

Задача 7.

$$\Sigma_n: u_A \mapsto u_{A+1}, \quad u_{n+1} \equiv u_1$$

Сумма λ -членов Σ_n -inv.

$$B_t := \left(\sum_{\substack{A \subset B \\ |A-B|=t}} - \sum_{\substack{A \subset B \\ |A-B|=n-t}} \right) (u_A = \overline{d u_B}) \wedge (u_B = \overline{d u_A})$$

"База" Σ_n -inv. 2-форм $(dB_t \neq 0)$



$$(n=2 \Rightarrow B_1=0).$$

$$\sum_{A \subset B} \lambda |A-B| (u_A = \overline{d u_B}) \wedge (u_B = \overline{d u_A}) = \sum_{t=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \lambda_t B_t$$

inv. см. Σ_n

Скорости распространения возмущений v_t в IR-пределах.



$$\beta_t = \frac{v_t g_t}{4\pi} \sum_{A=1}^{n-1} \frac{g_{|t-A|}}{g_A}$$

$$\left[\frac{v_t}{v_A} - \frac{v_A}{v_t} \right]$$

$$v_t = \beta_t$$

L неминимально, иначе $O(\Delta g)$.

$v_t = \text{const}$

$\rightarrow$ вол. распространения

Если $g_t = \text{const}$, то управление

RG-матрица

уравнение: $\frac{d\Delta}{d\tau} = R \cdot \Delta$, где $\Delta_t = \tau_t - \tau_{t-1}$

$\uparrow$ масштаб

$$R = \frac{g}{2\pi} (n-1) \cdot 11 > 0$$

$g_t = \text{const.} \leftrightarrow ds^2 = \sum_{A < B} (u_A \otimes \bar{u}_B)^2$

Нормализация / регуляризация метрики на $\mathcal{F}_n$.

$\mathcal{F}_n = U(n)/U(1)^n$, $j = -g^{-1}dg = j_h + j_m$
 $(h = u(1)^n, u(n) = h \oplus m)$

$ds^2 = -\text{Tr}(j_m^2)$

- эйнштейнова
- на кэспале при $n \geq 2$
- "кингсманова" метрика

Обобщенная гипотеза Халдейна
 $SU(n)$ -группа с представлением

гм

 в каждом узле

① $p \neq 0 \bmod n$

Нет узла/
 выходящего
 из узла

LSMA
 тропинка

② $\gcd(p, n) = 1$
 $\square_{p=1}$

Нет член, - Дискр.
 нир. предв. аномалии
 $= WZW$
 $SU(n)_1$
 - Таг
 группных
 инстансов
 $(Q \sim \frac{1}{n})$

③ $1 < \gcd(p, n) < n$

Цель,
 выполнение
 вел. действия
 $= n / \gcd(n, p)$
 - Нет CFT
 - Таг
 группных
 инстансов

④ $p = 0 \mod n$

Цель
 - Нет аномалий
 - Таг
 - AKLT
 - Композиты
 - Численные
 проблемы
 при $p=n=3$
 IIII

Дискретные аномалии /
 $PSU(n)$ - рассматрив.

$PSU(n) = SU(n) / \mathbb{Z}_n = U(n) / U(1)$

$\begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} \mapsto g \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}$

$\mathbb{Z}_n \subset SU(n) : \{ \omega \mathbb{1}_n, \text{ где } \omega^n = 1 \}$

GLSM - формулировка аномалий

1 ↑ нм. представление

$$c_1(V) \in H^2(\Sigma, \mathbb{Z})$$

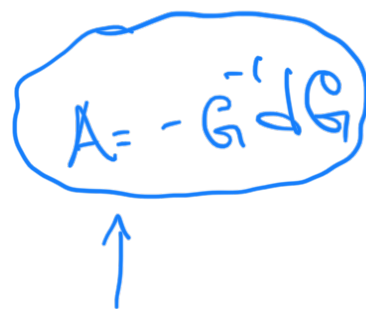
$$c_1(V \oplus \mathbb{L}) = c_1(V) + \underline{n c_1(\mathbb{L})}$$

$c_1(V) \bmod n = \text{тон. inv. } PSU(n) \text{ - представление}$
 "обобщенный класс Уитнера-Юнга"

$\Sigma =$  тон. inv. = $\pi_1(PSU(n)) = \mathbb{Z}_n$

 $\pi_1(PSU(n)) = \mathbb{Z}_n$

$\Sigma =$  $\pi_1(G = PSU(n))$



G — группа $\leftrightarrow$ классы эквивалентности $dA - A \wedge A = 0$

g_1, g_2 — произвольные элементы группы

$$g_1 g_2 g_1^{-1} g_2^{-1} = 1 \in G = PSU(n)$$

$g_i \in PSU(n)$
 $\tilde{g}_i \in SU(n)$

$$\tilde{g}_1 \tilde{g}_2 \tilde{g}_1^{-1} \tilde{g}_2^{-1} = \omega \quad (\omega^n = 1)$$

$$u_A(x + 2\pi) = G_1 \circ u_A(x) \leftrightarrow$$

требование
 однозначности
 функции

$$u_A(y + 2\pi) = G_2 \circ u_A(y)$$

A - connection to parameter V

$$N = \int_{\Sigma} c_1(V) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} d \operatorname{Tr}(A) \in \mathbb{Z}$$

$$(d + i a_A + i A)$$

$$A \sim A + \left(\frac{e}{h}\right) \cdot 1 \ln$$

$$N \rightarrow N + n \int c_1(\mathcal{L})$$

⚡ $a_A \sim a_A - \left(\frac{e}{h}\right) \cdot \text{connection to } U(1) \text{-parameter.}$

$$\frac{1}{2\pi} \int d\xi = \int c_1(\mathcal{L}) \in \mathbb{Z} \quad N \bmod n$$

$$B := \frac{1}{h} d \operatorname{Tr}(A)$$

⚡ $B \rightarrow B + d\xi$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} B \in \mathbb{Z}_n$$

$d a_A \mapsto d a_A + B$ inv. combination

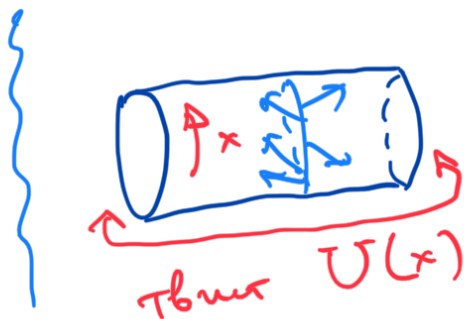
$$S_{\text{gauge}} = \sum_{A=1}^n \int_{\Sigma} \left[-\frac{1}{2g} |(d + i a_A + i A) u_A|^2 + \frac{i \Theta A}{2\pi} (d a_A + B) + \frac{\lambda}{2\pi} (\bar{u}_{A+1} - (d + i A) u_A) \wedge (u_{A+1} - (d - i A) \bar{u}_A) \right]$$

$$(*) \sum_{A=1}^n (dQ_A + B) = 0$$

кон. заряды $\tilde{Q}_A = \frac{1}{2\pi} \int \sum (dQ_A + B)$

$$\sum_{A=1}^n \tilde{Q}_A = 0$$

$$\tilde{Q}_A = \frac{M}{n} + N, \text{ где } M, N \in \mathbb{Z}$$



$$[U(x)] \in \pi_1(\text{PSU}(n))$$

$$\hookrightarrow U(x+2\pi) = \omega U(x), \omega^n = 1$$

$$U = e^A, \text{ где } A = \frac{2\pi i}{nL} \sum_{j=1}^L j Q_j$$

$$Q = \sum_{\alpha=1}^{n-1} S_{\alpha}^2 - (n-1) S_n \in \mathfrak{su}_n$$

В непрерывном случае $i \frac{x}{n} Q x$

$$U = \prod_{x \in [0, 2\pi]} U(x), \quad U(x) = e$$

$$U(x+2\pi) = e^{\frac{2\pi i}{n} Q} = e^{\frac{2\pi i p}{n}}$$

$p \not\equiv 0 \pmod n \Rightarrow$ непрерывное действие не тривиально

$$W_2(V) = p \pmod n.$$

и инв. отн. $\mathbb{Z}_n$:

gauge

$$S_{\text{top}} = i p \sum_{A=1}^n \frac{A}{n} \int (d a_A + B) \mapsto$$

$$\mapsto i p \sum_{A=1}^n \frac{A}{n} \int (d a_{A+1} + B) =$$

$$= S_{\text{top}} - \underbrace{i p \sum_{A=1}^n \int (d a_A + B)}_{=0 (*)} + i p \underbrace{\int (d a_1 + B)}_{\in 2\pi \mathbb{Z}}$$

$$\delta S_{\text{top}} = i p \sum \int B \bmod 2\pi \mathbb{Z}$$

$$\mathcal{Z}(A) \mapsto \mathcal{Z}(A) \cdot e^{i p \int B}$$

gauge invariant

$$\int d^4 \theta \left(\sum_{A=1}^n \bar{\Phi}_A e^V \Phi_A - \frac{\xi}{2} F \pm V \right)$$



XV-baryon.

meron /
fractional instanton