

УДК 512.536, 512.58, 517.986

## ФУНКТОР СТОУН-ЧЕХОВСКОЙ КОМПАКТИФИКАЦИИ НА КАТЕГОРИИ МОНОИДОВ И ЕГО СВОЙСТВА

И.С. Бердников<sup>1</sup>, Р.Н. Гумеров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> mciy3857.com; Казанский Федеральный университет

<sup>2</sup> renat.gumerov@kpfu.ru; Казанский Федеральный университет

*Рассматривается функтор стоун-чеховской компактификации, действующий из категории дискретных моноидов в категорию компактных непрерывных справа моноидов. Изучается действие этого функтора на нормальные расширения моноидов. В частности, показывается что он сохраняет такие расширения.*

**Ключевые слова:** забывающий функтор, категория моноидов, категория компактных непрерывных справа моноидов, нормальное расширение моноидов, сопряженный функтор, функтор стоун-чеховской компактификации.

Стоун-чеховская компактификация была определена в работах А.Н. Тихонова, Э. Чеха и М. Стоуна в первой половине прошлого столетия. Вопросы, касающиеся этой конструкции, возникают в различных областях математики (общая топология, топологическая динамика, теория множеств, теория функций и функциональный анализ, алгебра, комбинаторная теория чисел и т.д.) и демонстрируют неразрывную связь этих областей. Несомненно, что глубокое исследование таких вопросов и связей требует привлечения аппарата теории категорий и функторов.

Напомним, что стоун-чеховская компактификация определяется как наибольший элемент  $\beta X$  среди всех компактификаций тихоновского пространства  $X$ . Как показали И.М. Гельфанд и Г.Е. Шилов, для построения такого элемента можно рассмотреть коммутативную  $C^*$ -алгебру всех ограниченных непрерывных функций на  $X$  с равномерной нормой и взять в качестве компактификации  $X$  спектр этой алгебры, то есть пространство ее максимальных идеалов, наделенное слабой\* топологией.

Рассматривая множества, наделенные дискретными топологиями, и их отображения строится ковариантный функтор стоун-чеховской компактификации

$$\beta: Set \longrightarrow CompHaus$$

из категории множеств и функций между ними в категорию компактных хаусдорфовых пространств и их непрерывных отображений. Как известно [1, стр. 125], функтор  $\beta$  является левым сопряженным к забывающему функтору.

В докладе обсуждаются стоун-чеховские компактификации и нормальные расширения моноидов. Различные виды расширений полугрупп изучались в работах А. Клиффорда, Л. Редэя, Л.М. Глускина, И.Л. Перепелицына, Б.В. Новикова и других авторов. Нами рассматриваются нормальные расширения моноидов, среди которых выделяется класс шрайеровых расширений, наиболее близких по своим свойствам к расширениям групп. Мотивацией к нашим исследованиям послужили результаты статей [2, 3, 4], в которых установлена тесная связь нормальных расширений полугрупп с вопросом функториальности между морфизмами полугрупп и морфизмами редуцированных полугрупповых  $C^*$ -алгебр.

При построении компактификации моноида  $M$ , наделенного дискретной топологией, замечательным является тот факт, что исходная бинарная операция естественным образом продолжается на пространство  $\beta M$ , которое становится компактным непрерывным справа моноидом, т.е. моноидом с компактной топологией, относительно которой непрерывны все правые сдвиги [5]. Это позволяет ввести в рассмотрение ковариантный функтор стоун-чеховской компактификации  $\bar{\beta} : Mon \rightarrow CompMon_r$  из категории моноидов и их морфизмов в категорию компактных непрерывных справа моноидов и их непрерывных морфизмов, который замыкает следующую диаграмму до коммутативной:

$$\begin{array}{ccc} Mon & \xrightarrow{\quad \bar{\beta} \quad} & CompMon_r \\ U_1 \downarrow & & \downarrow U_2 \\ Set & \xrightarrow{\quad \beta \quad} & CompHaus. \end{array}$$

В этой диаграмме  $U_1 : Mon \rightarrow Set$  и  $U_2 : CompMon_r \rightarrow CompHaus$  — функторы, забывающие об алгебраических структурах в соответствующих категориях.

Нами изучаются свойства функтора стоун-чеховской компактификации  $\bar{\beta}$ . В частности, доказано что этот функтор сохраняет нормальные расширения моноидов, то есть переводит их в нормальные расширения компактных непрерывных справа моноидов.

Авторы выражают глубокую благодарность всем участникам семинаров по функциональному анализу и математической физике в КГЭУ и КФУ за плодотворные обсуждения рассматриваемых вопросов.

## Литература

1. Mac Lane S. *Categories for the Working Mathematician*. 2nd ed. – Springer Science+Business Media, LLC, 1998.
2. Grigoryan S. A., Gumerov R. N., Lipacheva E. V. *On extensions of semigroups and their applications to Toeplitz algebras* // Lobachevskii J. Math. – 2019. – V. 40. – P. 2052–2061.
3. Гумеров Р. Н. *Нормальные расширения полугрупп и вложения полугрупповых  $C^*$ -алгебр* // Труды МФТИ. – 2020. – Т. 12. – № 1. – С. 74–82.
4. Липачева Е. В. *Расширения полугрупп и морфизмы полугрупповых  $C^*$ -алгебр* // Сиб. матем. ж. – 2021. – Т. 62. – № 1. – С. 82–96.
5. Hindman N., Strauss D. *Algebra in the Stone–Čech compactification : theory and applications*. – Walter de Gruyter GmbH & Co., 2012.

## THE STONE–ČECH COMPACTIFICATION FUNCTOR ON THE CATEGORY OF MONOIDS AND ITS PROPERTIES

I.S. Berdnikov, R.N. Gumerov

We consider The Stone–Čech compactification functor from the category of discrete monoids to the category of compact right topological monoids. We study its action on the normal extensions of

*monoids. In particular, it is shown that this functor preserves such extensions.*

Keywords: category of monoids, category of compact right topological monoids, forgetful functor, left adjoint functor, normal extension of monoids, Stone–Čech compactification functor.

УДК 517.97 : 532.526

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СОЧЕТАНИЙ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОМАССОБМЕНА И ТРЕНИЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Г.Г. Бильченко<sup>1</sup>, Н.Г. Бильченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ggbil2@gmail.com; Казанский Инновационный Университет (КИУ – ИЭУП) им. В.Г. Тимирязова

<sup>2</sup> bilchnat@gmail.com, ngbilchenko@kai.ru; Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет (КНИТУ – КАИ) им. А.Н. Туполева

*Исследуются свойства математической модели управления тепломассообменом и трением в ламинарном пограничном слое на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. Рассматриваются случаи применения на всём участке управления сочетаний линейного вдува, линейного температурного фактора и постоянного магнитного поля. Дается постановка прямой задачи. Получены зависимости параметров математической модели и локальных характеристик тепломассообмена и трения от управляющих воздействий (вдува и температурного фактора). Приведены результаты вычислительных экспериментов.*

**Ключевые слова:** управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, проницаемые поверхности, линейный вдув, линейный температурный фактор, параметры математической модели, локальные характеристики тепломассообмена и трения.

В данной работе, продолжающей исследование свойств математической модели (полученной с помощью метода обобщённых интегральных соотношений А. А. Дородницына [1]) ламинарного пограничного слоя электропроводящего газа на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) [2, 3, 4, 5], рассматривается влияние (на всём участке управления [6]) следующего сочетания управляющих воздействий: **линейного** вдува  $m(x)$ , **линейного** температурного фактора  $\tau_w(x)$  и постоянного магнитного поля  $s$  на параметры  $\theta_0(x)$ ,  $\theta_1(x)$ ,  $\omega_0(x)$ ,  $\omega_1(x)$  математической модели и локальные характеристики  $q(x)$ ,  $f(x)$  тепломассообмена и трения.

Полученные результаты вычислительных экспериментов могут быть использованы в качестве начальных данных в задачах синтеза эффективного управления как на всём участке [6], так и на его фрагментах [7].

## Литература

1. Бильченко Н. Г. Метод А. А. Дородницына в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 5–14.