

$|A| \leq |A^1 \cap A \cap \text{Conf}| |A^1 A \cap C_G(g)| \Rightarrow$ умножь по $g \in A$ умнож. разн. и. $|A| |P_2(A)| \leq |A^1 A^1| |A^1 A \cap C_G(g)|$, т.е. $\exists$ много matr. из $A^1 A$, пот. Λ . (в том же духе) $A \in SL_2(\mathbb{Z}_q)$, q -дискр. $P \in P_2(A) \in \mathbb{Z}_q$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.

По у.н. не год $\exists q' | q$, $q' > q^{\tau-2}$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 Здесь $q \in A$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 Можно проверить: $v = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \Rightarrow v g_\tau = g_\tau v \Leftrightarrow p(\tau - \tau') \equiv 0 \equiv \delta(\tau - \tau') \pmod p$
 Сл. $\exists A \in SL_2(\mathbb{Z}_q)$ и $\exists g, h \in A$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 $|A'| > |A| (1 - \epsilon) \Rightarrow \exists q_1 | q$ и $V \in A^1 A$, τ , $q_1 > q^{\tau-2}$, $\bar{q}_1(V)$ однобр. функ.
 и $|V| > q^{-\tau} |A^1 A^1|$

По с. 10 из пред. части $\exists g_0 \in \mathbb{Z}_q, h \in \mathbb{Z}_q$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 Примерный предпор. с. 1 с $\text{non-void } g_0 A^1$ и $T = P_2(g_0 A^1) \Rightarrow$ наше 2-е
 у.н. не след. $\Rightarrow$ все.

Рассе. $g \in M$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 $\in \mathbb{Z}_q^k |A^1 A^1|$. Это $\text{non-void } g_0 A^1$ и $T = P_2(g_0 A^1) \Rightarrow$ наше 2-е
 где $g = (ab | cd)$, $c \neq 0$ и g не τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 Λ . $\mathbb{Z}_q$ -не арифметич. следом $\exists V \in SL_2(\mathbb{Z}_q)$ однобр. matr. в нек. δ . и $g = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.

Λ . (о после след) $\exists V \in SL_2(\mathbb{Z}_q)$ - однобр. matr. (в нек. δ) и $g = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z}_q)$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 Тогда $P^q \exists \delta = \delta(\delta_1, \delta_2)$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.

1) $|V| > q^{1-\delta_1}$ 2) $\exists q_1 | q$; $q_1 > q^{\delta_1/3}$ и $|\bar{q}_1(V)| \leq q_1^{\delta_2}$ (δ_2 дуга (Δ) наш 2-й у.н.)
 3) $|P_2(V^{(q)} g | V^{(q)} g)| > |V|^{1+\delta}$. Здесь $V^{(q)} = (V V V^{-1})^n$ - такие поп. 2.
 Это $\exists V = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x^{-1} \end{pmatrix} | x \in M^3$, $M \subseteq \Gamma(\mathbb{F}_p)$, т.е. V соотв. функ. matr. (с не инвариантом)

Имеем $P_2 \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_1^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 & 0 \\ 0 & x_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} \alpha x_1 & \beta x_1 \\ \gamma x_1 & \delta x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha x_2 & \beta x_2 \\ \gamma x_2 & \delta x_2 \end{pmatrix} =$
 $= \alpha^2 x_1 x_2 + \beta^2 x_1^{-1} x_2^{-1} + \beta \delta \left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right)$. Если наш после след поп. 2.

$\{ \rightarrow \} = \{ x_1, x_2 \in M^3 \} | \{ x_1 = y_1 y_2, x_2 = y_2^{-1} y_1^{-1} \text{ где } y_1, y_2 \in M^{(4)} \} \Rightarrow$
 $\{ y_1^2 y_2^2 + \delta^2 y_1^{-2} y_2^{-2} + \beta \delta (y_1^2 + y_2^2) | y_1, y_2 \in M^{(4)} \} | \{ x_1, x_2 \in M^{(4)} \} \} \subseteq M^{1+\delta}$. $= T_4$

Пусть $B = \{ x^2 y^2 + \delta^2 y^{-2} | y \in M^{(4)} \}$ и $C = \{ y^2 + y^{-2} | y \in M^{(4)} \}$, $C' = p_1 C$
 По первой Δ Рассе: $|C' + C'| \leq \frac{|B + C'|^2}{|B|}$ и т.д. $\forall a, b \neq 0$ соотв. $x \rightarrow ax^2 + bx^{-2}$
 и. кр-то ≤ 1 , τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.
 $(x^2 + y^2)(y^2 + y^{-2}) = (xy)^2 + (xy)^{-2} + (xy)^2 + (xy)^{-2}$. Тогда $\bar{P}_2 P_2 \subseteq P_4 + T_4$. однобр. $|P_2 + P_2| \leq |P_2 \cdot P_2| \leq |P_2|^{1+\delta}$ и по наш у.н.
сум. prod. в $\mathbb{Z}_q$. Если $|V| \geq q^{2-\delta}$ $\Rightarrow$ наш после след поп. 2. Если $|V| < q^{2-\delta}$, τ , $\gcd(q, \tau^2 - 4) \leq q^\tau$, $\forall \tau \in T$, $\tau > 0$ - нек. число. Тогда $\exists V \in A^1 A$ и $q' | q$, τ , $q' > q^{\tau-2}$ и $\bar{q}_1(V) \in SL_2(\mathbb{Z}_{q'})$, $|V| > |P| \frac{|A|}{|A^1 A^1|}$ и $\forall v \in V$ однобр. функ.