

лекция 11.

$$\mathcal{L} = \underbrace{V \cdot \bar{D}V + \bar{U} \cdot D\bar{U}}_{\text{"фс"-член}} + \text{взаимодействия}$$

$(V\bar{V})(\bar{U}U) = \text{Tr}(\mu\bar{\mu})$

ков.

уравнения

1-форма Джанкере-Лувина

(ограниченный аспект $\rightarrow$ фаза Берри)

линейн. форма $\Omega_0 = \sum_{i=1}^n dV_i \wedge dV_i$

линейн. рассуждения $(T^*\mathbb{C}^n, \Omega_0)$ по группе G_{comp} .

В случае $\mathbb{CP}^{n-1}$ -модуль $G_{\text{comp}} = \mathbb{C}^*$

$$(T^*\mathbb{C}^n, \Omega_0) // G_{\text{comp}} = (\Phi_{\text{илр}}, \mathcal{L}_{\text{KK}}).$$

Свободный

линейный инвариант от $GL(n, \mathbb{C})$

$$U \rightarrow gU, \quad V \rightarrow Vg^{-1}, \quad \text{где } g \in GL(n, \mathbb{C}).$$

Дифференциалы моменты:

$$\mu = U \otimes V$$

U — столбец

V — строка

$$\bar{D}U = \bar{\partial}U - i\bar{A}U$$

$\Rightarrow$ Вариацы по $\bar{A}$ даёт условие $V \cdot U = 0$

$\Rightarrow \mu \in \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$, т.к. $\text{Tr}(\mu) = 0$

$$\mu^2 = 0$$

$$\mu: \Phi_{\text{nilp}} \rightarrow \mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$$

(в гомогенном случае мы можем $\mu = g p g^{-1}$,
где $p = \text{Diag}\{p_1, \dots, p_n\}$). $\mathfrak{su}(n)$

Каждой FI гласс $(A, \bar{A}) \mapsto$ нульпотент орбита

Взаимозвездия нульпотент $\Rightarrow$ гиперберич ток
 $GL(n, \mathbb{C})$ го $U(n)$. $J = \mu dz \pm \bar{\mu} d\bar{z}$

* Комм. симп. многообразия
 $(\mathcal{M}, \Omega = d\theta)$ $\theta = \sum_{i=1}^n p_i dq_i$

* Комм. группы канонич. симплекса
 $G_{\text{class}} \mapsto \mu$

$$\mathcal{L} = p_i \partial_z q_i + \bar{q}_i \partial_{\bar{z}} \bar{p}_i + \alpha \text{Tr}(\mu \bar{\mu})$$

$$\partial \mu = [\mu, \bar{\mu}]$$

PCM $\leftrightarrow$ симп. отображения в группы

$$J = \bar{g}^{-1} dg, \quad \partial J_z = [J_z, \bar{J}_{\bar{z}}]$$

7. (2.2)

* гон. ядро $J_z = 0$

моргановы формулы

анна-моргана
моргановы формулы

$$0 \subset \text{Ker}(J_z) \subset \text{Ker}(J_z^2) \subset \dots \subset \text{Ker}(J_z^m) = \mathbb{C}^n$$

$$\frac{U(n)}{U(n_1) \times \dots \times U(n_m)}$$

$$n_i = \dim(\text{Ker}(\phi^i) / \text{Ker}(\phi^{i-1}))$$

$\mathbb{C}P^{n-1}$, расслоение: $m=2$, $J_z^2=0$

$$J_z \sim \begin{pmatrix} J_2 & & \\ & \ddots & \\ & & J_2 & & \\ & & & J_1 & \dots & J_1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} J_1=0 \\ J_2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Связь с комплексом

$T^*F_{n_1 \dots n_m} =$ комплекс многообразия
(Максвелл)

//
линейные многообразия
(Ω_R, Ω_C)

$\uparrow$ $\uparrow$
 ком. ком.-
 мент. форм
 $=$ ком. фактор $\mathbb{C}^{2D}$ при $D > 0$.



$$U_i \in \text{Hom}(L_i, L_{i+1})$$

$$V_i \in \text{Hom}(L_{i+1}, L_i)$$

$$(\mathcal{Q}_C)_0 = \sum_{i=1}^{\tilde{D}} \text{Tr}(dU_i dV_i)$$

$$G^s = \bigoplus_{i=1}^{m-1} GL(L_i) - \text{ком. центр. группа.}$$

$$\mathbb{C}^{2D} // G \simeq \text{м-е фазового пространства}$$

(в нашем случае $T^*F_{m-1, \dots, m}$)

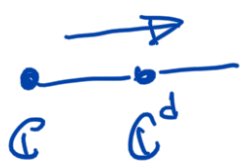
$$V_{int} = \text{Tr}(\mu \bar{\mu})$$

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{m-1} \text{Tr}(V_i \partial_z V_i) + \text{Tr}(\bar{V}_i \partial_{\bar{z}} \bar{V}_i) +$$

$$+ \alpha \text{Tr}(\mu \bar{\mu})$$

$$i = 1, \dots, m-1$$

усл $\mu = \nu_{m-1} \nu_m$



оставляется канонф. группа
после суждения
к канонф. группе

$$= \left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) \subset GL(L_{m-1})$$

$$U^+ U = 1_{dm-1}$$

Куперовым аномалии

$$\underline{L = \bar{U} \bar{D} \bar{U} + U \bar{D} U + \dots}$$

$$D \bar{U} = \partial \bar{U} - i A \bar{U}$$

$A - \mathbb{C}^*$ -канонформная ном.

$$S_{eff} = \pm \int d^2 z \ F_{z\bar{z}} \frac{1}{\Delta} F_{z\bar{z}}, \text{ усл } F_{z\bar{z}} = \underline{\partial_{\bar{z}} A - \partial_z \bar{A}}$$



inv. отн. $U(1)$:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A + \partial_z \varphi \\ \bar{A} &\rightarrow \bar{A} + \partial_{\bar{z}} \varphi \end{aligned} \quad \varphi \in \mathbb{R}$$

не inv. относительно
куперовых канонф. преобразований

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A + \partial_z \varphi \\ \bar{A} &\rightarrow \bar{A} + \partial_{\bar{z}} \varphi \end{aligned} \quad \varphi \in \mathbb{C}$$

в ... Minkowski куп метризм: $G_L \times G_R$

В мн-ж

$$(g \rightarrow (g, g) - \text{некр. } \text{up-2})$$

В евангелии мн-ж кр. мн-ж: $G \subset$

$W \otimes W$ - векторное пространство

$$\text{Tr}((Ta)_L (Tb)_L) = \text{Tr}((Ta)_R (Tb)_R)$$

$$\text{Tr}(Ta Tb) = 0 \quad (\text{т.к. } S_{\text{eff}} \propto \text{Tr}(Ta Tb))$$

(можно считать аномалию, переходя от $T^*C^n \rightarrow T^*C^{n/2}$)

Деформации (интегрирование)

$$\mathcal{L} = \text{Tr}(\bar{V} \partial \bar{U}) + \text{Tr}(V \partial V) + \alpha \text{Tr}(\mu \bar{\mu})$$

$$\text{Tr}(\underbrace{r_s}_{\text{классическая } r\text{-метрика}}(\mu) \cdot \bar{\mu})$$

(трипол. эллиптическая)

Строим кривую:

$$\alpha_{x_1, x_2} = r_{x_1}(\mu) dz - r_{x_2}(\bar{\mu}) d\bar{z}$$

$$x_1 = x_2 \cdot (S)$$

$\uparrow$ негладкая деформация

(r, x_1) - интегрируемая негладкая

$\rightarrow$ Costello-Yamaguchi
4D CS theory

$dA - A \wedge A = 0 \leftrightarrow$ квант. у-е Гинз-Бакстона.

$$\bar{\partial} \mu = [r_s^{-1}(\bar{\mu}), \mu]$$

$$\partial \bar{\mu} = [\bar{\mu}, r_s(\mu)]$$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}_a \not{\partial} \Psi_a + \boxed{(r_s)^{cd}}_{ab} \left(\bar{\Psi}_a \frac{1+\not{\tau}_5}{2} \Psi_c \right) \left(\bar{\Psi}_d \frac{1-\not{\tau}_5}{2} \Psi_b \right)$$

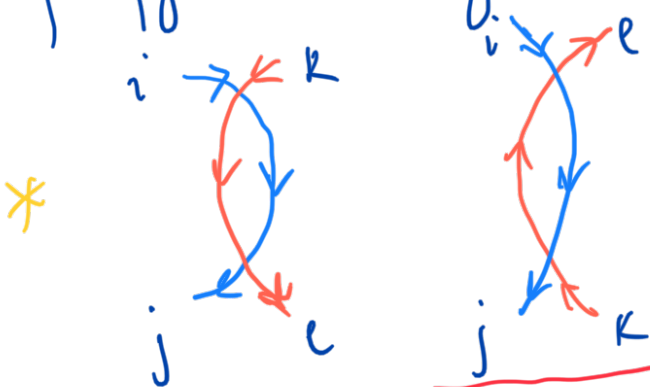
направление гиперплоскости.

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{z_1 \quad z_2} \\ \frac{1}{z_2 - z_1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{z_1 \quad z_2} \\ -\frac{1}{\bar{z}_2 - \bar{z}_1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & k & \\ & \downarrow & \\ i \xrightarrow{\quad} & & j \\ & \uparrow & \\ & l & \end{array} \\ -(r_s)^{kl}_{ij} \end{array}$$

β -функции в однопетлевом приближении.



$$\beta_{ij}^{kl} = \sum_{p,q=r}^{\infty} \left[(r_s)^{kp}_{ip} (r_s)^{ql}_{pj} - (r_s)^{ql}_{ip} (r_s)^{kp}_{pj} \right]$$

$$\frac{d}{d\tau} (r_s)^{kl}_{ij} = \beta_{ij}^{kl}$$

$$\tau = \ln \mu$$

Если $\exists$ решение $s(\tau)$, то можно
пронормировать в стандартном виде.

$$S = e^{h\tau} \rightarrow \mathbb{C}^n, \text{ в котором существует form}$$

$\tau \in (-\infty, 0)$ RG-поток

(UV, IR) "ancient solution"

$t_S(p)$, т.е. $r_S \in \text{End}(sl_n)$

В группах $SO(n, n)$ $r_S \in g \otimes g = sl_n \otimes sl_n$
(form классических)

Триви. r-масштаб: $S = e^{2\lambda}$

$$r(\lambda) = \frac{1}{2\text{sh}(\lambda)} (\tilde{z}_1 \otimes \tilde{z}_1 + \tilde{z}_2 \otimes \tilde{z}_2 + i\lambda \tilde{z}_3 \otimes \tilde{z}_3)$$

$\lambda \rightarrow 0: r(\lambda) \rightarrow \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^3 \tilde{z}_i \otimes \tilde{z}_i$
UV-масштаб

Экстрем. r-масштаб:

$$r(\lambda) = \frac{i}{2\text{sh}(i\lambda)} (\tilde{z}_1 \otimes \tilde{z}_1 + \text{ch}(i\lambda) \tilde{z}_2 \otimes \tilde{z}_2 + \text{ch}(i\lambda) \tilde{z}_3 \otimes \tilde{z}_3)$$

$$\lambda \sim h\tau$$

Туннелинг:

$h \rightarrow$ dual Coxeter number

$$Gr(k, n)$$

Ран. масштаб: $\lambda \sim R^2 \sim h\tau$

... в будущем

ограничения
ограничений может.

В канонической формулировке
можно в-можно (g_{ij}, B_{ij}, Φ) .

$$-\dot{g}_{ij} = R_{ij} + \frac{1}{4} H_{im} H_{jn} \dot{g}^{mn} \dot{g}^{ij} + 2 \nabla_i \nabla_j \Phi$$

$$-B_{ij} = -\frac{1}{2} \nabla^k H_{kij} + \nabla^k \Phi \cdot H_{kij}$$

$$-\dot{\Phi} = \text{const} - \frac{1}{2} \nabla^k \nabla_k \Phi + \nabla^k \Phi \cdot \nabla_k \Phi + \frac{1}{24} H_{kmn} H^{kmn}$$

Обобщим уравнения на случай
на η -х фазов.

большой IR-blow-up

$$g_{ij} \sim \hbar \tau \dot{g}_{ij}^{(0)} \text{ при } \tau \rightarrow 0$$

$$B_{ij} = g_{ik} \dot{g}_j^k \sim \tau B_{ij}^{(0)}$$

$$R_{ij}^{(0)} + \frac{1}{4} H_{im} H_{jn} \dot{g}^{mn} \dot{g}^{ij} = \hbar \cdot \dot{g}_{ij}^{(0)}$$

ув. $\dot{g}_{ij}^{(0)}$ — это ограничение
ограничений уравнения "Канонический"

dual Coxeter #
(уравнение уравнения)

$$\text{Следствие. при } \hbar \rightarrow 0 \Rightarrow H = dB = 0$$

(1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)

$$\Rightarrow R_{ij}^{\omega} = h \cdot g_{ij}^{\omega} \quad (\text{outgoing})$$

* Costello-Yamashita

* logarithmic deformation (SUSY)

$$G/H$$

$$\left[i R_{m\bar{n}} dz^m d\bar{z}^{\bar{n}} \right] = c_1(\mathcal{M})$$

$c_1(\mathcal{F})$ gebunden an $\{d\tau\}$