9. L. Danzer, N. Dolbilin, Delone graphs; some species and local rules, 1997, *The mathematics of long-range aperiodic order (Waterloo, ON, 1995), NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C Math. Phys. Sci.* 85-114.

10. S. Krivovichev, On the algorithmic complexity of crystals, *Mineralogical Magazine*, 2014, Vol 78(2), 415-435.

11. V.Ya Shevchenko, S.V. Krivovichev, and A. Mackay, 2010, Cellular automata and local order in the structural chmistry of the lovozerite group minerals, *Glass Physics and Chemistry*, 36, 1-9.

УДК 511+512

Базис Шафаревича формальных модулей групп Любина–Тейта и Хонды

С. В. Востоков (Россия, Санкт-Петербург)
Санкт-Петербургский государственный университет
e-mail: sergei.vostokov@gmail.com
Р. П. Востокова (Россия, Санкт-Петербург)
Санкт-Петербургский государственный университет
e-mail: rvostokova@yandex.ru

Shafarevich Basis of the formal modules of the Lubin–Tate and Honda groups

S. V. Vostokov (Russia, Saint-Petersburg)
St. Petersburg state University
e-mail: sergei.vostokov@gmail.com
R. P. Vostokova (Russia, Saint-Petersburg)
St. Petersburg state University
e-mail: rvostokova@yandex.ru

В докладе излагается теория базиса Шафаревича, которая была создана в 1950 году для получения результатов в направлении Явного закона взаимности в локальных полях.

Для нужд арифметической геометрии и изучения как явного спаривания обобщённого символа Гильберта, настала необходимость такого же типа формальных модулях, построенных на максимальных идеалах колец целых локальных полей. Это нужно также для исследования эллиптических кривых.

Самыми важными типами формальных групп являются группы Любина-Тейта и группы Хонды. Именно для такого типа групп мы и получаем аналог базиса Шафаревича на формальных модулях.

УДК 511.9

$L-$функций, кратные дзета значения, и приложения

Н. М. Глазунов (Украина, г. Киев)
Национальный Авиационный Университет
e-mail: glanm@yahoo.com

$L-$functions, multiple zeta values and applications

N. M. Glazunov (Ukraine, Kiev)
National Aviation University
e-mail: glanm@yahoo.com

Основной текст тезисов.

Сообщение посвящено памяти профессора Мишеля Деза. Исследуются формальные аспекты и $p-$адические аспекты коммутативных групп и $L-$функций. В работах И. М. Виноградова и авторов [1, 2, 3] (а также в литературе к этим работам) сформулированы и доказаны теорема о среднем и ее обобщения, и даны приложения к теории дзета-функции Римана, к проблеме Гольдбаха, и другим. Круговой метод Харди-Литтлвуда и теорема о среднем применяются также к выводу оценок числа решений рациональных форм [4, 5] . Здесь возникает задача нахождения плотностей $p-$адических решений.

В рамках метода Харди-Литтлвуда, метода Виноградова, их обобщений, а также и независимо, развиваются и находят приложения $p-$адические аспекты методов. В сообщении мы кратко представляем элементы одного из таких аспектов, связанного с коммутативными формальными группами и формальными $L-$функциями.

В работе [8] Т. Хонда сопоставил одномерным формальным группам над кольцом целых рациональных числе формальные $L-$функций. Пусть F есть коммутативный формальный групповой закон от n переменных над коммутативным кольцом R с единицей. В случае $n = 1$, согласно результату Лазара, имеется только один $1-$росток вида $x + y + \alpha xy$. Автором [9] перечислены все $1-$ростки двумерных коммутативных формальных групповых законов над коммутативным кольцом R с единицей. В сообщении будут приведены соответствующие формальные $L-$функции и даны их приложения.

При наличии времени будет представлена мотивная интерпретация результатов, аналог гипотезы Сато-Тейта для сумм Клостермана и её приложения, и элементы в этом контексте программы Ленглендса.

Автор признателен В. Н. Чубарикову за внимание и полезные обсуждения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов И. М. Особые варианты метода тригонометрических сумм. — М.: Наука, 1976, 119 с.
2. Архипов Г. И., Карацуба А. А., Чубариков В. Н. Теория кратных тригонометрических сумм. — М.: Наука, 1987, 368 с.
3. Постников А. Г. Избранные труды. — М.: Физматлит, 2006, 512 с.
4. Heath-Brown D. R. A New Form of the Circle Method, and its Application to Quadratic Forms // Journal für die reine und angewandte Mathematik. 1996. Vol. 481. P.149-206
5. Deshouillers J. M. Study of rational cubic forms via the circle method // Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux. 1990. Vol. 2, № 2. P. 431-450.
6. Hironaka, Y. Local Zeta functions on Hermitian forms and its application to local densities // Number Theory. 1998. Vol. 71. P. 40–64.
7. Sankaran S. Improper intersections of Kudla-Rapoport divisors and Eisenstein series // J. Inst. Math. Jussieu. 2017. Vol. 16, № 5. P. 899 – 945.

8. Honda T. Formal groups and zeta-functions // Osaka Journal of Mathematics. 1968. Vol. 5, № 2. P.199-213.

9. Глазунов Н. М. Экстремальные формы и жесткость в арифметической геометрии и динамике // Чебышевский сборник. 2015. Том 16, № 3. С. 124-146.

10. Глазунов Н. М., Научная статья в сети Интернет [Электронный ресурс], Режим доступа: http://arxiv.org/abs/1901.01957.

____

УДК 517.5

Весовые неравенства для потенциала Данкля–Рисса[1]

Д. В. Горбачев (Россия, Тула)
Тульский государственный университет
e-mail: dvgmail@mail.ru
В. И. Иванов (Россия, Тула)
Тульский государственный университет
e-mail: ivaleryi@mail.ru

Weight inequalities for the potential of Dunkl–Rissa

D. V. Gorbachev (Russia, Tula)
Tula state University
e-mail: dvgmail@mail.ru
V. I. Ivanov (Russia, Tula)
Tula state University
e-mail: ivaleryi@mail.ru

Пусть $\mathbb{R}^d$ — действительное d-мерное евклидово пространство со скалярным произведением (x,y) и нормой $|x| = \sqrt{(x,x)}$, $d\mu(x) = (2\pi)^{-d/2}\,dx$ — нормированная мера Лебега на $\mathbb{R}^d$, $L^p(\mathbb{R}^d)$, $1 \le p < \infty$, — пространства Лебега с нормой $\|f\|_p = \left(\int_{\mathbb{R}^d} |f|^p\,d\mu\right)^{1/p} < \infty$, $C_b(\mathbb{R}^d)$ — пространство непрерывных ограниченных функций, $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ — пространство Шварца, $\mathcal{F}(f)(y) = \int_{\mathbb{R}^d} f(x)e^{-i(x,y)}\,d\mu(x)$ — преобразование Фурье и Δ — оператор Лапласа.

Потенциал Рисса или дробный интеграл I_α определяется как интегральный оператор

$$I_\alpha f(x) = (\gamma_\alpha)^{-1}\int_{\mathbb{R}^d} f(y)|x-y|^{\alpha-d}\,d\mu(y) = (\gamma_\alpha)^{-1}\int_{\mathbb{R}^d} \tau^{-y}f(x)|y|^{\alpha-d}\,d\mu(y),$$

где $0<\alpha<d$, $\gamma_\alpha = 2^{\alpha-d/2}\Gamma(\alpha/2)/\Gamma((d-\alpha)/2)$, и $\tau^y f(x) = f(x+y)$ — оператор сдвига.

Этот оператор впервые исследовал О. Фростман [1]. Многие важные его свойства были доказаны М. Риссом [2]. Формулы для преобразований Фурье $\mathcal{F}(I_\alpha f) = |\cdot|^{-\alpha}\mathcal{F}(f)$, $\mathcal{F}((-\Delta)^{\alpha/2}f) = |\cdot|^{\alpha}\mathcal{F}(f)$, указывают, что потенциал Рисса является обратным оператором для дробной степени оператора Лапласа.

Весовая (L^p, L^q)-ограниченность потенциала Рисса записывается в виде неравенства Стейна–Вейса

$$\big\||x|^{-\gamma}I_\alpha f(x)\big\|_q \le \mathbf{c}(\alpha,\beta,\gamma,p,q,d)\big\||x|^{\beta}f(x)\big\|_p \tag{1}$$

с константой $\mathbf{c}(\alpha,\beta,\gamma,p,q,d)$ и $1<p\leqslant q<\infty$.

[1] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-11-00199).