

и так, что $\mathbb{Z}_q(400p^2) = \mathbb{Z}_q(p^2, d = (q_2^{(2)})^{-1}p^2$ и при $|\pi_{p_1 p_2}^{(1)}(28)| \geq |\pi_{p_1 p_2}^{(2)}(28)| \Rightarrow \text{всё}$

$A \in \mathbb{Z}_q \rightarrow T(A)$ грубо: $p_1 \dots p_j$



Как правило $\forall q_1 | q, p_1 q_1 / q_2, \forall x \in \pi_{p_1}(A)$
 $\exists t \in \mathbb{Z}_{p_2}$ т.ч. $(x, t) \in \pi_{p_1 p_2}(S) \in \mathbb{Z}_{q_1 p}$

1. $\exists A' \subseteq A$ т.ч. $\forall j \in [j]$ и $\forall x \in \pi_{p_1 \dots p_j}(A')$ имеет $\{t \in \mathbb{Z}_{p_{j+2}} : (x, t) \in \pi_{p_1 \dots p_{j+2}}(A')\}$
 и, кроме того, $|A'| \geq \prod_{j=1}^j (2 \log p_j)^{1/2} |A|$.



$\forall x \in \mathbb{Z}_{1/p_j} \exists |A(x)| \in p_j \Rightarrow$ разб. $\pi_{q_1/p_j}(A)$ на $\log p_j$
 частей $\Rightarrow \exists k_j$ и $A_j \subseteq A$ т.ч. $\forall x \in \pi_{q_1/p_j}(A_j)$ сов.
 $k_j \leq |A(x)| \leq |A_j(x)| \leq 2k_j$ и $|A_j| > \frac{|A|}{2 \log p_j}$
 Возмущаем миним. из-за из A_j получим подмнож.

т.ч. $|A_j(x)| \in \{0, k_j\}, \forall x \in \mathbb{Z}_{q_1/p_j}$ и $|A_j| > |A|/2 \log p_j$. Аналогично
 $\odot \pi_{p_{j+2}}(A_j(x)) \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j+2}} \Rightarrow \exists A_{j+2} \subseteq A_j$ и $|A_{j+2}| > |A_j|/2 \log p_{j+2}$
 $|\pi_{p_{j+2}}(A_{j+2}(x))| \in \{0, k_{j+2}\}, \forall x \in \mathbb{Z}_{q_1/p_{j+2}} \Rightarrow \text{всё}$

Понемногу A разб. $A' = \bigcup_{j=1}^j J_j$, где $J_1 = \{j \in [j] | k_j > p_j^{1/2}\}$,
 $q_1 = \prod_{j \in J_1} p_j, q_2 = \prod_{j \in J_2} p_j$ и т.ч. $\forall j \in J_1$ сов. $\pi_{p_1}(A) \supseteq k_1 \geq p_1^{1/2}$, то по 1. $\in \Lambda.0$ π_{p_1}

$\pi_{p_{j+2}}(\mathbb{Z} A^2) \subseteq \mathbb{Z} \pi_{p_{j+2}}(A)^2 \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j+2}}, z = \mathbb{Z}(z)$ т.ч. $\exists x_{s,s'}^{(1)} \in \pi_{p_1 \dots p_j}(A)$ т.ч. $\forall$
 $\pi_{p_{j+2}}(\sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j x_{s,s'}^{(1)}) = \sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j z_{s,s'} - \text{всё}$ Говорим, что $j_1 < j_2 < \dots < j_{|J_1|} \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists x_{s,s'}^{(1)} \in \pi_{p_1 \dots p_{j_1}}(A)$ т.ч. $\pi_{p_1 \dots p_{j_1}}(x_{s,s'}^{(1)}) = x_{s,s'}^{(1)}$. Далее $\odot$ имеем
 $\pi_{p_{j_2}}(A(x_{s,s'}^{(1)})) \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j_2}}$ по п. 1. $k_{j_2} > p_{j_2}^{1/2}$ и по 1. $\pi_{p_{j_2}}(\sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j A(x_{s,s'}^{(1)})) \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j_2}}$

$\Rightarrow \exists x_{s,s'}^{(2)} \in \pi_{p_1 \dots p_{j_2}}(A)$ т.ч. $\pi_{p_{j_2}}(\sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j x_{s,s'}^{(2)}) = \sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j z_{s,s'} - \text{всё}$.
 Далее $x_{s,s'}^{(2)} \in \pi_{p_1 \dots p_{j_2}}(A) \subseteq \pi_{p_1 \dots p_{j_2}}(x_{s,s'}^{(1)}) = x_{s,s'}^{(2)}$ и т.ч. $\forall$ $\pi_{p_{j_2}}(\sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j A(x_{s,s'}^{(2)})) \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j_2}}$

Учтем, что $\pi_{p_{j_2}}(\sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j x_{s,s'}^{(2)}) = \sum_{s=1}^j \prod_{s'=1}^j z_{s,s'} \Rightarrow \pi_{p_{j_2}}(\mathbb{Z} A^2) \subseteq \mathbb{Z}_{p_{j_2}}$
 Имеем $\prod_{j=1}^j k_j \geq \frac{|A|}{\prod_{j=1}^j (2 \log p_j)} \geq \frac{|A|}{q^{\delta_2}}$ верно всегда. С гр. $\log$

$\prod_{j=1}^j k_j \geq \prod_{j \in J_1} p_j \cdot \prod_{j \in J_2} p_j^{1/2} \geq q_1 \cdot q_2^{1/2} \Rightarrow q_1 \gg |A|/q^{\delta_2 + \epsilon} = \frac{|A|}{q^{\delta_1/3 + \epsilon}} \geq |A| \geq q^{\delta_2}$
 т.ч. $\text{проб. одр. } |\pi_{q_1}(A)| > (q_1')^{\delta_2}, \forall q' | q, q' > q^2, \eta = \delta_1/3 \Rightarrow \text{дальше}$

$\geq q^{\delta_2 - \delta_1/3 - \epsilon} > q^{\delta_2/2}$ т.ч. $\text{нуж. } \text{уч. } \text{что } \delta_2 \geq \delta_1/2$

1. $\exists q_1 | q, q_1 > q^{\delta_2/2}$ и $\pi_{q_1}(\mathbb{Z} A^2) \subseteq \mathbb{Z}_{q_1}$, где $z = \mathbb{Z}(\delta_1)$.
 По вложенности $\text{уч. } \text{показываемой } T. (\text{уч. } 0 \text{ упрощениях}), \text{имеем}$

1' $\forall q' | q, q' > q^2 \Rightarrow \exists q^4 | q', q^4 > (q')^{\delta_2/2}$ и $\pi_{q^4}(\mathbb{Z} A^2) \subseteq \mathbb{Z}_{q^4}$,
 (упросто заменим $q \rightarrow q'$ и $A \rightarrow \pi_{q'}(A)$). $z = \mathbb{Z}(\delta_1)$