Напомним, что частично упорядоченная группа G называется *интерполяционной группой*, если для любых элементов $a_1, a_2, b_1, b_2 \in G$ из неравенств $a_1, a_2 \leqslant b_1, b_2$ следует существование элемента $c \in G$, для которого верны неравенства $a_1, a_2 \leqslant c \leqslant b_1, b_2$.

Частично упорядоченное линейное пространство V_F над частично упорядоченным телом F будем называть *интерполяционным линейным пространством, если группа* $< V, +, \leqslant>$ *является интерполяционной группой.*

Теорема 2. *Множество $L = L(V_F)$ всех выпуклых направленных подпространств интерполяционного линейного пространства V_F над частично упорядоченным телом F образует подрешетку в решетке всех подпространств линейного пространства V_F.*

Кроме того: 1) L является полной решеткой сверху;

2) если группа $< V, +, \leqslant>$ является направленной группой, то L – полная дистрибутивная решетка с нулем и единицей, являющаяся брауэровой решеткой.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Биркгоф Г. Теория решеток. – М.: Наука, 1984. 564 с.
2. Бэр Р. Линейная алгебра и проективная геометрия. – М.: ИЛ, 1955. 399 с.
3. Канторович Л. В. Линейные полуупорядоченные пространства. Матем. сб. 1937. Т. 2. С. 121-168.
4. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977. 568с.
5. Riesz F. Sur la théorie générale des opérations linéaires.// Ann.Math. 1940. V. 41. P. 174-206.

———————————————————————————

УДК 511.36

Функции меры иррациональности и диофантовы спектры

Н. Г. Мощевитин (Россия, г. Москва)
МГУ им. М. В. Ломоносова
e-mail: moshchevitin@gmail.com

Functions of irrationality measure and Diophantine spectra

N. G. Moshchevitin (Russia, Moscow)
Moscow State University M. V. Lomonosova
e-mail: moshchevitin@gmail.com

Многие задачи, связанные с диофантовыми приближениями к одному или нескольким числам могут быть сформулированы с помощью функций мер иррациональности. Простейшая функция отвечающая за приближения одного вещественного числа α рациональными числами задается формулой

$$\psi_\alpha(t) = \min_{q \leqslant t} ||q\alpha||.$$

Например, с ее помощью можно определять спектры Лагранжа

$$\mathbb{L} = \{\lambda(\alpha) = \liminf_{t \to \infty} t\psi_\alpha(t)\}$$

и Дирихле

$$\mathbb{D} = \{d(\alpha) = \limsup_{t\to\infty} t\psi_\alpha(t)\},$$

а одной из самых загадочных и удивительных теорем является теорема Кана-Мощевитина об осцилляции разности $\psi_\alpha(t) - \psi_\beta(t)$. Кроме "обычной" функции меры иррациональности $\psi_\alpha(t)$ есть много других похожих функций. В докладе будет рассказано об их свойствах и о некоторых задачах с ними связанных.

——————————————————————————————

Groups with quadratic isoperimetric inequality

Alexander Olshanskii (U.S.A., Nashville)
Vanderbilt University
Moscow State University, Russia
e-mail: alexander.olshanskiy@vanderbilt.edu

Given a group G with a finite set of generators A and a finite set of defining relations R, the isoperimetric function (or Dehn function) $d(n)$ is the smallest function $\mathbf{N} \to \mathbf{N}$ with the following property. If a word w in the generators has length at most n and equal 1 in G, then w can be reduced to the empty word by at most $d(n)$ applications of the relations from R. It is easy to see that $d(n)$ is a recursive function (or bounded above by a recursive function) if and only if the group G has decidable word problem. Therefore Dehh function $d(n)$ can be regarded as a measure of the complexity of a finitely presented group.

The first examples of finitely presented groups with decidable word problem and undecidable conjugacy problems were found by P.S. Novikov and W.W. Boone in 50'-s (see [3]), and those examples have exponential Dehn function.

It is well known, that the conjugacy problem is decidable if $\liminf_{n\to\infty} d(n)/n^2 = 0$. With M.V. Sapir, we recently constructed finitely presented groups with quadratic Dehn function and undecidable conjugacy problem. This unimprovable estimate answers E. Rips' question of 1994. I will also mention some earlier helpful and related results of the groups with small Dehn functions [1, 2].

REFERENCES

1. A.Yu. Olshanskii, Groups with polynomially-bounded Dehn functions, Journal of Combinatorial Algebra, 2 (2018), no.4. pp. 311—433.

2. A.Yu. Olshanskii, M.V. Sapir, Groups with small Dehn functions and bipartite chord diagrams, Geometric and Functional Analysis, 16 (2006), 1324–1376.

3. J.Rotman, An introduction to the theory of groups, 3d edition, Allyn and Bacon Inc., Boston, Mass, 1984.

——————————————————————————————