæ: connexis igitur B, T, erit BT æqualis ipsi CV: sed hæc est æqualis ipsi TA, ex hypothesi: Ergo BTA isosceles est cuius TR perpendiculum: itaq; BR est æqualis ipsi RA, eòq; quadratum BA, quadruplum ipsius RA. Ablata igitur parte quarta quadrati BA à quadrato TA, restat quadratum TR, altitudinis Trunci, quod comparatum cum quadrato GA, constituit quæsitam proportionem.

Exempla.

Sit TC 19. AV. 22. Quod si quadratum GC fuerit ad GA duplum: erit quadratum GC ut prius, 399. Erit igitur quadratum GA 399 semisses, vel 798 quadrantes: proinde cùm quadratum de 19 sit 361, erit etiam TA 361 semisses vel 722 quadrantes. Denique cum differentia CT & VA, sc. 19 & 22, sit 3, quadratum 9, pars quarta, 9 quadrantes: aufer hos à 722, restant 713 quadrantes pro quadrato TR. Ita constituitur proportio quadrati GA ad quadratum TR, quæ 798 ad 713.

Sit verò alia conjugatio, quadrata sc. AG, GC æqualia, & sic etiam quadrata AT, TC: & maneat CT, 19. VA 22. Erit quadratum TA 1444 quadrantes, eoque quadratum TR 1435 quadrantes: Et proportio quadrati GA ad quadratum TR quæ 1596 ad 1435, vel in minimis, quæ 228 ad 205.

Aliud Exemplum. Sit TC 19. AV 20. seu quod idem est 57, & 60. ut communicent cum ternario, propter usus secuturos. Deinde sit quadratum GC ad quadratum GA, non duplum, ut 2. ad 1. vel ut 8. ad 4. sed minor, ut 7. ad 4. Cùm ergò per præmissam, differentia, quę hîc est 3, sit dividenda in proportione 7 & 4, tota igitur est ut 11. eòque alij termini sunt assumendi, communicantes cum 11, scilicet 627. & 660. ut sit differentia 33. de qua pars respondens quadrato GC, est 21. Composita igitur VD est 648. quam duc in minorem diametrum 627, provenit 406 296, quadratum GC, quod est ad quadratum GA, ex hypothesi, ut 7. ad 4. Ergo quadratum GA 232 169 cum septimâ, seu 928 677 $\frac{1}{7}$ quadrantes. Est autem quadratum minoris TC 393 129, Et ut 7 ad 4, sic quadratum TC ad quadratum TA, quod erit ideò 224 645 & 1 septima, seu 898 581 $\frac{1}{7}$ quadrantes. Differentia diemetrorum est 33, cuius quadratum 1089, & eius quarta pars, totidem quadrantes. Aufer hoc à quadrato TA, reliquuntur 897 492 $\frac{1}{7}$. Hic ergò est proportio q. GA ad q. TR, quę 928 676 ad 897 491, vel 3 714 708 ad 3 589 968; in minimis, ut 464 377 ad 448 746.

Sit autem proportio quadratorum, non ut 7. ad 4, sed ut 9 ad 4. ipsarum sc. linearum GC ad CT, quę 3 ad 2. & sit VC 19. AV 20. Oportet ergò differentiam 1, dividere in proportione 9. ad 4. Tota ergo secanda est in particulas 13, & propter communionem cum ternario, in 39. Fient autem termini, VA 780, TC 741, quadratum 549 081. Vt autem 9 ad 4, sic quadratum hoc ad quadratum TA 244 036, de quo aufer quartam de quadrato 39, sc. 1521 quadrantes, restant 974 623 quadrantes, pro TR. Iam pars diametri, respondens quadrato GC, est 27: composita igitur, est 768, qua ducta in diametrum 741, provenit quadratum GC 569 088, ut verò 9 ad 4, sic hoc ad 252 928 seu 1011 712 quartas. Ergo proportio quadrati GA, ad quadratum TR, est illa, quę 1011 712 ad 974 623.

Corollarium II. & Analogia.

In conjugatione æqualitatis pulchra existit series proportionum inter quadrata altitudinum; talis nempe.

Si fuerit TC ad AV	Erit qdm GA ad q. TR	In conjugatione dupla talis. TC.AV	qdm GA	qdm TR	Increm: 1ma	2da
ut 1. ad 2	ut 1. ad 2	1. 2	ut 3	d.ff 7. 10	22	
2. 3	3. 4	2. 3	21.	11. 32.	34	12
3 4	5. 6	3. 4	51.	15 66.	46	12
4. 5	7. 8	4. 5	93.	19.111.	58	12
5. 6	9. 10	5. 6	147.	23.170.	70	12
6. 7	11. 12	6. 7	213.	27.240.	82	12
7. 8	13. 13	7. 8	291:	31.322.	94	12
8. 9	15. 16	8. 9	381.	35.416.	106	12
9. 10	17. 18.	9. 10	483	39.522.		

Quia puncta D,R hic coëunt. Tale quid occurrit in unaqualibet Conjugatione

THEOREMA IX.

Si differentia diametrorum Trunci secetur in proportione laterum Cylindri conjugati, & addatur pars respondens diametro Basis Cylindri ad minorem, fiantq; rectangula, I. sub minore & maiore, II. sub minore & modo composita: Proportio rectanguli primi, aucti tertia parte quadrati à differentia diametrorum, ad rectangulum secundum, & proportio altitudinis Cylindri ad altitudinem Trunci, in vnum compositæ, constituunt proportionem corporis Trunci ad corpus Cylindri conjugati.

In Schemate XXI. manentibus cæteris, ut præcedenti Theoremate, sit BA differentia divisa in D sic, ut sicut quadratum AG ad quadratum GC, sic sit AD, ad DB. Dico proportionem rectanguli sub CT, AV, unà cum tertia parte quadrati à BA, ad rectangulum CT, VD, & proportionem GA ad TR, in unum compositas, constituere proportionem corporis Trunci ad Cylindri coniugati corpus. Nam per XVII. primæ partis, est ut rectangulum CT, VA, junctâ tertiâ parte quadrati de BA, ad quadratum, CT, sic corpus Trunci CTAV, ad corpus Cylindri æqualis & [inscripti], super basi eâdem CT. Vt verò quadratum CT ad quadratum CG, ita corpus Cylindri super CT basi, ad corpus Cylindri æquealti, super basi CG, per dicta ad III & XVI. p. primæ. Vt ergo rectangulũ CT, VA, junctâ tertiâ parte quadrati de BA, ad quadratum CG, hoc est, per VI. præmissam, ad rectangulum CT, VD, æquale quadrato GC: ita corpus Trunci, basibus CT, AC, ad corpus Cylindri æquealti. Si ergo Truncus haberet altitudinem Cylindri coniugati, sc. GA; valeret hæc jam dicta proportio sola. Iam verò ut GA; altitudo Cylindri conjugati, ad TR, altitudinem minorem, sic Cylinder coniugatus, ad Cylindrum altitudine Trunci, basibus iisdem, per Th. XVII p. primæ; & sic etiam Truncus altitudine GA, ad truncum coniugatum; altitudine TR. Hæc igitur est proportionis pars altera.

Corol-

Corollarium I. & Praxis.

Data proportione Trunci ad Cylindrum æquealtum, basi GG, per præmissas: datâ etiam proportione quadrati GA, altitudinis Cylindri, ad quadratum TR, altitudinis trunci coniugati, quia quadratorum proportionalium radices etiam proportionales sunt, sed proportionis dimidiæ: quadrabimus igitur numerum, quo effertur corpus Trunci, & faciemus, ut quadratum GA, ad quadratum TR, sic quadratum numeri Trunci, altitudine GA, ad quadratum numeri justi trunci, hoc est conjugati, altitudine TR: Radix ex hoc quadrato numero, prodit numerum corporis trunci, in proportione, ut quadratum GC, valet Cylindri conjugati corpus.

Sit GA quadratum ad quadratum GA ut 7. ad 4. & sint CT. 19. AV. 20, vel ut in exemplo Th. VII, 627. 660. Differentia 33. Minore ergò medietate Arithmetica 638 in 627 ductâ, addito quadrato de 627, vel totâ 660 in eandem 627 ductâ, addito rectangulo ex 11 in 33, conflabitur 414183, pro corpore Trunci. Supra verò quadrati altitudinis cylindri conjugati, ad qdm altitudinis Trunci proportio erat quę 464377 ad 448746. Si feceris ergò, ut illum ad hunc, sic quadratum numeri trunci hic inventi ad quartum, proveniet 165773240994, cuius radix 407153 pro Trunco: cùm quadratum cylindri, reprȩsentans eius corpus, esset 406296. En Truncum maiorem cylindro, plus quàm parte quingentesima, cum in eadem proportione diametrorum, sed conjugatione proportionis duplæ, in hoc Theoremate proposita, Truncus esset minor cylindro, minus quam parte termillesima.

Age verò etiam conjugationem tentemus proportionis dupla maioris. Sit TC 19. AV. 20. & q. GC ad quadratum GA, ut 9 ad 4, Erant supra, Th. VIII, termini TC 641. AV 780. Et quadratum GC 869088. Et quadratum GA ad quadratum TR, ut 1011712 ad 974623.

Ducto autem 741 in 780, & differentiâ 39 in partem tertiam 13, factisque additis, conflatur numerus Trunci 578487. Denique huius quadrato multiplicato in 974623, & facto diviso per 1011712, prodit 3223 9900 7006. Et hinc radix 567802 est argumentum Trunci coniugati, cùm 569088 sit argumentum cylindri. Truncus igitur hic, minor est plus quam parte sexcentesima. Minor autem erat in coniugatione proportionis duplæ, minus quam parte termillesimâ.

Corollarium II.

In coniugatione duplæ proportionis, duarum medietatum arithmeticarum utraq; servit calculo, minor pro Tunicæ corpore, maior pro quadrato GC, & corpore cylindri coniugati.

Exempla
Differentia. Diametri,

3 | 19. 20. 21. 22.
3 | 19. Diff. 3. 19.
9 | 361. 60. 399.
4 | 4. 361. 4.
1444. 421. † 1596.
9. 421. in minimis per 7.
† 228. * 205
* 1435. 177241.

Multiplicato 177241 per 205, facto diviso per 228, provenit 158362 cuius, radix 398 + denique arguit corpus Trunci in ea proportione, ut Cylinder conjugatus Valet 399.

In hac ergo conjugatione &

Proportione Diametrorum		reperitur Cylinder,	Truncus
1.	2.	15.	11 +
2.	3.	48.	46 +
3.	4.	99.	97 f.
4.	5.	168.	167 —
5.	6.	255.	254 —
6.	7.	360.	359 —
7.	8.	483.	482 —
8.	9.	624.	623 +
9.	10.	783.	782 +
&c.			
19.	20.	3363	3362 +

Corol-

Corollarium III.

In figuratione proportionis æqualitatis, ſeu cum altitudo æquat diametrum baſis, utiles ſunt, primò duarum medietatum arithmeticarum minor pro Tunica, deinde vnica medietas arithmetica pro diametro GG.

Exemplum

Diff.	Dia-	Medi-	Unum	- a duo	- metri.
3	19.	20.		21.	22
Vel 6	38:	40.	41.	42.	44.
6	38.	6.	38.		
36	1444.	240.	1558.		
4		9.1444.	-		
			-		
9	1435.	1684.	-		

In minimis 35. - - - - 38. per com. diviſorem 41.

Tunica eſt 240. inſcriptus Cylinder 1444. Truncus ergo 1684, cuius numeri quadratum 2835-856 multiplicatum in 33, & factus diviſus per 38. prodit 2611972, & hinc radix 1616 -+ pro corpore Trunci, qualium corpus Cylindri conjugati eſt 1558.

Hoc pacto in proportione		Reperitur Cylin:	Truncus
1.	2.	54.	60
2.	3.	180.	197 -+
3.	4.	378.	405 -+
4.	5.	648.	685---
5.	6.	990.	1036---
6.	7.	1404.	1456 -+
7.	8.	1890.	1846---
8.	9.	2448.	2521
9.	10.	3078.	3160 -+
&c.			
Deniq; 19	20	13328.	13468 -+

pars minor centeſimâ ſecundâ in exceſſu eſt.

Conſideratio Analogiæ.

Hactenus fuerunt Theoremata aliquot, quibus utitur Calculus inquirendæ proportionis inter Conicum Truncum & ſuum Cylindrum conjugatum. Ex hoc verò calculo multa deſumuntur conſideratione digniſſima. Nam primùm per Corollaria II. & III. praxesq; varias inter ſe comparatas, apparet, non ſemper eandem eſſe proportionem Trunci ad Cylindrum, in vna aliqua conjugatione, ſed variari cum variata proportione Diametrorum Trunci. Et in Corollario quidem II. inventus eſt decreſcere Truncus manente Cylindro: in Corollario verò III crevit truncus, rurſum manente Cylindro. Nam in infima linea exceſſit Cylindrum parte minus centeſima, ſuperius parte minus triceſima octava, inde triceſima tertia, & ſic ſemper maiori, uſq; ad ſummam lineam, ubi erat pars omninò decima in exceſſu. Neceſſe autem eſt, ſi continuetur calculus ulteriùs, Truncum tandem fieri iterum minorem cylindro, in eadem conjugatione. Quæritur ergo quis Truncus in qualibet conjugatione ſit maximus, quis item cylindro conjugato æqualis. Secundò apparuit ex tribus Corollarijs & calculo adjuncto, Viciſſitudinem hîc aliquam eſſe inter conjugationes proportionis dupla maioris, & inter conjugationes, minoris. Nam in qua conjugatione regnat proportio dupla, in ea primùm omnium, Truncus omnis videtur minor exiſtere cylindro, licet inſenſibiliter, ſic, ut cylinder ipſe, veluti Truncorum omnium primus, & proportio diametrorum ejus, quæ eſt proportio æqualitatis, ſit Truncorum omnium maximus & ſibi ipſe æqualis; in qua verò conjugatione regnat proportio maior dupla, duplà, trunci omnes, etiam proximi ipſi cylindro, ſenſibiliter minores fiunt cylindro conjugato: an ergò viciſſim, in qua proportio regnat minor duplà, Trunci primùm cylindro evadant maiores, uſq; ad certam metam; inde rurſum decreſcant, fiantq; tandem cylindro ſuo æquales, deinde minores; donec tandem Trunci penitus evaneſcant, manente cylindro conjugationis? Tertiò, cum omnium coniugationum cæterarum cylindri ſint minores cylindro coniugationis duplà proportione uſæ: creſcant verò trunci aliquarum coniugationum ſupra ſuos cylindros coniugatos: quæritur num hic exceſſus tantus ſit, ut æquet vel ſuperet cylindrum per coniugationes omnes maximum, & ſi hoc, quæ ſint ergo diametrorum proportiones, in quibus truncus fiat cylindro maximo æqualis? Hæc igitur ſequentibus aliquot Theorematis nobis ſunt expedienda, quantum quidem eius per meam ſcientiam fieri poterit: ſunt enim ad æſtimationem & comparationem doliorum cumprimis neceſſaria.

THEOREMA X.

In omni conjugatione, Trunci per augmentum proportionis diametrorum tandem fiunt minores quacunq; data quantitate ſolida.

Sit coniugatio quæcunq;, cuius proportio GG ad GA: dico dari truncum, ut CTA, eiuſdem coniugationis, ſcilicet in quo ſit CT, ad TA, ut CG ad GA, minorem quacunq; propoſita quantitate ſolida. Hoc verò demonſtratu eſt facile. Nam minui poſſunt latera figuræ GT, TA, ſemper manente inter ea proportione, quæ eſt inter GG ad GA, eòuſq; dum GT, TA æquent junctæ diagonion CA, quando tria latera VC, GT, TA juncta, æquant quartum VA, quæ eſt proportio diametrorum GT, ad VA, quanta poteſt eſſe in hac coniugatione, maxima: quo caſu truncus omnis in baſin ſeu in planitiem circuli VA ſubſidit, Superficies verò quantacunq;, minor eſt omni quantitate ſolida.

THEOREMA XI.

Cylinder æqualis Trunco æquealto, baſin habet compoſitam ex duarum baſium Trunci & earum medij proportionalis Trientibus ſingulis.

Nam rectangulum ſub diametris Trunci, eſt æquale quadrato mediæ proportionalis inter diametros, per 17. VI. Eucl. & duo talia rectangula, vnâ cum quadrato differentiæ, conſtituunt duo quadrata duarum diametrorum, ſub quibus rectangula continentur per 7. II. Eucl. Tria ergo rectangula, vna cum quadrato differentiæ, ſunt æqualia tribus quadratis, & duarum diametrorum in baſibus, & mediæ ꝓportionalis. Rectangulum igitur unum, cum triente quadrati differentiæ, æquat tertiam partem ſummæ quadratorum proportionalium, & ſic iunctos ſingulos ſingulorum Trientes.

3. 5.		15. bis 30.
3. 5.	Diff. 2. 2.	4
9. 25. --34.		34

Vt vero rectangulû, cum triente dicto, ad quadrata baſium trunci, ſic corpus trunci ad corpora Cylindrorum æquealtorû, ſuper trunci baſibus, per XVII. p. imæ. Quare etiam ut tres dicti trientes, ad quadrata baſium, ſic corpus trunci (& sic etiam cylindri trunco æqualis) ad corpora Cylindrorum super trunci basibus æquealtorum. Cùm autem talium bases ipsæ, sint ut corpora; etiam sic erit basis cylindri, trunco æqualis, ad bases duas trunci: itaq; constabit ex earum & mediæ proportionalis trientibus singulis.

Clavius lib V Geometriæ Practicæ, cap. III. utitur hoc theoremate non nihil transformato, quod & supra tetigi: sed principia demonstrationis adhibet difficiliora, nec evidenter cum meis connexa; lucis ergo causa meis principijs uti malui.

Exemplum. Sint diametri 19. 22, duc utramque in seipsam, & in se mutuò: erunt quadrata 361. & 484 & medium proportionale 418. Summa omnium 1263, cuius pars tertia 421 pro corpore Trunc, ut 361 est corpus Cylindri minoris.

THEOREMA XII.

Cylindri habentis altitudinem eandem cum Trunco recto, & diagonion eandem, diameter basis est mediũ arithmeticum inter diametros basium Trunci.

Sit cylinder CEAS, diagonium habens CA, & super ea truncus rectus CTAV, cuius altitudo TR, æqualis altitudini cylindri EA vel CS. Dico basis cylindri diametrum CE, medium esse arithmeticum inter CT, AV, diametros basium trunci. Cùm enim truncus ponatur rectus, & latera acclivia CV, TA, æqualia, æquales vero etiam EA. & CS, & anguli S, E, recti, quippe in sectione cylindri per axem: quare etiam VS & TE, latera triangulorum VSC, TEA, erunt æqualia Est autem æqualis CE ipsi SA: quantum igitur CE excedit CT, sc quantitate TE; tantum etiam ipsa AV excedit AS vel CE, quantitate sc. æquali VS. Est igitur CE medium arithmeticum inter CT, VA. q. e. d.

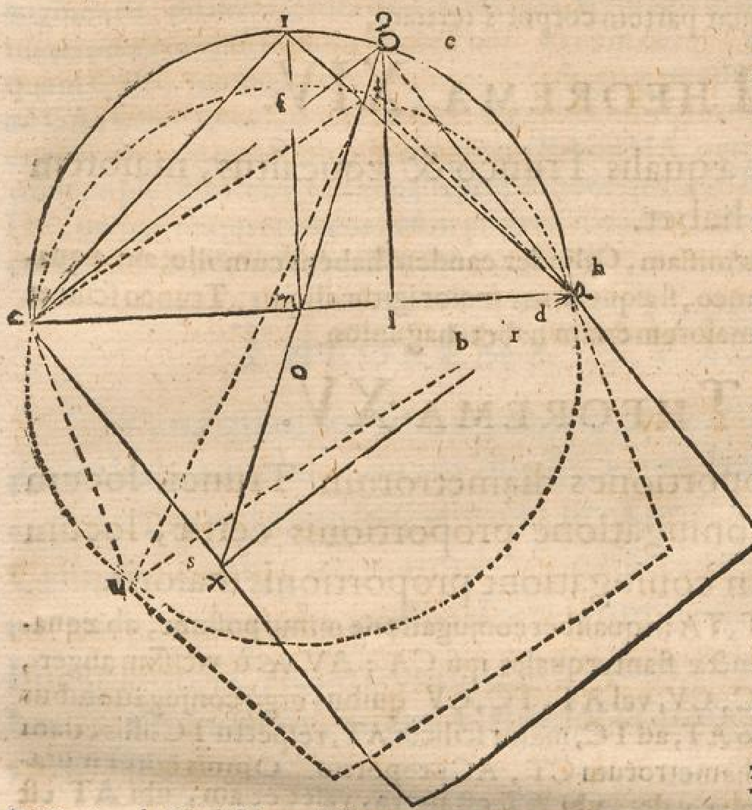
THEOREMA XIII.

Excessus trunci, habentis eandem cum Cylindro altitudinem, eandemq; diagonion, proportionem ad illum habet, quam pars duodecima quadrati differentiæ ad quadratum de diametro Cylindri.

Concipiatur cylinder, basi CT, altitudine eadem TR, quam habet truncus CTAV: erit huius cylindri proportio ad cylindrum, basi CE, altitudine eadem, quæ quadrati CT ad quadratum CE: & ut hæc quadrata ad communem differentiam, sic cylindri CT, CE ad limbum, quem maior cylinder CE, minori CT circumponit. Sed differentia quadratorum constat rectangulis duobus sub CT, TE, & quadrato TE, quæ est dimidia differentia CT, AV, dimidia scilicet AB, hoc est AR. Vicissim cylindro basi CT, circumjecta est tunica trunci CTAV, cuius Tunicæ proportio ad inscriptum Cylindrum CT est eadem, quæ rectanguli sub AB, BV (vel CT.) cum Triente quadrati de AB, ad quadratum CT. Rectangulum verò sub AB, CT est æquale duobus rectangulis sub ET, TC; quia AB est dupla ipsius ET. Ablatis igitur his utrinq; æqualibus; illic quidem, quadratum CE maioris, superaddit quadrato CT, quadratum

AR,

AR, hoc eſt, quartam partem quadrati AB: Hic vero ſuperadditur eiuſdem quadrati AD Triens. Sed Triens quadrantem ſuperat Vnciâ: unâ igitur unciâ de quadrato AB plus additur hic quàm illic. Tanto igitur maior eſt Tunica Trunci, limbo cylindri ſuper baſi CE. Quare communi utrinq; cylindro ſuper baſi CT addito, trũcus CTAV, cylindro CEAS maior erit, parte dicta.



Exemplum. Truncus habeat diametros, CT 19, AV 22. Erit, ex prædictis, cylinder CTRS Trunco inſcriptus, ut 361, quadratum de 19. Truncus verò CTAV addet ei Tunicam TRA, CSV, 60. ductâ ſcilicet differentiâ AB, 3. & in CT. 19, & in partem ſui tertiam 1, hoc eſt in 20: fietque corpus Trunci CTAV 421. Medium verò arithmeticum inter 19 & 22 eſt 20 ſemis, & habet quadratum 420 cum quadrante, pro corpore cylindri CE. Nam differentiæ AB 3 dimidium TE, ſeſqui, multiplicatum in minorem TC 19 bis, creat 57: idem TE ſeſqui, in ſeipſum, creat duo cum quadrante. Summa limbi TE circa TC, 59 & quadrans: quem adde cylindro CT 361. prodit, ut dictum, 420 cum quadrante. Cylinder igitur CEAS, minor eſt Trunco CTAV, tribus quadrantibus unius, qui ſunt pars duodecima de quadrato 9, totius differentiæ AB 3.

Corollarium & Analogia.

Auctâ differentia diametrorum Trunci, manente altitudine & cylindro æquealto ſuper eadem diagonio, augetur etiam hic exceſſus trunci. Atqui poteſt augeri differentia AB, uſq; dum fiat æqualis medio arithmetico inter diametros, quando ſcilicet CT in punctum vaneſcit, VA verò fit duplum diametri CE, in baſi cylindri dicti: tunc enim venitur ad terminum truncorum omnium, ſcilicet ad Conum, qui diagonion eandem habet cum latere, creante ſuperficiem Coni.

Talis verò Conus, altitudine eâdem cum cylindro CE, baſi verò, cuius diameter ſit dupla, uti dictum, ad diametrum cylindri CE. eſt ad illum ſuum cylindrum in proportione ſeſquitertia. Cùm enim diametrorum ſit proportio dupla, circulorum erit quadrupla, quare & Cylindrorum æquealtorum ſuper ijs baſibus, ſi cylinder ſtaret ſuper baſi Coni. Per Th III. & XVII. p. primæ. At coni corpus, per IV. illius, eſt ſubtriplum Cylindri huius quadranti, baſi ſc. & altitudine iiſdem.

Hic igitur terminus est, quem nullus Truncus assequitur. Nullus inquam truncus Cylindro æquealto, medium arithmeticum habenti in diametro basis, adjicit partem corporis tertiam.

THEOREMA XIV.

Cylinder æqualis Trunco & æquealtus, maiorem illo diagonion habet.

Nam per præmissam, Cylinder eandem habens cum illo, aut æqualem, minor est Trunco, si æquealtus; maior igitur aliquis, Trunco scilicet æquealto æquali, maiorem etiam habet diagonion.

THEOREMA XV.

Omnes proportiones diametrorum Trunci, locum habentes in coniugatione proportionis certæ, locum etiam habent in coniugatione proportionis maioris.

Nam quia CT, TA in qualibet conjugatione minui possunt, ab æqualitate, usq; dum junctæ fiant æquales ipsi CA: AV verò vicissim augeri, usq; dum æquet AC, CV, vel AT, TC, CV quibus ergò conjugationibus minor est proportio AT, ad TC, maior scilicet AT, respectu TC: illis etiam plus variari potest diametrorum CT, AC proportio. Omnis igitur mutatio proportionis, quæ valet, ubi AT est parva, valet etiam, ubi AT est maior; sed ibi ubi AT est maior, plures valent.

Propter hunc igitur concursum Conjugationum variarum, in ijsdem proportionibus diametrorum, locum habet sequens comparatio.

THEOREMA XVI.

Omnis Cylinder, altior maximo, super eadem diagonio, habet ex Cylindris maximo humilioribus, socium sibi æqualem, quem subcontrarium dicemus.

Nam cum proportio basium permutata est proportioni altitudinum; Cylindri æquales existunt. Respiciatur igitur Schema XIX, in quo sit CGA Cylinder maximus, basi CG, altitudine GA. Sumatur altior illo CHA, dico inveniri humiliorem, ut CBA, cuius BA altitudo, sit ad HA altitudinem prioris, ut est basis vel quadratum CH, ad quadratum CB. Nam ubi maius datur & minus, ibi datur & æquale. Sed CH quadratum crescit à quantitate nulla, continuè cum lineis CQ, CI, CH, CG, CB, CP, usq; ad quadratum diametri CA, faciens proportiones omnis generis. Vicissim altitudo, initio sumpto à longitudine diametri AC, decrescit cum lineis AQ, AI, AH, AG, B, AP, per omnes itidem proportiones, sic ut fiat proportio quacumq; data proportione maior, donec altitudo absumatur

matur

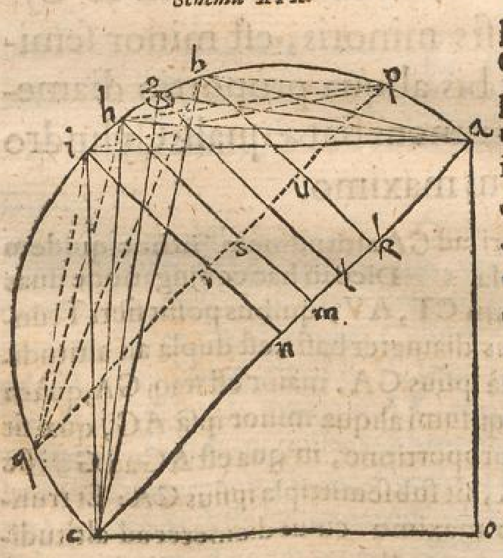
matur in punctum A. Ergò ubi decrementa altitudinum AB, præcipitantur per omnes proportiones, in infinitum crescentibus proportionum augmentis, ibi incrementa quadratorum CB, magis magis minuuntur, & incrementa proportionum decrescunt. Et cum detur Cylinder humilior, quàm CHA, idemq; maior eo, ut est CGA, eoq; minori proportione HA ad GA, quam quadrati CG ad CH: descendendo igitur versus B, transitus erit per aliquod punctum, ubi proportio BA ad HA, quæ prius erat minor, (quippe plus crescens) fiat equalis proportioni quadrati BC ad quadratum HC, quippe minus crescens, cùm prius esset maior. Exempla sunt in calculo ad Th. IV. & V. Cylindrorum æqualium.

THEOREMA XVII.

In vna qualibet coniugatione, quæ quadratum diametri habet minus, quam duplum quadrati altitudinis, omnes Trunci ab ipso Cylindro proximi, paulatim fiunt Cylindro coniugato maiores, non obstante quod minuitur eorum altitudo, postea decrescunt iterum, semper adhuc maiores Cylindro coniugato, quoad altitudinem habuerint maiorem, quam Cylinder coniugati subcontrarius.

In Schemate XIX. sit coniugatio, in qua quadratum diametri HC minus est duplo quadrati HA, & Cylinder huius coniugationis CHA; illi verò sit socius, hoc est æqualis corpore, ex alia coniugatione, Cylinder CBA, basi CB, altitudine BA. Dico primùm; omnes Truncos coniugationis CHA, quibus altitudo fuerit inter HA & BA, maiores esse Cylindris CHA vel CBA. Nam inter socios, CHA, CBA æquales, interest Cylinder maximus CGA, in quo quadratum CG est duplum quadrati GA. Omnes igitur Cylindri CGA, inter CHA & CBA, sunt maiores extremis ad H & B terminatis, per Th. V. huius: Et habent ij altitudines medias inter HA & BA, quemadmodum & Trunci. Per XIII. verò huius, Trunci æquealti Cylindris super eàdem diagonio CA, sunt iis maiores. Quare multò maiores sunt extremis minoribus ad I. B. terminatis.

Schema XIX.



THEOREMA XVIII.

In coniugatione proportionis dupla minoris, Truncus æqualis Cylindro coniugato, habet altitudinem, minorem altitudine Cylindri, qui coniugati socius, eidemq; æqualis est, coniugationis tamen diversæ.

Nam truncus æquealtus tali socio cylindro, qui conjugato sit æqualis, maior est illo, per XIII. Maior igitur est etiam conjugato suo cylindro. Qui igitur coniugato suo est æqualis corpore, non erit eiusdem cum illo altitudinis. Aut igitur altior aut humilior. Non verò altior, per XVII. præmissam: Ergo humilior. Ex eo verò Trunci, per X huius, fiunt minores cylindro conjugato, donec tandem evanescant.

Corollarium.

Posito quod dolia constent puro Trunco conico duplicato: dolia oblonga, ventribus modicis, capaciora sunt cylindricis eàdem figuræ longitudine, ventre carentibus: nunquam verò fit, ut habeant ventres adeò immanes & prodigos, per quos rursum fiant minus capacia dolijs cylindricis eàdem figuræ longitudine.

THEOREMA XIX.

In omnibus conjugationibus Truncorum & Cylindri, quibus diameter basis minoris, est minor semidupla lateris acclivis, datur bis aliqua proportio diametrorum Trunci, per quam Truncus fiat æqualis Cylindro ex omnibus conjugationibus maximo.

Sit GC, diameter basis Cylindri, ad GA altitudinem (in hoc quidem Theoremate) minor quàm semidupla. Dico in hac conjugatione duas occurrere proportiones diametrorum CT, AV, quibus possit fieri Truncus æqualis cylindro maximo, cuius diameter basis, est dupla ad altitudinem. Nam si GC minor est semiduplà ipsius GA, maior est itaq; GA, quàm subsemitripla ipsius CA: potest itaq; sumi aliqua minor ipsâ AG, quæ sit AT, & ad AT comparari TG, in ea proportione, in qua est AG ad GC; sic ut perpendiculum ex T, hoc est TR, sit subsemitripla ipsius CA: Et truncus ATCV, fiet æquealtus cylindro maximo, cuius diameter ad altitudinem semidupla. Erit itaq; talis truncus adhûc maior hoc cylindro maximo, per Th. XIII. huius partis. Et quia, per XIV. huius, cylinder æquandus, si fuerit Trunco æquealtus, diagonium habet maiorem: diagonium igitur habens minorem, scilicet eandem cum Trunco æquali futuro, debet habere altitudinem Trunco maiorem, ut quod amisit, abbreviatione

diago-

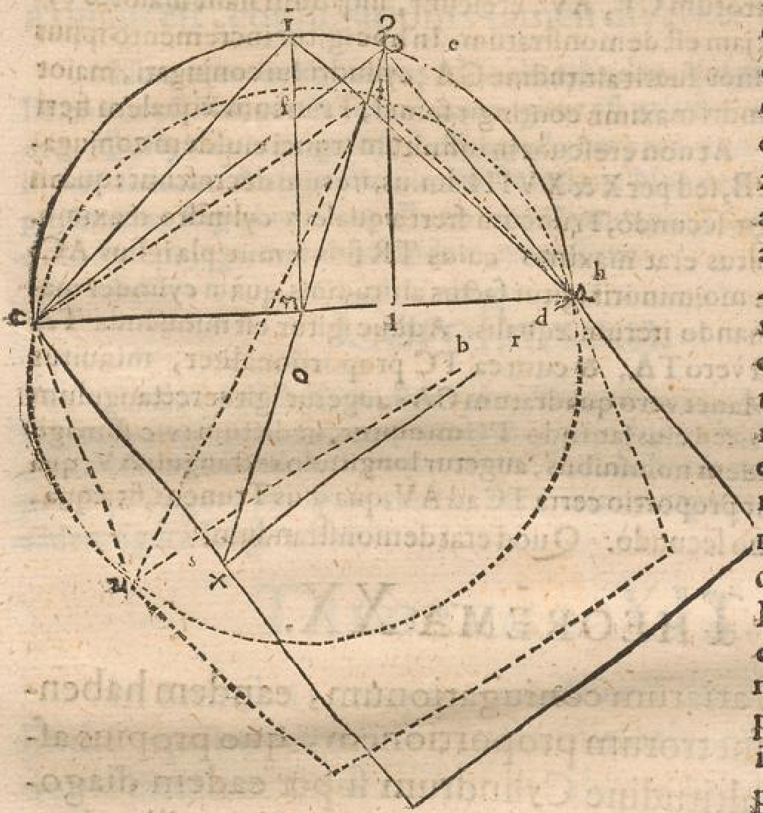
diagonij, recuperet incremento altitudinis: Id eſt, Truncus illi futurus æqualis, debet fieri minor eo, qui eſt æquealtus cylindro maximo, ſuper eadem diagonio conſtructo. Id autem fieri poteſt duobus modis. Etenim, cum Cylinder in vna qualibet conjugatione ſit Truncorum omnium principium; Sit verò in conjugationibus hic propoſitis, cylinder minor cylindro maximo, eruntetiam Trunci, à cylindro ſuo conjugato proximi, eóq; altiores, cylindro maximo minores. Inde verò per augmentum AB differentiæ diametrorum CT, AV, creſcunt, uſq; dum fiant maiores cylindro maximo, ut jam eſt demonſtratum. In hoc igitur incremento ipſius AB, quoad TR minor fuerit altitudine GA, cylindri ſui conjugati, maior verò altitudine cylindri maximi; contingit ſemel, Truncum æqualem fieri cylindro maximo. At non creſcunt in infinitum trunci eiuſdem conjugationis, creſcente AB, ſed per X & XVIII. huius, iterum decreſcunt: qua in variatione contingit ſecundò, Truncum fieri æqualem cylindro maximo. Et quia, qui æquealtus erat maximo (cuius TR ſub-ſemitripla ipſius AC) maior erat illo maximo; minoris igitur factus altitudinis, quàm cylinder maximus, fiet illi aliquando iterum æqualis. Adhuc igitur eſt minuenda TA amplius. Minutâ vero TA, & cum ea TC proportionaliter, minuitur quadratum TA: Manet vero quadratum GA: augetur igitur rectangulum TC, AV reſiduum: ſed eius latitudo TC minuitur, ut dictum: viciſſim igitur, & duobus quidem nominibus, augetur longitudo rectanguli AV: qua ratione conſtituitur proportio certa TC ad AV, qua uſus Truncus, fit æqualis cylindro maximo ſecundò. Quod erat demonſtrandum.

THEOREMA XX.

Trunci variarum coniugationum, eandem habentes inter ſe diametrorum proportionem, quo propius aſſecuti fuerint altitudine Cylindrum ſuper eadem diagonio maximum, hoc erunt maiores; quo altiores illo, hoc minores.

Inopinabile & hoc eſt. Quis non dixerit maiorem eſſe Truncum, cuius altitudo ſit IA, trunco alio, cuius altitudo GA: ſi eadem utriq; diagonios GA, eademq; proportio baſium minorum ad maiores? Atqui diverſum eſt verum. Sit enim Cylinder maximu , cuius CG diameter baſis, ad GA altitudinem, per Th. V, ſemidupla: & ſit truncus, cuius diameter minor in CG lineâ, maior in AX (continuatâ) ſitq; earum proportio quæcunq;, mediumq; inter illas arithmeticum GC, per Th. XII. Cùm igitur baſium binarum inter ſe per diverſos Truncos eadem ponatur eſſe proportio: erit etiam differentiæ earum ad medium arithmeticum proportio per omnes eadem. Ac cum omnis talis Truncus ſuperet cylindrum æquealtum in proportione Vnciæ de quadrato differentiæ diametrorum trunci, ad quadratum medij eorum arithmetici, per Th. XIII. huius; maior igitur erit hic exceſſus trunci, ubi maior cylinder. Sed cylinder CGA eſt omnium, ſuper eâdem diagonio maximus: ergo exceſſus Trunci huius ſeu Vncia dicta, erit omnium reliquarum per reliquos truncos, eandem diametrorum proportionem habentes, maxima. Ac proinde, quamvis maior ſit altitudo trunci quam GA: quia tamen minor cylinder huius altitudinis; minor etiam erit truncus.

Verbi cauſa, ſumatur proportio diametrorum trunci omnium maxima, hoc eſt, infinita, ſumatur inquam Conus pro Trunco, finis omnium truncorum. Sit Coni altitudo IA, cuius quadratum eſt ſemiſſis quadrati AC. Sitq; baſis cylindri CIA æquealti, linea CI æqualis altitudini AI. Et quia CI eſt mediũ arithmeticum inter diametrum trunci, earum verò altera eſt o. erit igitur reliqua, ſc. diameter baſis Coni, dupla ipſius CI. Hic igitur pro corpore huius coni ducenda eſt pars tertia de AI in quadratũ duplæ CI, quod eſt



quadruplum quadrati CI: duplum ergo quadrati CA.

At Conus alius (rurſum pro trunco eiuſdem proportionis diametrorum) altitudinem habens GA, cuius quadratum eſt triens de quadrato CA, ſimiliter duplam ipſius GC, habebit diametrum baſis, quadratum ergò quadruplum; Eſt autem quadratum GC bes quadrati AC; quatuor ergo beſſes, ſunt octo tertiæ, quæ duplum ſeu ſex tertias prioris coni ſuperant duabus tertijs, cum ècontra illius quadratum altitudinis, ſemiſſem habens quadrati CA, huius altitudinis quadratum, quod eſt triens quadrati CA, ſuperet tantum unâ ſexta quadrati CA. Nec hoc tamen detrimentum omne eſt cenſendum: quia non quadrata, ſed altitudines ipſæ ducuntur in baſes; imò nec altitudines ipſæ, ſed trientes tantùm. Maius igitur lucrum eſt Coni in baſi CG longiori, quam damnum in GA altitudine breviori.

THEOREMA XXI.

Ex omnibus truncis conjugationis eiuſdem, maximus eſt ille, qui habet altitudinem Cylindri maximi,

ſubſe-

subsemitriplam scilicet Diagonii; Ab hoc vero fastigio cæteri omnes, tam qui altiores, quam qui humiliores, iterum decrescunt.

Demonstrationem legitimam aut refutationem, si opus est, expediant, Snellius, aut Adrianus Romanus, Apollonii Belgæ. Parergon quidem est hic, & Episagma, quod scopum attinet libelli; cognationis tamen causa cum præcedenti hîc adscriptum: cuius similitudo cum hoc, primam mihi fidem fecit: etsi trunci præcedentis Th, non sic coniugati sunt, ut nos hactenus hanc vocem usurpavimus; super eadem tamē & ipsi diagonio sunt descripti, & habent eandem inter se proportionem basium: quemadmodum cæteri coniugati habent eandem inter se proportionem diametri basis minoris ad latus acclive.

Altera dixis est ex proprietate coniugationis cylindri maximi, & quod in præcedentibus demonstravi, esse aliquam altitudinem trunci coniugati, maiorem altitudine cylindri maximi, aliquam illà minorem; quarum utrarumq; trunci sint æquales cylindro maximo: illum ipsum verò, qui est æquealtus maximo, truncus cylindro, corpus habere maius: & utrinq; tam versus cylindrum coniugatum, quam versus truncos humilimos, decrescere truncos. Causa igitur nulla apparet, cur alibi in vicinia consistat meta corporis incrementorum, quam in hac ipsa.

Adde indicium calculi. Sit coniugatio, in qua diameter CI, æquet altitudinem IA, & sit huius coniugationis truncus, æquealtus cylindro CGA, hic maximo, sc. cuius diameter CG, semidupla ad GA altitudinem. Ergo minor trunci diameter erit in CG, est autem æqualis lateri acclivi, quippe ponitur ad id esse, ut CI, ad IA. Est igitur CF diameter minor, secans IN, perpendicularem ex centro N, in puncto F, & FA latus acclive. Vt igitur CL ad CG sic CN ad CF. Sed CL est bes de CA, & quadratum CL quatuor nonæ de quadrato CA; & quadratum CN est quarta pars de quadrato CA, deniq; quadratum CG est bes de quadrato CA. Vt autem CL, quatuor nonæ, ad bessem CG, sic pars quarta CN ad CF tres octavas. Ergo quadratum CF erunt tres octavæ quadrati CA: tantum verò est etiam quadratum altitudinis FA. Ablatæ igitur tres octavæ de quadrato CA, relinquunt quinq; octavas, rectangulo sub CF diametro minore & opposita diametro maiore, quæ cum AX coincidit, excurrens ultra X. Cùm ergo quadratum CF, & rectangulum diametrorum CF & maioris, habeant latitudinem eandem CF; longitudines earum erunt ut plana ipsa, scilicet ut tria ad quinq;. Hæc est igitur proportio diametrorum trunci qui ex hac coniugatione est æquealtus cylindro maximo. Quare, per XIII huius, ut quadratum 16, medii eorum arithmetici 4, sc. ipsius CG, ad Vnciam quadrati 4, differentiæ diametrorum 2, (vncia verò de 4 est triens) sic corpus cylindri CGA maximi ad excessum CFA trunci æquealti: truncus ergò excedit cylindrum maximum triente unius sedecimæ, seu parte quadragesima octavâ corporis cylindri CGA. Quæratur igitur proportio cylindri maximi CGA ad cylindrum coniugatum CIA. Est quadratum basis CI, semissis quadrati CA; sed quadratum CG, est bes quadrati CA: quare proportio basium CI ad CA ut 3 ad 4. Viciſsim quadratum altitudinis IA est semissis, quadratum altitudinis GA est triens quadrati CA: proportio igitur quadratorum, IA ad GA est ea quæ 3. ad 2. vel quæ 9 ad 6: ipsarum igitur linearum IA ad GA proportio est dimidia, sc. quę 30000 ad 24495- vel huius ad 20000. Componitur autem proportio corporum ex proportione basis & proportione altitudinum. Ductis igitur in se mutuò terminis analogis, proportio cylindri CIA ad cylindrum CGA, provenit eadem, quę 9000 ad 9798-. Supra Theor. III, Columnarum ex his conjugationibus, proportio erat quæ 2828- ad 3080-. Quòd si hunc numerum cylindri CGA, commuto in 36, seu in 48 trientes, numerum priorem, erit in hac proportione numerus cylindri CIA 44. Est ergo cylinder CIA, ad truncum CFA conjugatum, ut 44 ad 49, & truncus maior parte paulò plus nonâ. Id verò consonum est huic Theoremati & Corollario III. Th. IX. huius partis; ibi enim cum esset proportio diametrorum, quæ 2 ad 3, hoc est quæ 20. ad 30, truncus excedebat parte paulò plus undecimâ, crescens: crevit igitur usq; dum esset proportio quæ 3. ad 5, id est, quæ 18 ad 30, tunc maximè truncus excessit parte plus nonâ, ut hic probatum. Vlterius, quando fuit proportio, quæ 1. ad 2. hoc est quæ 15 ad 30, truncus iterum decrevit, ut excederet parte tantum nonâ. Quod igitur in vna conjugatione fit, ut truncus æquealtus cylindro maximo, plurimum excrescat super cylindrum conjugatum, id in omnibus fieri consentaneum est.

THEOREMA XXII.

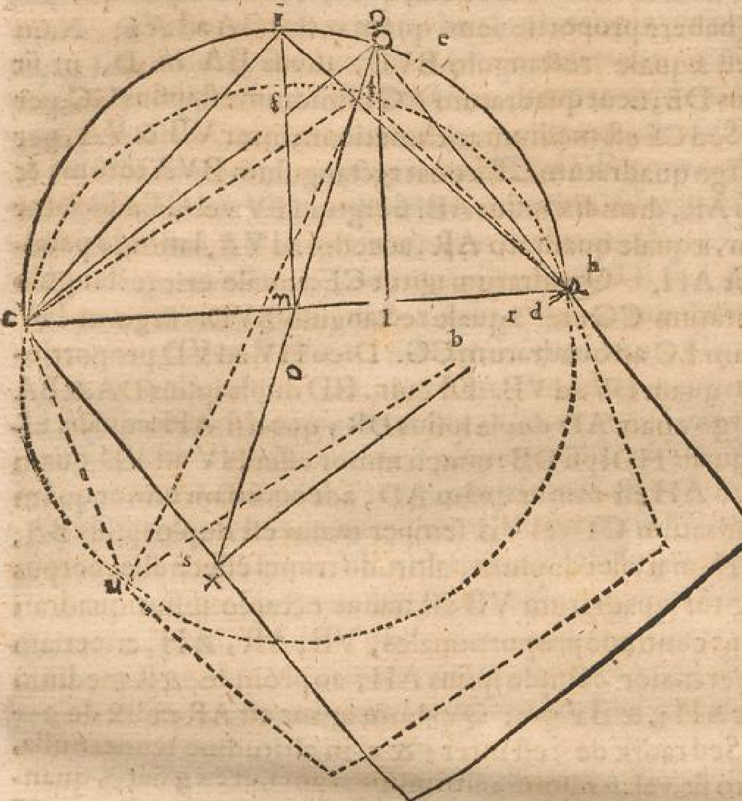
In conjugationibus, quæ quadratum diametri habent duplum quadrati altitudinis aut maius, trunci omnes sunt minores cylindro maximo, conjugato scilicet suo: & hoc tanto plus, quanto recesserimus à proportione dupla.

In Schemate XIX. sit CGA, conjugatio proportionis duplæ quadrati CG ad q. GA, & sit CA proportionis minoris, & subcontrarij cylindri ad H & B: sunt igitur omnes cylindri inter H & B, & proinde etiam trunci illis æquealti, maiores cylindro ad H vel B terminato, & paulo infra B usq; in A, omnes trunci minores cylindris H & B, per XV, & XVI præmissas.

Quo propius verò fuerit H ipsi G, hoc etiam propius erit B ipsi G, & hoc minor arcus HB, in quo trunci maiores: tandem ergò cylinder CGA est idem, ipse & suus subcontrarius, vicem & H & B sustinens. Quemadmodum igitur omnes cylindri post B, minores sunt ipso I, & trunci omnes paulò infra B, sic etiã hic omnes cylindri post G, & cum ijs trunci æquealti, erunt minores ipso CGA conjugato. Quod enim illic trunci non in B sed paulo infra B incipiunt evadere minores; causa est, quia in ipso B datur cylindro truncus æquealtus, conjugationis CIA. At hic in ipso G, non datur truncus cylindro æquealtus ex conjugatione CGA; primi igitur à Cylindro CGA trunci, statim sunt humiliores lineà GA, plus amittentes per altitudinem, quam acquirant per adjectionem trientis.

Eadem analogia apparet etiam sic. Nam trunci conjugationis hujus, omnes ab ipso Cylindro, sunt illo humiliores, quippe conjugationis suæ capite. Qui cum sit ipse Cylindrorum maximus, omnes igitur ei conjugati Trunci sunt eo ordine minores, per Th: XXI. quo ordine absunt ab altitudine illius: maximus igitur inter illos Cylinder ipse: quippe seipsum solus inter illos, æquans altitudine.

Hæc est demonstratio inconvincibilis per analogiam, sed quia Geometræ minus assuefecerunt se ad analogias, age operosiorem & planè Geometricā tentemus demonstrationem, revocato Schemate XXI: In quo sit truncus CTAV, cōjugatiōis CGA: & continuetur CT, donec secet circulum in E: connectanturque puncta EA, cylinder ergo CEA minor est cylindro CGA, per Th. V. Ei verò æquealtus est Truncus CTAV, ex constructione, quia EA, TR, æquales. Maior est igitur truncus cylindro CEA, triente quadrati de AR, per XIII. præmissam. Probandum est, proportionem GA ad AE maiorem esset, quam proportionem quadrati CE cum triente quadrati AR vel ET, ad quadratum CG; sic ut cylinder CEA plus amiserit per humilitatem EA, quam lucratus est per trientem quadrati ET. Primùm itaq; quadratum TR vel AE minus est quadrato TA, ipso quadrato toto AR.



Sed & quadratum CE minus est quadrato CE cum triente quadrati AR, ipso hoc triente quadrati AR. Differentiam igitur illic inter terminos, facit aliqua quantitas, quæ est tripla quantitatis, quæ hic terminos differre facit. Et sunt præterea hi termini maiores duplis illorum terminorum. Nam cùm quadratum CG sit duplum quadrati AG, hic quadratum CE, maius est quadrato CG, & quadratum AE, minus quadrato GA. Cùm autem inter aliquos terminos ut 25. 26. differentiam facit aliqua quantitas, ut 1, eius vero quantitatis triplum, ut 3, differentiam facit inter terminos, minores dimidijs, vel saltem posteriorem posterioris dimidium, ut inter 10. 13. proportio minorum terminorum, est maior sextuplà proportionis maiorum; ut 10 ad 13, vel 20 ad 26, proportionem habet maiorem, quàm sextuplam proportionis 25 ad 26: & multo esset maior, si etiam posterior terminus 13 minor fuisset dimidio posterioris 26. Manente enim æquali differentia, quo minores fiunt termini, hoc magis augetur proportio. Est ergo proportio quadrati TA ad quadratum TR vel EA, maior sex tuplà proportionis quadratorum CE & trientis de AR, ad CE. Ipsarum

rum igitur linearum TA ad TR vel EA, proportio est maior tripla quadratorum CE & trientis de AR ad quadratum CE.

Eodem modo demonstrabimus etiam, quadratum de CE ad quadratum CG minorem habere proportionem, quam rectas GA ad AT. Nam quadratum CG est æquale rectangulo BVD, divisa BA in D, ut sit AD dimidium ipsius DB, sicut quadratum AG dimidium est ipsius GC, per Th. VII. huius. Sed CE est medium arithmeticum inter VB & VA, per Th. XII. huius. Ergo quadratum CE æquat rectangulum BVA totum, & insuper quadratum AR, dimidiæ ipsius AB: si ergo ad BV vel CT adijciatur parallelogrammum, æquale quadrato AR, accedet ad VA, latitudo parallelogrammi, quæ sit AH. Quadratum igitur CE æquale erit rectangulo BVH. Sed & quadratum CG erat æquale rectangulo BVD. Ergo ut HV ad VD, sic quadratum EC ad quadratum CG. Dico HV ad VD proportionem esse minorem, quam DV ad VB. Est enim BD dupla ipsius DA, & BA dupla ipsius AR: ergo etiam AD dupla ipsius DR; quod si AH æqualis esset ipsi AD, eoq; æqualis HD ipsi DB: tamen minor esset HV ad VD, quam DV ad VB: Iam verò AH est minor quàm AD, adeoq; etiam minor quàm DR. Nam quadratum CT vel VB semper maius est duplo ipsius BA, per Th. X. huius. Nam si esset duplum, altitudo trunci esset nulla, corpus nullum: semper igitur quadratum VB est maius octuplo ipsius quadrati AR. Cùm igitur sint continuè proportionales, VB, AR, AH, erit etiam ipsa recta VB semper maior octuplo ipsius AH, ac proinde AR medium proportionale inter AH 1, & BV 8+. Qualium igitur est AR radix de 8+ talium AH est 1. Sed radix de 8 est inter 2 & 3. in altitudine trunci nulla, corpore nullo, & cito fit, vel in minima altitudine trunci, ut ex 8 fiat 9, quando radix eius est 3, & in altitudinibus maioribus semper maior. Ergo AH ubi maxima, inter dimidiam & tertiam partem ipsius AR consistit, fitq; per augmentum altitudinis truncorum conjugatorum, quacunq; parte ipsius AR minor, sic ut tandem cum ipsa AB evanescente (trunco in merum cylindrum transeunte) fiat infinitæ parvitatis portio de AR. Atqui si absq; AH esset, proportio AV ad VD esset minor dimidia ipsius DV ad VB, quia AD est dimidium ipsius DB: & cùm proportio DV ad VB sit dupla ipsarum GC ad CT, vel GA ad AT: ergo si absq; AH esset, proportio AV ad VD, & sic etiam quadratum EC ad quadratum CG, semper esset in minori proportione, quam rectæ GA ad AT.

Cùm autem inter AR & AH, per diversos truncos, sint omnis generis pportiones: fit alicubi, sc. in truncis proximè æquealtis cylindro, ut AH non tantum adijciat, ut proportio HV ad VA æquet proportionem GA ad AT. & tunc res est certa, duo enim elementa sunt proportionis GA ad AE, alterum AT ad EA vel TR, alterum GA ad AT, duobus elementis proportionis, quadrati GE cum triente quadrati AR, ad quadratum GC, singula singulis maiora.

In truncis igitur proximis à cylindro conjugato decrevit altitudo maiori proportione, quam qua crevit basis cylindri, æquantis truncum: atq; hoc solum demonstrandum fuit, dato enim initio truncorum cylindro minorũ, deinceps trunci continuè minuuntur, donec evanescant. Sequen-

tes

tes tamen casus pertinent ad demonstrationis maiorem evidentiam.

Vel æquatur proportio HV ad VD proportioni GA ad AT, in truncis humilioribus; & sic proportionum dictarum elementa posteriora, sunt æqualia, sed priora adhûc inæqualia, & plus triplo maior excessus rectæ AT super TR, in comparatione cum TR, quam triens quadrati AR, in comparatione cum quadrato GE, & id sine compensatione: tota igitur altitudinum proportio, adhûc maior est proportione altitudinis basium.

Vel deniq; superat proportio HV ad VB, proportionem GA ad AT, sed in truncis adhuc humilioribus, quando CE longa efficitur, TR brevis: ubi quadratum AR magis magisq; æquatur quadrato TR, idq; tandem superat, magnam efficiens proportionem inter TR & TA; quæ quidem statim initio, & semper, est maior triplo proportionis inter quadratū CE cum triente quadrati AR, & inter solitarium quadratum CE: cum econtra triens quadrati RA, non in eodem proportionis incremento, augeat quadratum CE, quippe hoc ipsum per se crescens. Et cùm citò fiat, ut elementum proportionis altitudinum, quod est proportio AT ad TR, fiat maior tertia parte proportionis GA ad AT: ex eo deinceps semper fit, ut excessus elementi huius in proportione altitudinum, non tantum compenset, sed etiam superet magis magisq; excessum elementi illius, in proportione basium: Hic enim totus as crescens quadrati AR, auget proportionem terminorum minorum & decrescentium; illic triens saltem, æqualiter crescens, auget proportionem terminorum maiorum & crescentium. Plus igitur hic potest proportionis augmenti pars tertia, quam illic totum proportionis augmentum.

Hæc igitur de illa conjugatione fuerunt demonstranda, in qua quadratum CG, duplum est quadrati GA. Quod si quadratū CG fuerit maius duplo illius; multo ista omnia magis obtinent. Nam quod analogiam attinet, Truncorum talium cylindri æquealti, (in Sch. XIX. CBA) sunt æqualium sed altiorum cylindrorū CHA subcontrarij, de quibus Th. XVIII. demonstratum, quod trunci ab illis incipiant fieri minores, etiam ij, qui cylindros altos CHA conjugatos habent: quanto magis illi, qui sunt cum his illorum subcontrarijs CBA, conjugationis eiusdem, & qui hic demum oriuntur, primo ortu facti humiliores conjugato cylindro CBA.

Iam verò quod reliquam domonstrationem concernit: cùm in Schemate XXI, cylindri ipsi, conjugationum capita, ponantur humiliores esse cylindro GA: crescit igitur in ijs CG, sed incrementis decrescentibus, minuitur GA sed decrementis crescentibus. Diminutà verò GA & secundum eam & TA, etiam AB differentia diametrorum, licet crescentium, crescit, sed incrementis decrescentibus, per Th. X. huius Fit igitur diminutio corporis cylindri conjugati, per curtationem ipsius TR, magna, quippe & secundum basin CG magnam, & secundum differentiam ipsium TR & AG multo maiorem; appositio verò ad corpus cylindri conjugati, secundum Trientem quadrati AR, & augmentum quadrati CE per BA, fit parva & minoris æstimationis. Retexat, qui vult, omnia demonstrationis præmissæ elementa adhunc modum; inveniet non minus lucis, quam supra Th. IX. huius, ex calculo emicuit, super huius partis veritate.

M 3 Corol-

Corollarium.

Posito, quod dolia Vinaria constent truncis conicis puris, in iis quidem, quæ curta sunt, venter omnis diminuit æstimationem capacitatis; in Austriacis verò perinde ferè est, sive ventrem habeant, sive cylindricam figuram propius imitentur: quia nunquam usu venit, ut venter in tantam excrescat amplitudinem, ut habeat profunditatem duplam diametri orbis lignei: quo casu sanè, per Corollaria ad Th. IX, amitteret plusquàm quartam partem. Sed nec unquàm profunditas fit sesquialtera diametri orbis lignei, quo casu venter amitteret partem circiter tricesimam. At si sesquitertia, quod valde insolens, jam attenuatum est damnum ventris ad partem septuagesimam.

Atq; hæc est altera illa, & nobilissima quidem proprietas dolij Austriaci. Sicut enim Th. V. nihil magnum potuit ei nocere variata nonnihil figura per errorem artificis, propterea, quod Lege & More ducibus, ad figuram omnium capacissimam aspiravit artifex, incidens in figuras capacissimæ proximas, in quibus, ut proximis, defectus, ex legibus circuli, non est observabilis inter initia: sic nunc etiam nihil ferè in hoc dolio variat venter amplus an strictus, res cumprimis grata opifici; quia non ita facile est, ut proportionem tabularum ad orbes, sic ventris amplitudinem pro lubitu exprimere: nec ad amussim prævidet, quantus dolij venter sit evasurus, redigereturq; in angustum, si lex amplitudinem certam ventrium præscriberet. Quòd igitur lege tali tam molestâ non est opus, id commoditati proportionis Tabularum ad Orbes, quam observat Austria, acceptum est ferendum.

THEOR. XXIII. Problema GEOmetris propositum.

Data proportione diametrorum Trunci, coniugationem invenire, in qua talis truncus æquet Cylindrum conjugationis maximæ.

Primùm in ipsa conjugatione Cylindri maximi, jam truncus omnis, & sic etiam truncus datam habens proportionem diametrorum, est minor cylindro maximo, per Th. XXI. huius. Ergo coniugatio quæsita, est supra G, conjugationem cylindri maximi, versus conjugationẽ trunci, maximo æquealti, datam diametrorum proportionem habentis. Vt si truncus æquealtus cylindro maximo CGA, fuerit CFA, & conjugatus ei cylinder CIA, Fuerit verò etiam in conjugatione CGA, truncus CTA, & fuerit, ut CF ad diametrum oppositam parallelam per AX, sic etiam CT ad AV, corpus trunci CTA, conjugationis G, minus erit cylindro maximo CGA. Conjugatio ergo quæsita cadet supra conjugationem G, versus L. Quare quæsitus truncus habebit altitudinem maiorem quam GA. Et cylindri æquealti diameter basis, quæ medium est arithmeticum inter diametros trunci quæsiti, longitudinem habebit minorem quam CG. Dico conjugationem quæsitam esse etiam ultra I, & altitudinem trunci quæsiti maiorem quàm AI, quod mirum videatur. Nam quia datur proportio diametrorum trunci, semper etiam datur earum proportio ad medium suum arithmeticum. Vt igitur GF ad CG, sic erit etiam quæsiti trunci diameter minor, ad sui æquealti cylindri diametrum. Atqui minor hæc est, quàm CG, & remotior ab A: minor igitur etiam illa, quàm CF, & remotior ab A: minor ergo proportio CF ad FA, vel CI ad IA, quam diametri trunci quæsiti ad latus suum acclive, hoc est, diametri cylindri conjugati ad suam altitudinem. Maior ergo quæsitæ coniugationis altitudo, quàm AI, minor diameter, quàm IC. Hactenus demonstratio: reliquum huius Problematis Adriano Romano, & si quis alius est, cui Geber placet, expediendum transmitto.

Cùm enim truncus omnis sit maior cylindro suo æquealto, in proportione Vnciæ de quadrato differentiæ diametrorum, ad quadratum diametri cylindri æquealti: Quare quadratum CA sic jubemur dividere, ut pars vna, aucta portione per differentiam diametrorum datà, & ducta in latus partis alterius, æquet quadratum CG, ductum in rectam GA. Consultus hac de re Geber, respondit ex Cossa sua, inveniendam altitudinem tantam, ut, tribus post illam continuè proportionalibus existentibus, in proportione, ut est ipsa ad GA, primæ aliqua certa multitudo, æquet datum numerum absolutum, cum aliqua certa multitudine tertiarum: huiusmodi verò æquationes in Geometria adhuc quærunt cossistæ, nec, me iudice, invenient unquam.

THEOR. XXIV. Problema Geometris propositum.

Data coniugatione, in qua quadratum diametri in basi Cylindri, minus est duplo quadrati altitudinis, invenire proportiones duas diametrorum, quæ Truncos coniugationis eiusdem efficiat æquales Cylindro maximo.

Data sit coniugatio CIA, in qua quadratum CI, minus sit duplo quadrati IA, oportet invenire truncorum coniugatorum diametros, æquantium cylindrum CGA maximum. Erit igitur altitudo trunci unius, maior quàm GA altitudo cylindri maximi, alterius minor, per XXI. huius. Per consequens igitur, illius proportio diametrorum erit minor proportione diametrorum æquealti cylindro CAG maximo, huius maior: uterq; suum habebit cylindrum æquealtum: qui non erunt subcontrarii ipsi, sed subcontrariis proximi: quia si essent subcontrarii, essent æquales, per XVI huius. At cùm illorum trunci sint proportionis inæqualis diametrorum, quippe in eadem coniugatione diversas habentes altitudines; inæquales igitur adjicerent vncias quadratorum, differentiis suis, per XIII huius: itaq; trunci ipsi fierent inæquales. At requirimus æquales, utrumq; quippe uni CGA æqualem. Hacte-

Hactenus demonstratio: reliquum Cossistæ conficiant. Data enim esto CF, quæ quæritur: datur igitur & FA ex conjugatione, & quadratum eius: quare & rectangulum diametrorum, & hoc diviso per datam CF diametrum minorem, etiam diameter maior: quare nota erit & differentia maioris & minoris, & eius quadrati vncia, & quadrans; quo subtracto à quadrato AF, restabit quadratum altitudinis; quod cum quadrato GA comparatum, ostendet corporum proportionis partem unam. Sic data utràq; diametro, datur cylindri, qui habet trunci CFA altitudinem, diameter basis, eius sc: quadratum, per XII huius: cui adjecta Vncia prius inventa, facit compositum, quod cum quadrato CG comparatum, ostendet corporum proportionis partem alteram. Oportet verò partes istas proportionis corporum, esse subcontrariè æquales, ut in unum conflatæ constituant proportionem æqualitatis.

Tollite Cossistæ, quam fixi, crucem ingenij, & me sequimini: invenietis, nisi me aversa respexit Minerva, continuè proportionalium primas secundas & quintas, æquari numero absoluto cum proportionalium tertijs & quartis, certo quibusq; numero sumptis. Nec igitur Geometrica est æquatio, sed stochastica Nic. Raimari Vrsi, aut mechanica Iusti Byrgij: nec problema, qualia Pappus ex more antiquorum, Plana appellavit, id est, absolutè Geometrica & scientifica; sed solidum, & cum conditione Geometricum, datis sc. duabus medijs, continuè proportionalibus, quod explicatum scientificum habet nullum. Et præterea non una est resolutio huius æquationis: demonstratum enim est, Truncos huiusmodi esse duos.

THEOREMA XXV.

Si diversarum conjugationum Trunci habuerint eandem inter se proportionem diametrorum, constituti super eadem diagonio: proportio corporum erit composita ex tribus elementis, ex proportione Cylindrorum coniugationis, & ex proportionibus Cylindri cuiusq; ad suum Truncum conjugatum, prioris quidem Cylindri eversa, posterioris vero directa.

Sit truncus CFA, conjugationis CIA, truncus verò CTA, conjugationis C A, super eadem diagonio CA; & habeat se CF ad diametrum maiorem per AX prolongatam, sicut se habet CT ad AV: dico corporis CFA proportionem ad corpus CTA trunci, compositam esse ex proportionibus tribus, 1. CIA ad CGA, 2. CFA ad CIA, 3. CGA ad CTA. Simplex est subsumptio ad axioma tritissimum, quod quatuor quantitatibus ordine collocatis, proportio primæ ad quartam, sit composita ex proportionibus interjectis: tantum in collocatione cautio est adhibenda: quia enim de proportione satagimus truncorum inter se, oportet truncorum alterum collocare loco quarto, alterum loco primo, cylindros in medio, cuiq; suum coniugatum proximum. Nam per Coroll. ad Th. III. columnarum, &

ſic etiam cylindrorum datur proportio, ſc. CIA ad CGA. Sed per Th. IX. datur proportio everſa CIA ad CFA, ſcilicet CFA ad CIA, & proportio directa CGA ad CTA: datæ verò proportionis corporibus deinceps collocatis, reſultat dicta ſeries,

Corollarium & Praxis.

Ritè collocatis terminis, quibus exprimuntur proportiones tres, multiplica tres antecedentes, duos inter ſe & factum in tertium; ſic etiam age cum tribus conſequentibus, & comprehendent, qui prodeunt, proportionem quæſitam.

Sit CIA conjugatio æqualitatis, CGA conjugatio proportionis ſemiduplæ linearum, duplæ quadratorum. Eſt igitur in Corollario Th. III. proportio CIA ad CGA ut 2828 ad 3080. vel 101 ad 110. In Corollario verò I ad Th. IX. cum eſt proportio diametrorum, quæ 1 ad 2: Truncus eſt ad cylindrorum priorem CIA ut 60 ad 54, hoc eſt ut 10. ad 9. In Corollario altero, cum eſt eadem proportio diametrorum quæ 1. ad 2., cylinder poſterior CFA eſt ad Truncum ut 15 ad 11+, Ergò

Truncus. Cylindri. Trunc°. Termini Antec. 10. 101. 15. factus 15150 Truncus CFA
10.— 9. | 15 — 11+ conſeq. 9. 110. 11+ fact° 10890+ Tr. CTA;
101—110 In minimis, ut 505 ad 363+ ſic Truncus CFA ad Tr. CTA.

Corollarium II.

In conjugationibus Æqualitatis & duplæ quadratorum vel ſemiduplæ linearum proportionis, ratio corporum per diverſas diametrorum proportiones eſt iſta.

In Proportione diametrorum	Truncus æqualitatis
1. 2	ſuperat plus triente
2. 3	ſuperat nonadecimâ
3. 4	æqualis eſt Trunco alteri
4. 5	deficit parte 42da.
5. 6	deficit parte 26 ta.
6. 7	deficit parte 23 tia
7. 8	deficit parte 20 ma
8. 9	deficit parte 18 va
9. 10.	deficit parte 17 ma

Exinde continuè plus deficit, uſq; dum cylinder, conorum omnium principium, deficiat parte vndecima.

In proportionibus verò diametrorum maioribus: prævertitur truncus coniugationis duplæ, evaneſcendo.

Corollarium III.

Poſito, dolia eſſe ex puris truncis Conicis duplicatis, ſi eandem habuerint proportionem diametrorum, capacius plerumq; eſt, quod Auſtriacam figuram, proportionis ſc. ſemiduplæ diametri orbis lignei ad dimidiam tabularum longitudinem; quàm Rhenenſe, quod æqualem habet diametrum dimidiæ tabularum longitudini. Rariſſimè verò & fortè nunquam lii, ut æquentur capacitate; quia vix vnquam profunditates ventrium ad diametrum orbis lignei, attingunt proportionem sesquitertiam.

Hactenus de figura Dolij Austriaci, sequitur,

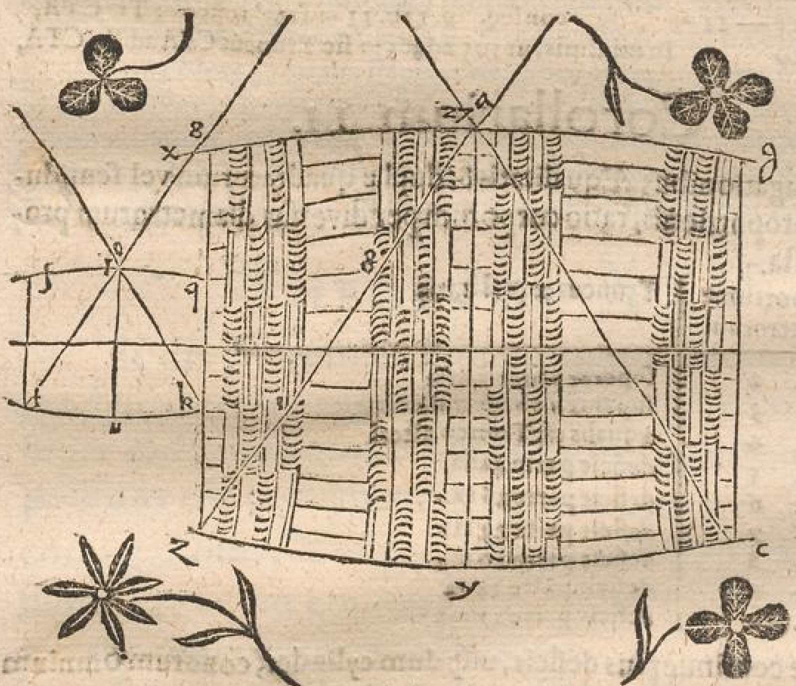
De virga cubicâ eiusq; certitudine.

THEOREMA XXVI.

In dolijs, quæ sunt inter se figuræ similis; proportio capacitatum est tripla ad proportionem illarum longitudinum, quæ sunt ab orificio summo, ad imum calcem alterutrius Orbis lignei.

Sint dolia diversæ magnitudinis, specie eadem SQKT, XGCZ, quorum orificia OA, diametri orbium ligneorum QK, ST & GC, XZ, eorumq; ima T, K & Z. C. longitudines OK, OT æquales, sic & AC, AZ. Dico, capacitates doliorū, esse in tripla proportione longitudinis OK, AC. Agantur enim per O. A, plana OV, AY, parallela orbibus ligneis, & sint duo trunci Conici, SV & VQ, sic XY, & YG inter se similes. Quæ igitur de proportione dimidiorum doliorum sunt vera, illa etiam de duplicatis erunt vera. Sint igitur propositæ figuræ OVKQ AYCG, conici trunci, sintq; latera figurarum OQ, VK, & AG, YC. Diametri Basium minorum QK, GC, diametri basium maiorum OV, AY; & OQKV, AGCY sectiones quadrilateræ figurarum per suos axes, similes inter se, earumq; diagonij OK, AC.

Schema XXII.



Ergò cum figuræ similes, sint ad seinvicem in tripla proportione analogorum laterum, erit proportionis AG lateris ad OQ latus, aut GC diametri, ad OK diametrum tripla, proportio GY corporis ad QV corpus. At in figuris planis trilateris AGC & OQK similibus, ut GC ad analogum QK, vel ut AG ad analogum OQ, sic etiam diagonios AC ad analogon diago.

diagonion OX. Quare etiam proportionis AC longitudinis ad OK longitudinem tripla est, proportio GY corporis ad QV corpus: & sic etiam totius GZ dolij ad totum QT dolium.

Corollarium I, & ſtructura virgæ.

Manifeſtum hinc eſt, ſi virga menſoria dividatur in partes æquales tantas, ut prima & infima illarum ſit longitudo OK dolioli, quod capit Amphoram unam: ad ſingulas verò partium æqualium adjciantur numeri, qui ſunt inter ſe in triplicata proportione numerorum diviſionis æquabilis, nimirum ad finem primæ partis Vnitas, ad finem partium 2, numerus 8, ad 3, Numerus 27. ad 4. Numerus 64, ad 5 Numerus 125. & ſic conſequenter, & numeri reliqui, qui cadunt inter hos cubicos, ordinentur in ſpacia intermedia; ſicut pars ſecunda ſubdividatur in particulas 7 alias, non æquales, ſed proportionales, quibus apponi poſſint numeri 2. 3. 4. 5. 6. 7, medij inter 1. & 8. & ſic de cæteris quod Virga in dolium rite immiſſà, numeri ad quos uſq; pertingit interior tabulæ ſuperficies OA, principio virgæ in K, G vel T, Z ſtante, ſint indices Amphorarum, quas capit dolium, proportionis nimirum eius, quam habet dolium, verbi cauſa, GZ, ad dolium QT Amphoræ unius.

Corollarium II.

Eodem recidit res, quod quidam in triangulo AGC, pro latere AC metiuntur laterum AG, GC ſummam, pro virga circumgeſtantes limbum ex pergamena convolutum, amphorarum numeros eadem lege inſcriptum cuius evoluti principium apud calcem C affigunt, longitudinem à C in G & porrò ad A extendunt, de nota eius quæ tetigerit punctum A, pronunciantes numerum amphorarum. Nam marginis apud G, procurrentem longitudinem, & circulorum ligneorum, viminibus revinctorum, tabularumq; & orbis lignei GC craſſitiem, quam amplectuntur circumductu limbi, præſupponunt per omnia dolia ſimilem.

Theorema XXVII.

Etiamſi binæ medietates dolij Auſtriaci non plane fuerint ſimiles, ſed orbium ligneorum alter paulo minor & anguſtior reliquo, dum modo longitudo in menſoria ſit eadem, inſenſibilis erit capacitatum in vtraque medietate differentia.

Dictum enim eſt in Corollario ad Theor. V. ſecundæ partis, dolium Auſtriacum verſari circa figurationem capaciſſimam, à qua figurationes omnes ad latus utrumque, hoc eſt, dolia tam longiora quàm breviora Auſtriaco, omnia ſint minus capacia, quàm Auſtriacum.

In ijs verò articulis, in quibus à minori ad maximum iterumq; ad minus fit mutatio, lege aliqua circuli, semper est aliquousq; insensibilis illa differentia. Quod igitur verum est de dolijs integris, eandem habentibus diagonion: id etiam verum erit de binis unius dolij truncis, ut de AYX, AVG; ut etsi orbium alter, puta GC, fuerit minor reliquo XZ; dum modò AC, AZ æquales, capacitas tamen sit utrinq; ad omnem sensibilitatem æqualis.

Theorema XXVIII.

At si longitudo virgæ per utrumq; dolij truncum non sit æqualis, quod usu venit: medium proportionale inter utramq; virgæ longitudinem, id est medius numerus inter duos ab una & ab altera medietate notatos, sine errore pro indice capacitatis usurpatur.

Nam minor longitudo inscriptum habet capacitatis, quæ est sui trunci, duplum; maior itidem sui trunci duplum habet inscriptum. Vtraq; ergo longitudo, junctis numeris, inscriptum habent duplum capacitatis totius dolij. Medium igitur arithmeticum inter numeros utriusq; longitudinis, quod æquevalet medio proportionali inter lineas, arguit simplum totius dolij.

Theorema XXIX.

Curvatura Tabularum, seu buccositas inter orificium medium & orbem vtrumq; ligneum, in dolio Austriaco nihil derogat indicio Virgæ, in Oblongis doliis auget capacitatem à virga indicatam (per se quidem, cæteris paribus) in Curtis minuit.

Nam etsi, per XXIX partis primæ, dolium figura Citrij, Pruni, Olivæ, Fusi Parabolici aut Hyperbolici, truncatorum, superat capacitate dolium Cylindraceum, vel meri trunci duplicati figuram habens, his gradibus, quo hic ordine figuræ sunt recensitæ; illud tamen & per se est per parum uti apparet ex Th. XXII p. primæ; & quicquid eius sensibile est, jam in virgæ numeros ingestum est. Nam primum dolium, cuius capacitas pro vnius Amphoræ indicio, virgæ fuit inscripta, similiter ut cætera omnia, suam habuit buccositatem: arguit igitur Virga dolia omnia buccositatis similis; quæ etsi non omnibus Austriacis est similis, omnibus tamen est aliqua, eoq; minor error circa illam. At cum dolia fuerint longiora Austriacis, longior etiam in ijs flexus est tabularum ab orificio ad orbes, itaq; maioris capacitatis, etiamsi similis vtrinq; ponatur flexura; quemadmodum etiam, si breviora fuerint Austriacis, flexus iste est brevior. Atqui virga flexum longitudinis mediocris arguit, qualis est in dolio Austriaco: non assequitur igitur virga (cæteris paribus) longitudinem flexus in dolio oblongo; superat in dolio brevi.

III. Pars.

VSVS TOTIVS LIBRI CIRCA DOLIA

I. Comparatio doliorum per virgam transuersalem exploratorum.

Si dolium sit proportionis Austriacæ, fidito uirgæ sine respectu uel ventris inter orbem utrumq;, vel buccositatis sive curvaturæ inter Orificium infusorium & orbem utrumlibet ligneum; & tale dolium alijs omnibus præfer, excepto illo Rhenensi, quod habet profunditatem ventris maiorem sesquitertia diametri orbis lignei, si tamen ullum habet. Ex cæteris igitur elige Oblonga cum multo ventre, qualia sunt aliqua Rhenensia: compensat enim nonnihil gracilitatem & prolixitatem corporis, amplitudo ventris medij, & longitudo buccarum. In contemptis habeto dolia oblonga & cylindracea sine ventre: post hæc Curta tibi censentor, cuiusmodi aliqua veniunt ex Vngaria, parum aut nihil à cylindro puro puto differentia. At curta ventricosa fugito modis omnibus; tres enim notas paupertatis habent, unam ex Th. V. magnitudinem proportionis Orbium ad dimidiam longitudinem Tabularum; secundam ex Th. XXII, ventris magnitudinem, tertiam ex Th. XXIX, buccarum brevitatem.

II. Consideratio methodi mensurandi per virgam transversalem cubicam.

Colligitur igitur ex his omnibus, simul consideratis, nullam inter rationes mensurandi dolia, compendiosiorem simul atq; circumspectiorem esse, usu virgæ transversalis cum divisionibus cubicis, in dolijs Austriacis. Omnes enim cautelas mensorum in se continet Primùm virga introrsum immissa eliminat crassitiem tabularum, circulorum, qui vincula sunt, viminumq; quibus circuli lignei stringuntur; Eliminat & excessum Marginum, quorum in crenis hærent orbes seu Bases ligneæ Hoc autem ratio alia mensurandi, unâ & eadem opera præstare nulla potest; quæ non rationes mensuræ apud orificium A exigit, ubi intima superficies tabularum in aperto est Itaq; Mensores aliqui regulas hic nonnullas memoriæ mandant & sequuntur, æstimandi cæcam hanc tabularum Orbiumq; crassitiem: quarum incertitudine circa inconstantia exempla, omnis reliqua in mensurando scrupulositas eluditur. Secundò modus iste cavet de inæqualitate basium lignearum seu orbium, idq; citra tædiosam multiplicationem, citraq; repetitionem explorationis, vnâ & eadem opera ut Th. XXVI huius dictum. At reliqui mensores in hoc multi sunt, ut doliorum orbes inter se æquent, mediumq; eorum proportionale, deniq; inter capacitates medium conicum inveniant; usum virgæ pla-

 nime-

nimetræ conjungentes cum calculo molestissimo. Vide recentissimum, Ioannis Hartmanni Bayeri Medici Francofurtensis librum de stereometria Inanium.

Tertiò, neq; dissimilitudo Cadorum (quantula quidem in Austriaca dolia cadit) dum doliorum Opifices Regula sua crassè utuntur, aut dolia vetera præcisis marginibus sarciunt multum derogat fidei huius mensurationis, ut dictum Corollario I. ad Th. V. & Th. XXII huius. Quartò, non negligitur hic, sed ipsa methodo adsciscitur amplitudo ventris, seu circulus maximus AY: ab illius enim summo A, instituitur mensuratio ad alterius imum C. Eius rei fundamentum pendet & Th. XXII huius partis.

Quintò nec buccositas Trunci Conoidis hic quicquam nocet, per Theor. XXVIII. Est enim & per se exigua, & per omnes omnium doliorum medietates, ferè similis conniventia Tabularum, ad structuræ rationes pertinens, quæ nec meram Conicam rectitudinem, nec insignem aliquam ventricositatem, magis tamen illam, quam hanc requirit. At de hac buccositate pleriq; mensores valde sunt solliciti: adeo ut Clavius, ut supra dictum, ad Ellipses & Conoidea confugiat: neq; tamen quisquam illorum adhuc genuinas doliorum figuras calculando secutus est, quas ego nunc primùm & cognoscendas dedi demonstrationibus spinosissimis, & in numeros conieci operosissimo calculo sed quod Austriaca nostra dolia attinet, ingeniosa magis quàm utili vel necessaria machinatione, tantum ut ex comparatione calculi cum usu virgæ Austriacæ, & commoditas huius dimensionis tantò magis elucesceret, & cæteri scrupulosi computatores sese respicerent, perpendentes, quàm hactenus frustra cerebrum fregerint computationibus laboriosissimis, culicem excolantes fractionum minutissimarum, sed camelum errorum deglutientes: sola hac altera re, pariter ipsis ignorata fælices, quod nullius ferè momenti sunt plæræq; tam scrupulositates, quam errores circa illas.

Plurimum igitur ad privatorum securitatem fraudesq; eliminandas refert; ut lex illa dolij construendi, quæ tertia parte longitudinis tabularum jubet describere circulum orbium ligneorum, Magistratuum authoritate diligentiâq; conservetur, pœnisq; & proscriptione vasorum, quæ hanc figuram non habent, vindicetur: aut certè, ut virgæ mensoriæ in enormibus illis dolijs dimetiendis, fides publico decreto abrogetur.

III. Quòd usus virgæ transversalis, inscriptas habentis divisiones Cubicas, sit Austriæ proprius.

Patet hinc etiam, cur virgæ transversalis usus multò sit Austriæ familiarior, quàm nationibus cæteris: Nimirum quia hanc dolij figuram receperunt, ad quam collimantes Vietores, minimum nocent capacitati, manuum aberratione. At penes nationes cæteras aliæ etiam doliorum figuræ in usu sunt; in quibus ventrium amplitudo tabularumq; longitudo mutata, statim sensibile quid nocet; Quare etsi verum est, usum virgæ transversalis vniversalem esse, in omnibus dolijs

inter

inter se similibus, secundum Th. XXVI huius partis: at nulla lex nulla institutio sufficit Opificibus, ut semper teneant eandem præcisè proportionem tabularum, multoq; minus profunditatis ventris, ad Orbes; ut in qua conformandâ casus plurimum valet, consilium opificis minimum. Cùm itaq; figuræ institutæ proprietas non subveniat aberrationi manuum, ut in Austria, sic ut figuræ dissimiles æquipolleant similibus: dissimilibus igitur figuris quotidie provenientibus doliorum, nec capacitatis similis, non potest Virgæ transversalis cubicæ solitariæ penes nationes cæteras tam latus esse usus, sine erroris aleâ.

IV. Ratio metiendi quodvis dolium circularium Orbium, sine Virga divisionis Cubicæ.

Sed cum generalem hoc libro speculationem proposuerim, praxis etiam ad omnes alias doliorum figuras extendenda videtur, cùm ut fructum aliquem Stereometriæ huius percipiant etiam nationes cæteræ: tum etiam ut Austriaci nostri circa dolia peregrina (quæ identidem vel secundo vel adverso Danubio invehuntur in Austriam, aut vino exotico plena, aut exportatura vinum Austriacum) tanto magis juventur: neve usu virgæ suæ, damnum vel inferant alijs, vel ipsi accipiant. Etenim Iustitiæ simulachrum pingitur cum bilance, mensurarum omnium exactarum symbolo; pertinetq; cura hæc circa mensurarum fidem, ad huius virtutis, suum cuiq; tribuentis, cultum; ut, quæ & salvas præstat Respublicas, & ornat, ipsa quovis sole pulchrior; ab eius amico & sereno vultu, omnes nubeculæ errorum quàm longissimè dimoveantur, discutianturq;.

Virga igitur in parato sit, divisa in partes æquales minutissimas; cum illa in orificium dolij immissâ metire primo profunditatem ventris medij, deinde transversas longitudines, ab infusorij medio, ad imos calces utriusq; orbis lignei; tertio virgam extractam siste foris ad calces orbium ligneorum, acie etiam in crenas impressâ, si potest, metiens utriusque orbis lignei diametrum in altitudinem protrectam seorsim; cui æquales ponuntur esse omnes aliæ diametri unius orbis lignei, propter structuræ rationes, & quia hîc non de lagenis agimus. Si tamen aliqua notabilis diversitas esset in diametris unius & eiusdem orbis lignei, orta vel ex aberratione artificis, vel ex natura ligni, quæ cum venarum longitudinem præstet invariabilem, latitudinem tamen tabularum habet auræ mutationibus obnoxiam; tunc etiam transversas orbium ligneorum diametros metire.

Et quia fit interdùm, ut ipsa etiam ventris medij amplitudo non ordinetur in perfectum circulum: tentet igitur accuratus mensor, (cui ad omnem curiositatem instrumenta modosq; possibiles suppeditare animus est) viam aliam discendæ areæ, qua dolium in medio sectum esse intelligitur. Ea possit esse talis

Limbo ex pergameno, aut alia materia flexili, non tamen, ut fila, ductili, circumdato medium ventrem dolij, metiarisq;, quot partes virgæ contineat limbus talis. Posito igitur, quod dolium in medio foris exactè

sit

ſit circulare, ex numero partium harum facile per Th. I. diſces, quanta diameter debeat eſſe huius circuli: Vt ſi partes in ambitu inveniſſes 6283 cum una quinta, diameter deberet habere partes 2000. Atqui jam exploratam habes diametrum interiorem ſeu profunditatem ventris: aufer igitur à computata craſſitiem ligni, quam potes metiri in infuſorio, & pro altera tabula in dolij imo aufer tantundem: quod ſi diameter profunditatis invenitur æqualis huic computatæ, ex ambitu exteriore, & diminutæ: dolij ventrer exactè circularis credi poteſt; quia ſi deflectit à circulo, cauſa nulla eſt, cur potius obliquæ diametri (quod tamen etiam fieri poteſt) quam erecta & tranſverſa ſint inæquales. Sed omnem certitudinem huius rei (ſi fortè ſit materia metienda precioſior auro, quantitatis eiuſdem) diſces lignis parallelis, intervallo, quantum requirit dolium, firmiter inter ſe coaſſatis, quibus omnes circumcirca diametros, ſi trabes binæ dolium ſuſtineant, explorare poteris. Quod ſi igitur deprehendantur inæquales diametri, erecta & tranſverſa, vel alia quæcunq; tunc figura eſt Ellipſis: quare per Epiſ. ad Th. I. p. primæ; diameter computata, medium erit arithmeticum inter erectam & tranſverſam. Itaq; quantò computata & diminuta longior eſt diametro profunditatis, tantò viciſſim hæc erit longior diametro tranſverſâ.

Ex cognita igitur diametro vel diametris cuiusq; circuli vel Ellipſis, ſic elicies aream, tam orbis lignei, quàm ſectionis imaginariæ per medium ventrem, per Th. II; & Epiſagma III, partis primæ. Multiplica diametrum erectam in tranſverſam, ſive fuerint æquales, ſive inæquales: eritq; factus ad ſummam parvulorum quadratorum, quæ ſunt unam virgæ diviſionum æqualium longa & lata, contentorum in area talis orbis lignei, ſicut 14 ad 11 ferè. Accuratius, (quod dicto Theoremate omiſſum hinc ſupple) ut numerus poſt quaternarium ordinatas habens Cyphras ſedecim, ad dimidium numeri, quo effertur circuli circumferentia Th. I. Nam ut obiter hoc dicam à nemine adhuc demonſtratum, neſcio an à quoquam obſervatum: In omnibus figuris regularibus, circulo circumſcriptis, & ſic etiam in ipſo circulo, quaſi in figura infinitangula, uſu venit, ut ipſarum perimetri, quando diameter habere ponitur partes 2, numero contineantur, qui duplus eſt numeri, quo continetur area figuræ.

Proxima tibi cognitio neceſſaria, eſt longitudinis dolij, quam non ita facile foris, vel intus metiri datur virgulâ, quia curvantur tabulæ, procurruntq; ultra crenas orbesq; ligneos, quorum etiam craſſities ignoratur. Veram igitur longitudinem ſic diſces; quadra longitudinem tranſverſalem, ab hoc quadrato aufer factum ex diametro orbis lignei & diametro ventris (ſumpto medio arithmetico, ſi non fuerint omnes vnius figuræ diametri æquales) reſiduum ſerva, deinde orbis lignei diametrum aufer à diametro ventris, reſiduum quadra, quadrati partem quartam aufer à reſiduo prius aſſervato: radix eius quod remanet, eſt longitudo medietatis illius, cuius orbem ligneum adhibuiſti; technicè dicitur altitudo trunci. Quod ſi doliū eſt regulare, duplum erit hujus, longitudo totius dolij; ſed tutius ages, repetendo proceſſum eundem cum altera longitudine tranſverſali, alteroq; orbe ligneo: quo patefiet alterius medietatis longitudo, hoc eſt alterius Trunci altitudo.

Exemplum. Sit inventa in Sch. XXII, transversalis AZ longitudo partium æqualium virgæ 24 semis & paulò plus: ut sit eius quadratum 602 s. Sint etiam inventæ diametri AY 22, XZ 19, partium earundem. Hæ in se mutuò multiplicatæ, faciunt 418, quem aufer à 602 s, restat 184 s. Differunt diametri per 3, cuius quadratum est 9, & hinc pars quarta, 2 cum quarta: quam aufer ab 184 s. restat 182 cum quarta, cuius radix 13 s. dimidij dolij longitudo interna, ut tota GX sit 27 longi. Et cum quadratum de 22 sit 484, de 19, sit 361: Vt igitur 40000 ad 31416, sic 484 & 361 ad 380 + & 283 s. areas circulorum AY, & XZ.

Inventis areis circulorum, & longitudine medietatis utriusque, trivium occurrit; aut enim pro Truncis Conicis habentur, binæ dolij cuiusque medietates, aut pro Truncis Citrij, aut pro figuris intermedijs, pro Pruno, Oliva, Fuso Parabolico, vel Hyperbolico, truncatis: hoc est, curvaturæ tabularum tribuitur vel mera rectitudo ab infusorio ad marginem, vel merus circulus inter utrumque marginem & infusorium, vel figura ex utroque mixta.

Illa viâ semper paulò minus iusto colliges, istâ promiscuè vel plus iusto, vel iustum attingitur; hac semper iustum attingeretur, si tam facile per hanc incederetur, quàm per illas.

I. Prima via dividitur Truncus quilibet in cylindrum regularem, quasi stantem super basi, orbe ligneo, & in circumiectum illi segmentum limbi Cylindracei Conicum, quod Tunicam apellavimus. Ergò Cylindri corpus, per Th. III partis primæ, computatur, ducta altitudine dimidii dolii, in basin orbis lignei supra inventam: nam numerus inde factus, summam continebit parvulorum Cubiscorum, qui sunt in proposito cylindro, quorum quilibet unam virgæ particulam divisionis æqualis, longus latus & profundus sit. Trunci verò, seu dimidii dolii proportio ad Cylindrum super basi, orbe ligneo, habetur per Corollarium ad Th. XVII partis primæ, ducta diametro orbis lignei, & in se, & in diametrum seu profunditatem ventris; ducta etiam differentia harum diametrorum in sui partem tertiam: & numero Cubiscorum in cylindro prius invento, multiplicato in summam factorum posteriorum, factoque diviso per quadratum diametri orbis lignei: prodit enim summa Cubiscorum in dolio. Eodem verò modo agendum etiam cum altera dolii medietate si fuerit dissimilis aut inæqualis.

Quot autem huiusmodi Cubiscorum faciant unam mensuram, non aliter disces, quàm si ex lamina ferrea vasculum oblongum, Cylindraceum exactè, & æqualiter rotundum struxeris, cum fundo optimè complanato, deinde infuso liquore unius mensuræ in vas siccum, virga tua mensus fueris altitudinem quam signaverat liquor ante immissionem virgæ in vasculum: mensus etiam fueris amplitudinem circuli in summo, debet enim æqualis esse imo. Nam ex amplitudine disces aream circuli, modo supradicto, ex hac & altitudine, corpus seu numerum Cubiscorum in vna mensura: quo numero si diviseris numerum Cubiscorum cuiuscunque solidi, habebis in quotiente numerum talium mensurarum, quas capit locus solidus, seu dolij seu Cupæ. Atque hæc est prima methodus, qua dixi colligi minus justo. Exemplum habes post Th. XXII partis primæ.

Sed continuabimus hic etiam prius inceptum. Duc igitur 13 semis in 283 s. basin minorem, orbis scilicet lignei XZ, fiet Cylinder 3685 s. In hac verò proportione diametrorũ, est cylinder ad Truncum, ut 361 ad 421. Ergò si 361 fit 3685 s. quid 421? sequitur 4298, tot cubiscos valet dimidium dolium: totum ergo 9596. Quod si 30 huiusmodi cubiscorum implerent unam mensuram, diviso 9596 per 30, prodiret 320 fere, tot mensuras caperet dolium totum.

II. Altera methodus, qua dolium consideratur, ut Citrium utrinq; truncatum, quæq; frequentur justum pronunciat, sed æquè frequenter plus justo; jam supra in Exemplo ad Th. XXII & XXV p. primæ prolixè & scrupulosissimè fuit tradita: nec alia repetitione est opus, nisi ut moneam, dolium illic apellari Citrium Truncatum, dolij ventrem illic esse circulum maximum per medium corpus Citrij; Orbes verò ligneos illic appellari circulos Truncantes. Deinde & hoc est addendum, si orbes lignei non fuerint æquales, operandum esse bis, semel per minorem orbem, ac si uterq; tantus esset, iterum per maiorem, ac si uterq; maior; quodq; posterior calculus differens prodet à priori, eius parte dimidia hinc detracta vel inde adjectà, justum (ut in perfecta Citrij figurà) constitutum iri.

III. Quod si tibi scrupulositates istæ nondum sufficiunt, eo quod curvatura tabularum non semper habeat figuram Circularem exactè, & si, ut est Geometricorum ingeniorum natura, non ex aliena & conficta, sed ex genuina & propria cuiusq; dolij figura lubet argumentari & calculare: age, prius inquirito, qualis omninò figura sit huius curvitatis Tabularum?

Quasdam igitur visu simplici dignosces, quibusdam indagandis opus tibi erit instrumento & dexteritate manuum, circaq; hoc exercitium, subtilitate curiosissimà: quasdam deniq; & plerasq; quidem, nullo ingenio discernes à perfecto circulo, propter rudem tabularum coassationem, impedimenta circulorum ligneorum & viminum, inæqualem tabularum crassitiem, & ipsarum figurarum affinitatem inter se.

Quod si in oculos incurrat curvaturæ tabularum in medio ventre dissimilitudo à curvatura versus extremos margines, dolium erit Truncus Fusi Hyperbolici, & quo angustius hæc curvatura ventrem circumsteterit, hoc maior Hyperboles pars erit, hoc proprius etiam capacitas dolij ad capacitatem Trunci Conici accedet.

Reliqua hoc instrumento expedies. Cape regulam ex ferro vel orichalco, quadratam, benè politam, longitudine dolij, non flexilem suo pondere; in illa sint stili ferrei graciles & acuti ut clavi, trusatiles per longitudinem regulæ, sic ut in quacunq; eius parte hæreant firmi non vacillantes; possint autem Cochleis à regula extrudi reduciq; ad illam: sint numero, cùm minimum, quinq;; melius si septem; quorum medium sufficit fixum adhærere Regulæ mediæ, longitudine, quæ superet crassitiem omnis circuli lignei in dolijs. Statuto igitur stilo fixo in vna commissurarum, qua duæ tabulæ coeunt in medio dolij ventre, reliquos stilos trusatiles, binos & binos, vel si adsunt, ternos, ordina versus dolij margines, intervallo illis indulto modico & utrinq; æquali; cochleisq; extrude, ut omnes tangant commissuram eandem, extimi æqualiter à medio remoti, in marginibus extremis; cæteri in punctis vicinis, insinuantes se inter binos circulos ligneos, quâ datur eorum tantulum intervallum. Ita comprehensa stilorum extremitatibus quina vel septena figuræ puncta, cum Regula transfer in planiciem tabulæ bene complanatæ, factis in ea punctis totidem; ut si sint in Schemate XVIII. puncta extrema F, G, medium C, interjecta Q, S, & respondentia in parte alterà. Et ne quis scrupulus supersit, metire etiam crassitiem tabularum, tam in orificio infusorio, quàm in marginibus; ea quanta fuerit, tanto intervallo versus interiora, & centrum veluti curvaturæ, facito puncta alia, deletis prioribus,

Schema XVIII.

ribus,

ribus, ut interiorem curvitatem dolij, quinis vel septenis punctis in plano habeas propositam.

Primùm igitur connecte puncta F, G, per rectam FG; deinde cùm CG, CF ex processus descriptione sint æquales; ex C perpendicularem duc in FG, quæ sit CO, continueturq; extrorsum aliquousq;. Tertiò per bina puncta extima, ut F, S, & respondentia ex altero latere, duc rectas, & continua illas, usq; in perpendicularem CO continuatam. Quod si reliqua puncta non fuerint intra complexum harum linearum inventa omnia, vel saltem exteriora in hac ipsa linea; aut si duæ hæ lineæ concurrerint alibi, quàm in ipsa perpendiculari CO continuatà, ut in Y; tunc operam lusisti, certumq; habes, vel dolij figuram, vel instrumentum, vel manus tuas, ad hanc subtilitatem esse ineptas. Possumus autem his duabus lineis, etsi, accuratè loquendo, secant Hyperbolen, in punctis singulæ binis, uti loco contingentium; utiq; in dolijs, quæ mihi videre contigit. Quare per Th. XXVII partis primæ, diligenter metire, quæ sit proportio CO (dimidiæ differentiæ diametrorum, ventris & orbis lignei) ad CY. Secto enim angulo OGY in æqualia, si secans transiverit per punctum C, figura ex circulo erit, pertinebitq; ad methodum secundam propriè. Sed quod maximè facit ad comparationem cum cæteris, quæritur tunc segmentũ Globi FGC, deinde per Th. XXV p. primæ, fit ut GO ad OC, sic numerus segmenti globi, ad numerum, qui exprimet dimidium corpus Citrij parvi: cuius proportio ad Zonam circa cylindrum HFGE docetur in Exemplo ad Th. XXII.

Si verò fuerint æquales NC, CY, figura est ex Parabola: quare per Th. XIII. Epist. II. quæritur Parabolicum Conoides ex cono æquealto: Nam area circuli cuius diameter FG, ducta in partem tertiam OC, creat numerum corporis Coni, at Conoides est sesquialterum Coni: ergo corpus Conoidis habetur, ducta area FG in semissem CO. Tunc ex Conoide quæritur Fusum parvum in Conoide, per Analogiam Th. XXVII partis primæ: scilicet ut GO ad YO, duplum ipsius CO; sic Conoides inventum ad Fusi eius corpus dimidium. Invento corpore Fusi parvi, processus reliquus idem est, qui cum Trunco Citrij: Zona enim circa fusum, habet partes duas, altera est Fusum parvum, jam inventum, reliqua & maior quidem pars creatur, ducta circumferentia circuli orbis lignei in figuram planam FGC, quæ parabola dicitur; cuius area habetur ex Epist. II ad Th. II. ductâ enim parte dimidia, id est tribus sextis de CO, in rectam FG, creatur area trianguli FCG, cuius sesquitertia cum sit area Paraboles, creatur igitur, ductis quatuor sextis, hoc est besse ipsius CO in rectam FG.

Quòd si fuerit CO maior quàm CY, figura erit ex Hyperbola, proximèq; accedet dolium, ad conum duplicatum: idq; tanto magis, quanto maior fuerit CO quam CY. Eritq; Conoidis Hyperbolici proportio ad corpus dimidij Fusi inscripti, paulò minor, quàm GO ad OY, maior tamen quam GO ad OV, si V centrum sit figuræ. Hoc solum lucramur ex hac scrupulositate circa Hyperbolam: de cætero, Cùm nondum determinata sit recta inter OY & OV, quadrans ad proportionem convenientem; non etiam animum adieci hactenus ad quadraturam Hyperboles, cuius cognitione insuper opus esset, ad Zonam Fusi Hyperbolici ex arte computandam. Opitulamini Apollonij, Rursum si CO minor quidem fuerit, quàm CY, maior tamen ad CY quam OG ad GY (quod quis qua diligentia discernet?) figura erit ex Ellipsi recta; cuius segmenta ad circuli segmenta facta per rectam axi parallelam, semper habent proportionem eam, quam brevior eius diameter ad longiorem, per ea quæ Archimedes adhibet ad demonstrandum Episagma III ad Th. II, perq; dicta à me in commentarijs de motu Martis, quod ad dictum Th II primæ partis erat etiam superinducendum. At cum linea proportionis segmenti sphæroidis recti ad Prunum Ellipticum, inter C. Y. nondum sit determinata, ut & prius in hyperbola, nullum hic ingeniosis, & omninò Apollonijs, exitum monstrare possum, quàm quem ipsi sibi sollertissimi ingenij acie, superius Th. XXVI provocati, exciderint & patefecerint: mediocribus ingenijs nullus hic thesaurus utilitatis aut compendij latet absconditus. Idem deniq; teneto, cùm CO minor ad CY fuerit, quam OG ad GY: figura enim erit ex Ellipsi transversa, & Sphæroidis segmenti proportio ad Olivam maior erit, quàm GO ad OC, sed genuina linea nondum est nota: quod tanto minoris momenti impedimentum censeri debet, quanto minus verisimile est, dolia Sphæroidis, quàm Hyperboles aut circuli figuram imitari.

V. Qua ratione quis artificiosè metiri posśit, proportionem partis vacuatæ ad residuum liquoris, strato dolio, erectisq; ad perpendiculum diametris Ventris & Orbium ligneorum.

Desiderata hactenus, quantum ego scio, doctrinæ huius pars: utilis tamen patribus familias ad arguenda & cavenda furta: si tamen Bachus à Thetidis ditione suas opes procul collocaverit, eiq; suis finibus interdixerit: solet enim hæc dea sic tegere sui vernę maleficia, ut cùm partem ille subduxerit, ista refundendo corrumpat reliquum. Coigneti aliorumq; modus, qua certus est, angusti est usus: ut verò ad omnis generis dolia extenditur, sine errore & absurdis, quod facile fatebuntur authores, exerceri non potest. Incipiamus tamen ab illo: Nimirum si dolium sit figura cylindri, aut insensibiliter ab ea deflectat, superficies plana liquoris, secat orbes ligneos, ventrisq; amplitudinem, in bina segmenta circuli; quare, per Th. XVII, p. primæ, segmenta duo totius Cylindracei dolij, vacuum & plenum, sunt in proportione segmentorum planorum in basibus.

Sed quia dolium est compositum ex duobus veluti Truncis Conicis, quorum reputatur altitudo technica, quantum est longitudinis inter circulum ventris & orbem ligneum: Truncus verò quilibet constat ex cylindro medio, super basi Trunci minori, & circumjecta Tunica (sic enim appello in dolio dimidiam ventris protuberantiam supra molem intimi cylindri: si totum dolium eiusq; genuinam figuram consideres, tota ventris protubernantia, constans ex duabus talibus veluti tunicis adversis, in superioribus mihi dicta fuit Zona) animadverte igitur, quod Tunicæ vel Zonæ huius margo primùm subsidit, priusquàm ab intimo cylindro, qui est inter orbes ligneos, quid desiat; posteaquàm cylinder incipit minui, semper unâ

mi-

minuitur etiam Tunica: ad extremum toto cylindro exhausto, restat in fæcibus adhuc margo Tunicæ vel Zonæ. Quis in hac irregularitate speret ab arte subsidium?

Atqui non plus unico Theoremate nobis opus fuerit, ut de vacuatione Dolij, cum figura Trunci conici duplicati, demonstrati vam planè præscribamus Methodum. Dictum est supra Th. XVI partis primæ, nondum esse factam à Geometris disquisitionem de soliditate segmentorum quorundam Coni: quæ inter, sunt etiam ista segmenta Truncorum Conicorum, seu dolij, quæ determinantur per planam superficiem liquoris defluentis, parallelam axi Truncorum conicorum, rectam ad communem basem Truncorum, seu circulum medium Ventris.

De his itaq; segmentis Coni, lubet aliqua disserere etiam hoc loco, ad provocandos Geometras; ut qui hactenus non satagendum putarunt de his segmentis, usu, quod supra dicebam, non exigente; ij jam tandem, postquàm manifestum vident usum eorum, e somno evigilent, demonstrationemq; soliditatis eorum quærant. Primùm itaq; consideravi, si fortè tale coni segmentum, quod fit plano ad axem parallelo, eoq; Hyperbolico, proportionem ad Conum totum habeat, compositam ex proportione segmenti suæ basis ad basim Coni, & ex proportione suæ altitudinis ad Coni altitudinem. Hæc opinio vero quidem est proxima, sed tamen falsa. Nam portio hæc est segmenti Coni scaleni humilioris, scilicet per verticem secti, ad conum propositum altiorem: atqui tale segmentum Coni scaleni per verticem secti, est minus segmento Coni altioris, super eadem basi stanti; exit enim in mucronem; cùm hoc exeat sursum in quandam aciem latam Hyperbolicam: illud continetur superficie Coni minoris & plano triangulari; hoc portione superficiei Coni maioris, & plano Hyperbolico.

Secundò consideravi, num segmentum Coni propositum, sit æquale segmento consimili cylindrici segmenti, habenti eandem basin & altitudinem: de quibus segmentis secundis egimus Th. XVII. p. prioris; quorsum spectat etiam Th. XXII ex parte: & an non tam Cylindraceum quam Conicum segmentum, stantia super eodem segmento circuli, & terminata segmentis planis, illud Elliptico, hoc Hyperbolico, quodlibet æquet partem tertiam segmenti cylindrici recti, per planum axi parallelum facti, super basi eâdem. Sed nec hoc ipsissima veritate nititur, utcunq; prope accedat. Nam si verum hoc esset de uno, non posset esse falsum de semicylindro, quem determinat planum per axem, transiens etiam per inscripti Coni axem & verticem. Nam diviso hoc semicylindro in partes 33, semiconus eodem plano per axem determinatus, est talium partium I, per Th. IV, pa. Iæ: at segmentum cylindrici segmenti est talium partiũ 14, per Th. XVII. Quod igitur interest corpusculum geminatum, terminatum intus Conica superficie, foris planâ & portiunculis Cylindraceæ, est partium tantùm 8. Etsi verò hic conus dimidius est præcisè triens semicylindri, tamen hoc in alijs segmentis non obtinet, eo ipso, quod tunc Conus non amplius per Verticem secatur; segmentum igitur Coni propositum maius est triente segmenti cylindrici recti æquealti: & videntur ista successivè magis magisq; fieri æqualia, vicissimq; corpuscula interposita magis magisq; attenuari, quo minus fit segmentum ipsum rectum Cylindricum, cuius ista sunt partes.

Tertiò igitur videtur inquirenda quadratura Hyperboles, quæ segmentum coni determinat, qua inventa facile est, cuilibet Hyperbolæ triangulum super eadem basi assignare, cuius area sit æqualis areæ Hyperboles. Nam proportio segmentorum Coni, ad Conum totum, videtur esse composita ex proportione baseon planarum, & proportione altitudinum triangulorum istorum, hyperbolas æquantium. Interim dum hanc prædam venatu referant Apollonij; nos fidem reliqui Theorematis etiam non demonstrati, secuti, id eligemus quod ad veritatem aspirat; & segmenta circulorum quæ sunt bases Conicorum propositorum, ducemus non in altitudines eorum, qua ratio minora justo constitueremus; sed in lineas longiores, scilicet in continuatas has altitudines, usq; ad arcum circuli, per vertices conorum continuatorum, perq; orificium dolij traducti, ut si in Sch. XXI. circulus maximus traduceretur per BC, & oppositum verticem ultra D, ut sit CL sagitta, & LB sinus arcus, determinantis nostras lineas: cui circulo expedit peculiare nomen esse; dicatur Metator. Manifestum enim est, talem arcum non tangere dolium in G, orbe ligneo, ac proinde altitudinem OG technicam segmenti conici COG, continuatam in hunc arcum, fore longiorem, veluti si OZ esset. Segmentum igitur CA ventris, cuius altitudo CO, ducemus in trientem linearum OZ, pro soliditate segmenti Conici. Si quis metuit, ne OZ nimis sit longa, is cogitet segmenta nobis hic proposita non esse merè conica, sed his maiora ex Citrio & Fuso.

Schema XXI.

Nascetur igitur processus iste. Ante omnia notam esse oportet ex superioribus præceptis, amplitudinem ventris CA, & diametrum orbis lignei GE, cum dimidia differentia CO, & per transversalem CE, ipsam etiam altitudinem technicam Trunci OG. Est autem CO ad OG, ut CL ad LB altitudinem Coni continuati. Igitur scientur areæ circulorum CA & GE, ex superioribus, in mensura una, quæ areæ ducendæ sunt in suarum altitudinum LB & KB partes tertias, & auferendus, conus GEB, deficiens à Cono CAB continuato, ut restet truncus CA EG, in numeris aptis præsenti negocio. Iam pro inveniendis lineis OZ opus est diametro Metatoris: quadratum igitur ipsius LB, divide per CL, & prodibit in quotiente, residuum diametri. Adde igitur CL ad hoc residuum, compositus erit diameter Metatoris. Igitur si proposita sit altitudo vacui CO, per eam inquirenda sunt, segmentum circuli ventris, per præcepta superiora, & linea ex O perpendiculariter per superficiem liquoris defluentis exiens in metatorem. Aufer igitur CO à diametro Metatoris, ablatam multiplica in residuum, facti radix est linea quæsita; in cuius partem tertiam, multiplicanda est area segmenti circuli, Ventris, pro soliditate segmenti Conici. Quod si altitudo vacui CO non superat dimidiam differentiam diametrorum CA, GE, sufficit hoc laboris. At si superat, labor geminatur Segmentũ enim Coni tunc excurrit ultra Truncum CGE, in Conum GBE deficientem: quare pars eius deficiens inquirenda, & à segmento toto auferenda erit Aufer igitur dimidiam differentiam diametrorũ ab altitudine liquoris; cum residuo tanquam sinu verso, quæratur area segmenti orbis lignei, quod extat supra superficiem liquoris; nanciscatur autem eandem dimensionem cum areâ segmenti plani ventris. Tunc quæ est proportio altitudinis liquoris ad excessum suum supra dimidiam diametrorum differentiam; in eadem proportione admetite huic minori ſegmento orbis lignei, portionem de linea OZ, cuius tertiam partem duc in ſegmentum lignei orbis, pro ſoliditate partis de Conico ſegmento deficientis: qua ablata à toto ſegmento Conico, relinquitur ſegmentum Trunci inanitum.

Deniq; ſi tibi cognitus eſt numerus menſurarum, quas capit dolium totum, eum multiplica in ſegmentum Trunci, vel una vel duabus operationibus inventum: factum divide per ſoliditatem Trunci totius, prodibit in quotiente numerus menſurarum, quæ defluxerunt.

Cùm autem & hîc & ſupra ſæpius uſuveniat, ut quærenda ſint ſegmenta circulorum, per ſinus verſos dimidiorum arcuum, quæ res moleſtias magnas creat; ut hac te moleſtia ex parte liberarem, tabellam hic confeci, quæ ſingulis centeſimis partibus ſinus verſi ſeu ſagittæ, à ſummo verſus centrum, aſſignat quantitatem areæ ſegmenti in ea proportione, ut circuli illius totius area valet partes 15710: nec enim aptior numerus mihi exivit, utenti facili & expedita via computationis: nec nunc vacat, hunc numerum cum rotundo aliquo permutare.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0.	0	294	818	1478	2237	3072	3964	4900	5868	6856	7855
1.	10	339	879	1550	2318	3159	4056	4996	5966	6956	
2.	27	386	941	1623	2399	3246	4148	5092	6065	7056	
3.	49	434	1004	1697	2481	3334	4241	5188	6163	7155	
4.	76	484	1069	1772	2563	3423	4334	5284	6262	7255	
5.	105	536	1134	1847	2646	3512	4428	5381	6360	7355	
6.	138	589	1201	1923	2730	3601	4521	5478	6459	7455	
7.	173	644	1269	2001	2815	3691	4616	5575	6558	7555	
8.	211	701	1337	2079	2900	3782	4710	5673	6658	7655	
9.	252	759	1407	2158	2985	3873	4805	5770	6757	7755	

Vſus tabellæ: ſegmenti ſagittam ſeu ſinum verſum, ſeu quod eſt loco eius (vt in Ventre, altitudinem vacui, in orbe ligneo, altitudinem extantis partis ſupra liquorem) duabus Cyphris auctum, divide per ſemidiametrum circuli, cuius eſt ſegmentum: quod prodit, eius denarios quære in fronte, digitos in margine, & area communis exhibebit aream ſegmenti, qualium area totius illius circuli valet 15710; quæ ſi valeret minus aut plus, reductione aliqua opus eſſet ad communem dimenſionem.

Exemplum huius proceſſus. Sit venter dolij CA altus 22, diameter orbis lignei GE 19, dimidia ergo differentia CO ſeſqui: Et OG 13 ſ. Vt autem CO ſeſqui ad OG 13 ſ. vel ut 3 ad 27; 1 ad 9. ſic CL 11 ad LB 99, ergo KB eſt 85 ſ. Ponemus autem, aream circuli CA valere numerum Tabellæ, ſc. 15710. Erit ergo ut quadratum 484 de CA 22, ad quadratum 361 de GE 19, ſic area circuli CA 15710, ad aream circuli GE 11718. Duc 15710 in trientem de 99, prodit 518430, pro corpore CBA: duc 11718 in trientem de 85 ſ. prodit 333963, pro corpore GBE, quod aufer à CBA, reſtat 184467, pro Trunco CGEA. Iam pro diametro metatoris: ipſius LB 99, quadratum 9801, divide per CL 11, quotiens erit 891; cui adde 11, erit Metatoris diameter 902.

Sit primò altitudo vacui minor quam CO, ſc. 1. Vt igitur poſſis excerpere eius ſegmentum ex tabella, dic, CL 11 fit 100, quid 1, prodit 9 cum undecimâ: hæc immiſſa in tabellam, refert ſegmentum Ventris 256 ferè. Aufer deinde 1 à 902 diametro metatoris, reſtat 901, quod duc in 1. fit 901. cuius radix 30 +. Duc igitur eius

ter-

tertiam 10 in 256. prodit ſoliditas ſegmenti 2560. Quia ergo altitudo vacui minor eſt, quàm CO: valet tota hæc ſoliditas. Et ut 184467 ad numerum menſurarum dolij, ſic 2560 ad numerum menſurarum quæ defluxerunt. Sed nota, ſi operareris per ſimplicem ſegmenti altitudinem, quæ eſſet 11, tunc non multo plus tertia parte huius colligeres, quod eſt certò minus juſto.

Sit ſecundò altitudo vacui, maior quam CO, ſc. 6. Vt autem 11. ad 100, ſic 6 ad 54, cum 6 undecimis, Ergo in tabella quæſiti, 50 in fronte, & 4 cum appendice in margine, exhibent ſegmentum 3468. Aufer deinde 6 à 902 reſtat 896, quod duc in 6, fit 5376, cuius radix 74, minus ſexta parte; duc huius tertiam partem in ſegmentum, prodit ſoliditas ſegmenti Conici 85351. ſed ultra truncum conicum excurrentis, quia 6 ſuperat CO. Ergo aufer CO ſeſqui à 6, reſtant 4 ſ. cum hoc quærendum ſegmentum orbis lignei. Si ſemidiameter eius 9 ſ. fit 100, tunc 4 ſ. fit 47 cum triente ferè: cum quo ex tabella eruitur ſegmentum 2843, qualium area orbis lignei, quæ minor eſt area ventris, habet 15710. Duc igitur 2843 in 361, quadratum de 19; factum divide per 484, quadratum de 22, prodit 2120 ſ. Et quia ſegmento toti, cuius erat numerus 6, tribuebatur 74, eius parti, cuius eſt numerus 4 ſ. tribuendū erit pro altitudine 55 ſ. cuius tertiam duc in 2120 ſ. fiet 3922 ſ. ſoliditas apicis, de ſegmento excurrentis in conum deficientem. Aufer hanc à ſegmento toto, reſtat ſegmentum Trunci conici 81429 ſ. vacuum. Rurſum igitur, ut 184467 ad numerum menſurarum totius dolij, ſic 81429 ad numerum exhauſtarum menſurarum. Si per ſimplicem altitudinem ſegmenti operareris, ea fuiſſet non 74 ſed 66, ſegmenti ſoliditas 76312, deficientis verò apicis 3640, ſoliditas ergò ſegmenti de Trunco 72672, certò minor juſto. Nos igitur quod hic maius invenimus, pro vero amplectimur.

At enim excipient Apollonij, ne ſic quidem, hac ſoliditate ſegmentorum conicorum conceſſà, ſatisfactum diverſitati in dolijs; quippe hæc ſoliditas, cum ex unius formæ metatore computetur, non plus quàm uni figuræ doliorum quadrabit? Scio equidem; quare ut & illis ſatisfaciam, ad Th. XXX, partis primæ, illos ablego; illic invenient (Apollonij inquam, quærentes, invenient) unde ſuppleant, quod ſcientificæ demonſtrationi huius artificij adhuc deeſt.

Concluſio libri.

Conſtitueram errores aliorum, cum circa doliorum integrorum, tum etiam circa partis vacuæ dimenſiones, detegere, fundamentaq; Elenchorum monſtrare in Theorematibus huius libri. At cùm una veritas ſufficiat vel tacens, contra omnes errorum ſtrepitus; & jam anteà liber, vix decem initio Theorematum, præter opinionem excreverit: habeant igitur ſibi ſuos errores, quicunq; ijs delectantur; fruamur nos noſtris commodis; & ut fruendi materia, ſalvis corporis animiq; bonis, affatim ſuppetat, precabimur;

Et cùm pocula mille menſi erimus,
Conturbabimus illa, ne ſciamus.

FINIS.

Errata nonnulla Memoriæ vel typographica quæ ſparſim inter legendum occurrerunt, ſic corrige.

Pag. C. 1. deeſt Nota Schematis VI. & VII.

Pag. C. 3. trum figuræ (addit utrinq; axem

Pag. D. 1. fac. b. plicatione & extractione numerorum &c. ſumma in trientem altitudinis Trunci &c.

Pag. D. 2. fac. b. per ſpicuitatis majoris cauſa ſic lege. menta iſta ſegmenti, quorum baſis eſt ſemi circulus ſint alt. ſ. p. & ſ. 1. ſ. in o. a. r. p. eandem ad cylindri ſegmentum æquealtum, quæ eſt totius vel primi ſegmenti ad totum æquealtum Cylindrum, ſc. 7 ad 33. Idem enim locum habet etiam in ſegmentis ſegmenti quorum baſis eſt circulus, ſemper enim ſegmentum hac baſi, ſive altũ ſive humile, eſt Cylindri ſui æquealti dimidium. Quibus verò baſes non ſ. c. e. ſ. ſ. a. c. ſegmenta, illis baſes itidem iſtæ ſingulæ ſingulas conciliant ꝓportiones. Itaq; etiam de h. c. ſ. ſ. v. a. n.m. q. d. c. e. p. q. q inſiſtant eidem ſegmento circuli, ſ. u. a: quæ verò eidem lineæ ſegmenti circularis, ſint ut ſeg. altitudinis reſpondentia.

Pag. D. 3. linea penult: pro longiore legé breviore

Pag. E. 1. f. b. gatur —— —— Annulos

Pag. F. 2. f. b. ſegmento —— —— At cum AO

OL —— —— VTRL pars —— —— VTRL

Pag. F. 4. ſit —— *dele* KO

cularis —— cui perpendiculares ſint

In Schemate LVXN & KVXO debebant eſſe æquales linea & LVK MXP integra linea parallela.

Pag. G. 1. Zona —— —— Sch. VI. *ſic & in Margine.*

per KCN

Pag. H. 2. per XXVII —— —— reliqui ſint

H. 3. pert —— —— dele Auſtriaci.

I. 3. f. b. una, LC. duæ. *In ſchemate XXI hic & quoties recurrit, continuetur CT uſq; in E, & VBRDA uſq; in H, in quam ducantur perpendiculares CS, TR, EA*

I. 4. dum inſt —— —— H. G.B. pun. LA prop.

l. ultima longior eſt CK quam

K. 1. f. b. CG ad GA Trun *l.* AC erit – TC.AV &

K. 2. Sit q — 20000. — 20000 *l.* ſumma quadratorum *l.* Factus 8666667 *l.* quadratum AG

f. b. Sit CT 130, VA *l.* quibus uiam – minor CT

K. 3. quadrantes —— pars differentiæ reſp

f. b. CT. ſic —— Cylindri æquealti & inſ gulum CT. AV

K. 4. f. b. 856 mul —— 35 & f

L. 2. f. b. plus va — CT. AV. *L. 3. ultimâ,* H. B.

M. 1. quadratum acclivis lateris FA

baſium CI ad CG.

f. b. CG ad —— —— CHA prop

M. 3. portionis —— —— fiat majus ter-

N. 2. f. b. nion —— —— AYX, AYG

N. 3. f. b. Theor XXIX

Similia his ſicubi occurrerint, lector induſtrius ipſe corriget.

tertiam 10 in 256. prodit soliditas segmenti 2560. Quia ergo altitudo vacui minor est, quàm CO: valet tota hæc soliditas. Et ut 184467 ad numerum mensurarum dolij, sic 2560 ad numerum mensurarum quæ defluxerunt. Sed nota, si operareris per simplicem segmenti altitudinem, quæ esset 21, tunc non multo plus tertia parte huius colli

ad
in
in
tu
tis
seg
tet
mi
ctu
era
alti
exc
Tru
rum
alti
defi
just

tor
soli
figu
ad
qua
huiu

inte
dam
una
teà

conturbabimus illa, ne sciamus.

FINIS.