- $d(x,x) = 0$ for all $x \in X$
- $d(x,y) = d(y,x)$ for all $x, y \in X$
- $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$ for all $x, y, z \in X$

is a polyhedral cone that we call $\mathrm{MET}(K_n)$. A particular very interesting subset of this cone is the cone of L^1 embeddable metrics, that we call $\mathrm{CUT}(K_n)$. The vertices/facets of those cones are known up to $n = 8$.

The definition of the metric and cut cone can be extended to an arbitrary graph G. The triangle inequalities are replaced by cycle inequalities and non-negative inequalities. In that setting we have $\mathrm{CUT}(G) = \mathrm{MET}(G)$ is and only if G does not have a K_5 minor. This allows to compute the facets of many cut polytope and is a remarkable result.

Another generalization that we consider is to hypermetrics. This generalization is relevant to geometry of numbers and Delaunay polytopes and we computed their dual description up to $n = 8$. We also present the construction of hypermetric polytopes.

One natural generalization of metric is to consider the cone of quasimetrics defined as functions $d : X \times X \mapsto \mathbb{R}$ such that

- $d(x,x) = 0$ for all $x \in X$,
- $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$ for all $x, y, z \in X$.

In that setting we define a notion of metric polytope of a graph that we call $\mathrm{QMET}(G)$ and we give an explicit set of inequalities describing it that generalizes the one for $\mathrm{MET}(G)$. We define the notion of oriented metrics that are weightable and an oriented version of the cuts.

Another generalization is to consider the notion of metrics on more than 2 points, i.e. hemimetrics. In that setting the equivalent of the triangle inequality would be the inequality over a simplex. However, it turns out that this definition is not workable since it does not allow to define the hemimetrics on a simplicial complex. We give another set of inequalities that allow a neat generalization to the case of an arbitrary complex.

——————————————————————————————

Antipodal covers

Aleksandar Jurišić (Slovenia, Ljubljana)
Laboratory for Cryptography and Computer Security
Faculty of Computer and Information Science
University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia
e-mail: aj@fri.uni-lj.si

Intuitively, a graph is *distance-regular* if a grouping of vertices, corresponding to their distance from a certain vertex, is so nice that it helps us to calculate all the eigenvalues of the graph. Among such graphs we will study those for which 'being at maximum distance or zero' in an equivalence relation. They are called antipodal graphs and they 'cover' smaller distance-regular graphs. For example, all the 1-skeletons of the Platonic solids are distance-regular and antipodal graphs, and in particular the 3-cube covers the tetrahedron. Most finite objects of sufficient regularity are closely related to certain distance-regular graphs, in particular, antipodal distance-regular graphs give rise, to projective planes, Hadamard matrices and other interesting combinatorial objects. Distance-regular graphs serve as an alternative approach to these objects and allow the use of graph eigenvalues, graph representations, association schemes and the theory of orthogonal polynomials.

We show a new construction of an infinite family of antipodal distance-regular graphs of diameter 3 that are related to finite geometries.

This talk is dedicated to Michel Deza, a dear friend, who encouraged me to diversify my research, a man who was ready to go around the world to do mathematics and meet more mathematicians, but also knew when one needs to go home.

———————————————————————————————

УДК 51(091)

Понятие инерциального движения: истоки, генезис, математическое описание

Е. А. Зайцев (Россия, Москва)
Институт истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН
e-mail: e_zaitsev@mail.ru

The concept of inertial movement: origins, genesis, mathematical description

E. A. Zaytsev (Russia, Moscow)
S. I. Vavilov Institute for the History of Science and Technology, RAS
e-mail: e_zaitsev@mail.ru

1. Понятие инерции является основополагающим в классической механике: оно, в частности, обусловливает принципиальную возможность математического описания движений в пространстве. Исторически, именно выделение инерциальной составляющей сложного движения позволило Галилею дать точное количественное описание движения брошенного тела (параболическая траектория).

2. Свойства инерциального движения определены первым законом Ньютона: тело, на которое не действуют силы, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Если первая часть этого закона – о сохранении покоя – не вызывает возражений, то вторая – о сохранении прямолинейного движения – напротив, представляется проблематичной. Повседневный опыт свидетельствует, что в отсутствие движущей силы движение неизбежно прекращается; при этом его траектория зачастую искривляется. Неудивительно, что античность и средневековье не знали принципа инерции в его современном варианте.

3. Несмотря на априорную неочевидность, принцип инерции в современной механике не подвергается сомнению. Основным доводом в его пользу является тот факт, что опирающиеся на него вычисления приводят к правильным практическим результатам. Принцип инерции принадлежит, таким образом, к разряду теоретических гипотез, истинность которых устанавливается a posteriori. Если это так, то возникает вопрос: что побудило творцов новой механики XVII в. ввести этот принцип в качестве непреложного «закона природы»? Ведь весомые аргументы в его пользу появились только в сер. XVIII в., когда, исходя из закона инерции (в сочетании со вторым и третьим законами Ньютона и законом всемирного тяготения), удалось точно рассчитать траектории движения небесных тел.

4. Попытки объяснить феномен научной революции XVII в. делятся на три типа. В рамках позитивистского подхода, настаивающего на кумулятивном характере развития науки, был поставлен под сомнение сам факт научного переворота. В частности, было высказано мнение о