тики, а также с различными приложениями. Так, в приводимых примерах рассматриваются, например, контактные преобразования, метод наименьших квадратов, задачи интерполяции, неравенства Коши, Гёльдера, Минковского, Иенсена, расходящиеся и асимптотические ряды. Для расширения кругозора читателя автор даёт, например, набросок, посвящённый теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также знакомит с проблемами уравнений математической физики, с основами векторного анализа. Коротко и с блеском излагает теорию расходящихся и асимптотических рядов.

Замечательную особенность изложения составляет погружение излагаемого материала в исторический контекст. Это достигалось делаемыми автором по ходу изложения замечаниями. Например, сформулировав в первом томе теорему Ролля, автор замечает: «В действительности Ролль высказал это утверждение лишь для многочленов». Или, сформулировав теорему Ферма, тут же оговаривается: «Это утверждение, разумеется, воспроизводит лишь сущность того приёма, который применял Ферма для разыскания наибольших и наименьших значений функции (Ферма не располагал понятием производной)». Введя понятие якобиана, автор замечает: «Этот определитель называется обычно функциональным определителем Якоби или якобианом системы (1) – по имени немецкого математика Якоби (C. G. J. Jacobi), впервые изучившего его свойства и применения». И добавляет: «В науку якобианы были введены одновременно с Якоби М. В. Остроградским».

Подобный историзм изложения становился в советской школе 30-х – 40-х годов непременной чертой подачи учебного материала. Впрочем, особую роль исторический контекст развития математических идей приобрёл у Фихтенгольца в том варианте, который писался как учебник по курсу анализа для студентов – в двухтомнике “Основы математического анализа”.

Это руководство было задумано, как нам сообщает автор в предисловии, «как учебник анализа для первого и второго курса математических отделений университетов; в соответствии с этим и книга делится на два тома. При составлении её был широко использован мой трёхтомный «Курс дифференциального и интегрального исчисления», но содержащийся в нём материал подвергся сокращению и переработке в целях приближения книги к официальной программе по математическому анализу ...». Главную свою задачу он видел «в систематическом и – по возможности – строгом изложении основ математического анализа».

Учебник не предлагал упражнений, выполнение которых должно помочь читателю проверить уровень освоения им пройденного материала (предполагается, что для этой цели в русской учебной литературе имеются специальные сборники задач), но сопровождался многочисленными детально разобранными примерами, позволяющими помочь ему в уяснении теоретического материала и подготовить его «к сознательной работе над упражнениями».

Исторические справки и даже целые исторический разделы, сопровождающие у Фихтенгольца изложение математического анализа, чрезвычайно информативны. Они свидетельствуют о превосходном знании автором современной историко-математической литературы. В то же самое время они отражают общую для всей советской учебной литературы тенденцию рассматривать предлагаемый учащемуся материал в широком историческом контексте.

Учебники по анализу Г. М. Фихтенгольца стали выдающимся событием в истории советской математической школы. Переведённые на многие языки они послужили (и продолжают служить и по сей день – на это указывает продолжение их постоянных переизданий) введением в премудрости анализа для многих поколений учащихся во всём мире.

———————————————————

УДК 514.15+514.17+514.8+548.1

О кристалличности $2R$-изометрических множеств Делоне: новые результаты и открытые проблемы

Н. П. Долбилин (Россия, г. Москва)

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
e-mail: dolbilin@mi-ras.ru

On Crystallinity of $2R$-isometric Delone Sets: New Results and Open Problems

Nikolay Dolbilin (Russia, Moscow)
Steklov Mathematical Institute
e-mail: dolbilin@mi-ras.ru

We call a Delone set $X \subset \mathbf{R}^d$ a $2R$-*isometric* if for all points x of X their $2R$-clusters $C_x(2R)$ ($C_x(2R) := \{y \in X : |xy| \leq 2R\}$) are pairwise congruent, i.e. for any two points x and $x' \in X$ there is an Euclidean isometry g such that $g(x) = x'$ and $g(C_x(2R)) = C_{x'}(2R)$.

For last few years we made significant progress in studies of the $2R$-isometric sets. It was shown that the character of a $2R$-isometric set X significantly depends on the $2R$-cluster group $S_x(2R)$.

First, it was proved that if in X the cluster group $S_x(2R)$ contains the central symmetry about the central point x then the Delone set is a regular system, i.e. a Delone set $X \subset \mathbf{R}^d$ whose symmetry group acts transitively on points of the set. Emphasize that this theorem holds for any dimension d of space and plays an essential role in improving the upper bound for the regularity radius.

Second, for dimension $d = 3$ (the most important case for applications) we investigated a large list of finite groups (mostly richest finite groups) of Euclidean isometries of $\mathbf{R}^3$ which could be potential cluster groups $S_x(2R)$ and showed that for them there are two options:

1) some groups from the list can be realised as a group $S_x(2R)$ in some Delone set $X \subset \mathbf{R}^3$, and in this case we showed that the Delone set is a regular system; moreover the Delone set is determined uniquely by its $2R$-cluster;

2) for other groups from the list it was shown. that there is no Delone $2R$-isometric sets with such groups.

In the talk we will explain why these results are of special interest and discuss some open problems, in particular:

a) a link between the 'local' results in terms of the 'emptiness' radius R and the local conditions in terms of the radius of the coordination sphere which are used in crystallography;

b) a problem on generalisation of Bravais' theorem on that no lattice in $\mathbf{R}^3$ with the 5-fold symmetry.

———————————————————————————

Cones and polytopes of metrics, hypermetrics, quasimetrics and hemimetrics

Michel Deza (France, Paris)
École Normale Supérieure
Mathieu Dutour Sikirić (Croatia, Zagreb)
Institut Rudjer Bošković
e-mail: mathieu.dutour@gmail.com

I will present the works that I did with Michel on metric cones and related subjects. Given a finite point set $X = \{1, \ldots, n\}$, we can define the cone of metric on this point set X. That is the set of functions $d : X \times X \mapsto \mathbb{R}$ such that