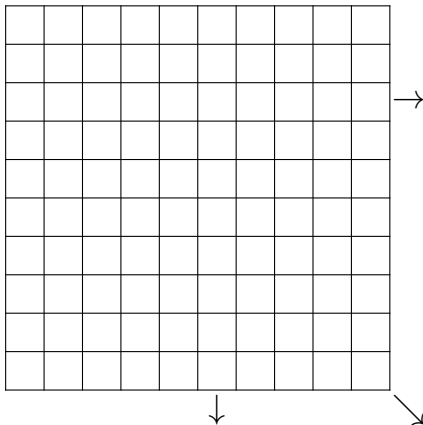




1	32	34	3	35	6
30	8	27	28	11	7
19	23	15	16	14	24
18	17	21	22	20	13
12	26	10	9	29	25
31	5	4	33	2	36

131	101	92	107	36	124
191	94	100	115	85	6
3	137	50	135	72	194
192	123	134	75	62	5
1	40	110	69	175	196
73	96	105	90	161	66

$1, 2, 3, \dots, n^2$

$$M_n = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

1	32	34	3	35	6
30	8	27	28	11	7
19	23	15	16	14	24
18	17	21	22	20	13
12	26	10	9	29	25
31	5	4	33	2	36

просто магические

$$n \geq 3$$

$$M_n = \frac{n(n^2 + 1)}{2}$$

92	17	4	95	8	91	12	87	16	83
99	76	31	22	77	26	73	30	69	2
1	20	64	41	36	63	40	59	81	100
3	19	67	58	47	51	46	34	82	98
96	80	33	52	45	57	48	68	21	5
7	78	35	49	56	44	53	66	23	94
90	27	62	43	54	50	55	39	74	11
13	72	42	60	65	38	61	37	29	88
86	32	70	79	24	75	28	71	25	15
18	84	97	6	93	10	89	14	85	9

окаймлённые

$$n \geq 5$$

$$M_n^{(m)} = \frac{m(n^2 + 1)}{2}$$

общие методы заполнения

- для не ётного порядка ($n = 2k + 1$, k натуральное число)
- для чётно-чётного порядка ($n = 4k$)
- для ечётно-чётного порядка ($n = 4k + 2$)

4	9	2
3	5	7
8	1	6

$3 \times 3 : 1$

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

$4 \times 4 : 880$

Bernard Frénicle de Bessy (« Table generale des quarrez de quatre », *Divers ouvrages de mathematique et physique*, Paris 1693).

1. Ал-Муфаддал ибн Сабит ибн Корра (IX в.): Перевод анонимного древнегреческого текста о окаймлённых магических квадратах.
2. Ахмад ал-Антаки (у. 987 г.) *Комментарий к Арифметике Никомата*.
3. Абу-л-Вафа ал-Бузджани (940-997/8): *Книга о магическом размещении в квадратах*.
4. Ибн ал-Хайсам (ок. 965-1041): *Трактат о магических квадратах*.

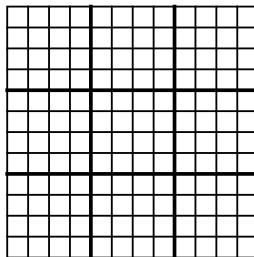


(СПб 2014)

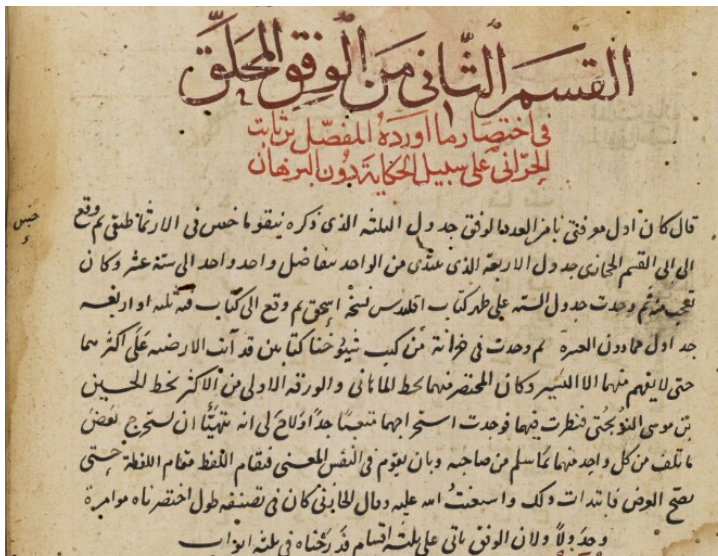
(арабский перевод греческого текста)

- § 1. Построение окаймлённых квадратов нечётных порядков.
- § 2. Построение окаймлённых квадратов нечётных порядков с разделением по чётности.
- § 3. Построение окаймлённых квадратов чётных порядков.
- § 4. Построение составных квадратов чётных порядков с чётными частями.

14	2	46	45	44	8	16
30	22	3	37	39	24	20
32	41	23	33	19	9	18
43	35	21	25	29	15	7
10	1	31	17	27	49	40
12	26	47	13	11	28	38
34	48	4	5	6	42	36



(введение автора перевода)



окаймлённые магические квадраты

	нечётные	чётно-чётные	нечётно-чётные
греческий	да	да	да
Бузджани	да	нет	нет

8					12	14	16	10
								15
								13
								11
								9
5								
3								
1								
	2	4	6	7				

8	80	78	76	75	12	14	16	10
67	22	64	62	61	26	28	24	15
69	55	32	52	51	36	34	27	13
71	57	47	38	45	40	35	25	11
73	59	49	43	41	39	33	23	9
5	19	29	42	37	44	53	63	77
3	17	48	30	31	46	50	65	79
1	58	18	20	21	56	54	60	81
72	2	4	6	7	70	68	66	74

2	9	4
7	5	3
6	1	8

	10	17	12	
	15	13	11	
	14	9	16	

4				6
	10	17	12	
	15	13	11	
	14	9	16	
20				22

4	24	23	8	6
	10	17	12	
	15	13	11	
	14	9	16	
20	2	3	18	22

4	24	23	8	6
19	10	17	12	7
21	15	13	11	5
1	14	9	16	25
20	2	3	18	22

Абу-л-Вафа ал-Бузджани (940-997/8)
Книга о магическом размещении в квадратах

8	80	78	76	75	12	14	16	10
67	22	64	62	61	26	28	24	15
69	55	32	52	51	36	34	27	13
71	57	47	38	45	40	35	25	11
73	59	49	43	41	39	33	23	9
5	19	29	42	37	44	53	63	77
3	17	48	30	31	46	50	65	79
1	58	18	20	21	56	54	60	81
72	2	4	6	7	70	68	66	74

«Одни начинают с того, чтобы поставить эти числа в последовательности натурального порядка, от 1 до числа, достигаемого фигурой, в которой они хотят установить магичность. Затем они переставляют числа всегда так, чтобы производить прибавление в неких рядах и сокращение в противоположных им рядах. Затем они приводят в соответствие все ряды одним способом. Это сложный для начинающего метод. Другие прибегают к другому, более лёгкому подходу. Для фигур нечётных порядков они действуют следующим образом.»

(От арабского перевода греческого текста)

просто магические квадраты

	нечётные	чётно-чётные	нечётно-чётные
греческий	нет	нет	нет
Бузджани	нет	нет	нет
Ибн ал-Хайсам	да	да	нет
в конце XI века	да	да	да

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	14	3	4	5
18	7	20	9	10
11	24	13	2	15
16	17	6	19	8
21	22	23	12	25

1	14	22	23	5
18	7	20	9	11
10	24	13	2	16
15	17	6	19	8
21	3	4	12	25

Абу-л-Вафа ал-Бузджани (940-997/8)
Книга о магическом размещении в квадратах

«Я видел многие тексты о предмете магического квадрата, написанные множеством (авторов). Но я не видел никого, кто говорит о нём столь общим образом, как Абу Али ибн ал-Хайсам. Что касается других, в том числе и ал-Антаки, я нахожу, что они говорили (только) о расстановке такого-то числа в такую-то клетку, без объяснения, в чем заключается причина этого, несмотря на то что этот предмет труден для понимания и требует запоминания.»

(анонимный арабский текст XII в.)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

$$3 + 8 + 13 + 18 + 23 = 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 65 = M_5$$

$$3 + 9 + 15 + 16 + 22 = 2 + 6 + 15 + 19 + 23 = 65$$

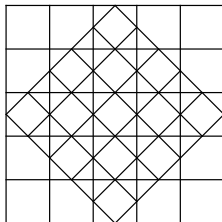
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

11			<u>20</u>	3
	12		8	
		13		
	18		14	
23				15

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

$$11, 3 \in \{3, 7, 11, \underline{20}, 24\} \quad 8, 14 \in \{2, 8, 14, \underline{20}, 21\}$$

Ибн ал-Хайсам (ок. 965-1041): *Трактат о магических квадратах*



1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

1	2	3	4	5
6	7	8	16	10
11	12	13	21	22
	17	18	19	20
		23	24	25

HIERONIMI

C. CARDANI MEDICI MEDIOLA
NENSIS, PRACTICA ARITH-

metice, & Mensurandi singularis. In qua
que preter alias cōtinentur, versa
pagina demonstrabit.



del Colegio de La Compañia de Jesus de Sevilla.

Saturnus.

37	78	29	70	21	62	3	45	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45

			1		
		6	2		
	11	7	3		
	16	12	8	4	
21	17	13	9	5	
	22	18	14	10	
		23	19	15	
			24	20	
			25		

14	10	1		
	6	2		
20	11	7	3	
	16	12	8	4
21	17	13	9	5
	22	18		
		23	19	15
			24	
			25	

14	10	1	22	18
20	11	7	3	24
21	17	13	9	5
2	23	19	15	6
8	4	25	16	12

26	20	14	1	44	38	32
34	28	15	9	3	46	40
42	29	23	17	11	5	48
43	37	31	25	19	13	7
2	45	39	33	27	21	8
10	4	47	41	35	22	16
18	12	6	49	36	30	24

					1				
				15	9	3			
			29	23	17	11	5		
		43	37	31	25	19	13	7	
		8	2	45	39	33	27	21	
	22	16	10	4	47	41	35		
36	30	24	18	12	6	49			
44	38	32	26	20	14				
	46	40	34	28					
		48	42						

۳۲	۳۸	۴۶	۱	۱۴	۲۰	۲۹																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				</
----	----	----	---	----	----	----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

[illegible]

74	50	52	14	152	34	161	134	42	126	124	48	94
58	78	62	64	6	7	145	155	160	22	146	90	112
60	66	82	2	3	23	137	139	151	144	84	104	110
16	68	4	47	131	127	125	55	59	51	166	102	154
150	8	153	113	67	107	105	75	71	57	17	162	20
132	157	141	117	97	83	93	79	73	53	29	13	38
159	143	135	121	101	81	85	89	69	49	35	27	11
40	5	21	41	61	91	77	87	109	129	149	165	130
54	158	1	37	99	63	65	95	103	133	169	12	116
114	140	142	119	39	43	45	115	111	123	28	30	56
100	32	86	168	167	147	33	31	19	26	88	138	70
72	80	108	106	164	163	25	15	10	148	24	92	98
76	120	118	156	18	136	9	36	128	44	46	122	96

[illegible]

