

$$(X_1, \dots, X_n)$$

$$\sum \lambda_i X_i$$

норм. с.в.

$$\tau \quad \{f_t\} = \{f(t)\}_{t \in \tau}$$

$$(f(t_1), \dots, f(t_n))$$

— Гауссовский вектор

$$\begin{aligned} m(t) &= \mathbb{E}(f(t)) \\ V(s, t) &= \mathbb{E} f(s) f(t) \end{aligned}$$



φ_i — лнн. нез. набор ф-ий $\tau \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(t) = \sum a_i \varphi_i(t)$$

$$a_i \sim N(0, 1) \quad iid$$

Если задано K
 $\Rightarrow H$ Гильбертово пр-во функций $\gamma \cdot \gamma$
 K его воспроизр. ядро

$$\langle f(t), K(t, s) \rangle_H = f(s)$$

$$\overline{\{p_i\}} \text{ о.н.б. в } H \quad f = \sum a_i \varphi_i(t)$$

$$\underline{Th \text{ (Колмогоров)}} \quad \Omega, \quad K \in C^{k, k}(\Omega)$$

$$\|K\| = \max_{\substack{|A| \leq k \\ |B| \leq k}} \sup_{x, y \in \Omega} |\partial_x^A \partial_y^B K(x, y)| < \infty$$

$$f \in C^{k-\varepsilon} \quad \text{с вероятностью } 1$$

$$E \left[\|f\|_{C^{k-\varepsilon}(B)} \right] \leq \text{const} \sqrt{\|K\|}$$

$$\underline{\text{Th}} \quad \|f\|_T = \sup_T f \quad \sigma_T^2 = \sup_t |\mathbb{E} f'(t)| \\ = \sup_t K(t, t)$$

$$\mathbb{P}(\|f\|_T - \mathbb{E}\|f\|_T > u) < e^{-u^2/2\sigma_T^2}$$

$$\frac{C_{n-e}}{\Rightarrow} f \in C^k \quad B(R) \subset \mathbb{R}^n \quad K \in C^{k+1, k+1} \\ \exists C \quad \text{s.t.} \quad \forall A > C$$

$$\mathbb{P}(\|f\|_{C^k(B(R))} > A \underline{\sigma_\Omega}) \leq \exp(n \log R - \frac{(A-C)^2}{2})$$

$$\sigma_\Omega^2 = \sup |\partial^\alpha \partial^\beta K(x, y)|$$

(трансформационное ядро $(K(s,t) = K(s-t)$)

The Bochner $K(t) = \int e^{2\pi i \lambda \cdot t} d\rho(\lambda)$

ρ спектральная мера.

$$H = \mathcal{F} L^2_H(\mathbb{R})$$

$$h(-x) = \overline{h(x)}$$

$$f = \mathcal{F}(\text{быстрый уход в } L^2_H)$$

Мокшанов - Степанов '82 '83

Для ρ достаточно большой уровень

то $\exists \{f \leq \rho\}$ есть беск. комп.
 $\{f \geq \rho\}$ нет беск. комп.

Alexander '96

$K \geq 0, \rho \in C'$

поле эргодично
никий уровень

тогда все комп. всех
ограничены

FKG

$$P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 1} \\ \hline \end{array}\right) \geq P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 2} \\ \hline \end{array}\right) \times P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 3} \\ \hline \end{array}\right)$$

Diagram 1: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it. Diagram 2: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it. Diagram 3: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it.

$\mathbb{T}_h$ (Pitt '82) $X = (X_1, \dots, X_n)$

$\sigma_{ij} = \mathbb{E} X_i X_j \geq 0$ тогда все возр. корреляционные
события положительного корреляционного

$$P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 4} \\ \hline \end{array}\right) \geq P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 5} \\ \hline \end{array}\right) \times P\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Diagram 6} \\ \hline \end{array}\right)$$

Diagram 4: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it. Diagram 5: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it. Diagram 6: A rectangle with a horizontal line and a wavy line above it.

RSW

$$0 < c_1 < \mathbb{P}\left(n \left[\begin{array}{c} \text{rectangle with } n \text{ horizontal lines and } n \text{ vertical lines} \end{array} \right] \right) < c_2 < 1$$

↑
rel. prob. of n

Tassion, Bellare - Grøtzl, B-Murhead - Wigman

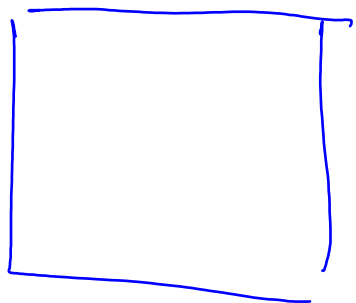
Сильное перемешивание

$$\mathcal{I}$$
$$\alpha(s) = \sup |P(A \cap B) - P(A)P(B)|$$

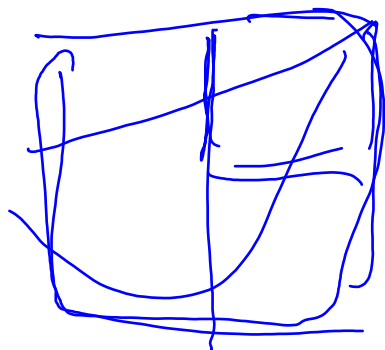
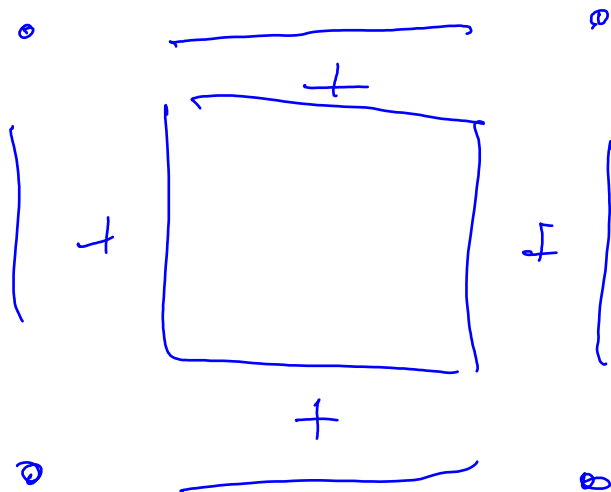
$$A \in \sigma(\mathcal{I}_1(-\infty, 0))$$

$$B \in \sigma(\mathcal{I}_1(s, \infty))$$

$$\alpha(s) \rightarrow 0 \quad s \rightarrow \infty \quad \text{перемешивание}$$



11

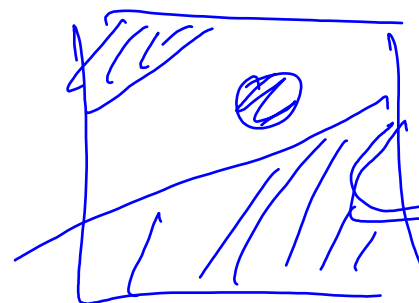


~



$f > 0$

~





B_1

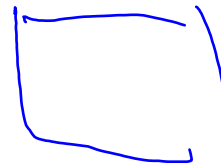


B_2

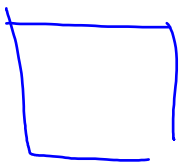
A_1 топ. содотула A_2

Th B - Muirhead - Rivers

A_i топ. событие в B_i



B_1



B_2

$f \in C^2$, невырожденная.

$K(x, y)$ ядро

многообразие
разм. d

$$P(A_1, A_2) - P(A_1)P(A_2) = \int_{B_1 \times B_2} K(x, y) (\underline{d\pi^+}(x, y) - d\pi^-(x, y))$$

След f стационарное поле

$$K(x, y) \approx K(x - y) = \underline{o(|x - y|^{-2d})}$$

$$\sigma_{\text{Top}}(R \cdot B_1, R B_2) \rightarrow 0 \quad \forall \underline{B_1, B_2}$$

$$B_1 \cap B_2 = \emptyset$$

Интердифф $X, \tilde{X} \sim \mathcal{N}(0, I_n)$

$$Z_t = (X, tX + \sqrt{1-t^2} \tilde{X}) = (X_t, Y_t)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbb{P}(Z_t \in A \times B) = \int_{\partial A \times \partial B} \langle \nu_A(x), \nu_B(y) \rangle \underbrace{\delta_t(x, y)}_{\downarrow} dx dy$$

$$\mathbb{P}(X \in A \cap B) - \mathbb{P}(X \in A) \mathbb{P}(X \in B) = \int_0^1 \left(\int \dots \right)$$

$$\underline{H} \left(\left| \det H^{\downarrow}(x) \right| \left| \det H^{\uparrow} \right| \frac{1}{\left(\text{топ события} \right)} \right) \left| \begin{array}{l} f(x_1) = 0 \\ f(x_2) = 0 \\ \nabla f(x_1) = 0 \\ \nabla f(x_2) = 0 \end{array} \right.$$

