

УДК 512.536, 512.58, 517.986

## ФУНКТОР СТОУН-ЧЕХОВСКОЙ КОМПАКТИФИКАЦИИ НА КАТЕГОРИИ МОНОИДОВ И ЕГО СВОЙСТВА

И.С. Бердников<sup>1</sup>, Р.Н. Гумеров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [mciy3857.com](http://mciy3857.com); Казанский Федеральный университет

<sup>2</sup> [renat.gumerov@kpfu.ru](mailto:renat.gumerov@kpfu.ru); Казанский Федеральный университет

*Рассматривается функтор стоун-чеховской компактификации, действующий из категории дискретных моноидов в категорию компактных непрерывных справа моноидов. Изучается действие этого функтора на нормальные расширения моноидов. В частности, показывается что он сохраняет такие расширения.*

**Ключевые слова:** забывающий функтор, категория моноидов, категория компактных непрерывных справа моноидов, нормальное расширение моноидов, сопряженный функтор, функтор стоун-чеховской компактификации.

Стоун-чеховская компактификация была определена в работах А.Н. Тихонова, Э. Чеха и М. Стоуна в первой половине прошлого столетия. Вопросы, касающиеся этой конструкции, возникают в различных областях математики (общая топология, топологическая динамика, теория множеств, теория функций и функциональный анализ, алгебра, комбинаторная теория чисел и т.д.) и демонстрируют неразрывную связь этих областей. Несомненно, что глубокое исследование таких вопросов и связей требует привлечения аппарата теории категорий и функторов.

Напомним, что стоун-чеховская компактификация определяется как наибольший элемент  $\beta X$  среди всех компактификаций тихоновского пространства  $X$ . Как показали И.М. Гельфанд и Г.Е. Шилов, для построения такого элемента можно рассмотреть коммутативную  $C^*$ -алгебру всех ограниченных непрерывных функций на  $X$  с равномерной нормой и взять в качестве компактификации  $X$  спектр этой алгебры, то есть пространство ее максимальных идеалов, наделенное слабой\* топологией.

Рассматривая множества, наделенные дискретными топологиями, и их отображения строится ковариантный функтор стоун-чеховской компактификации

$$\beta : Set \longrightarrow CompHauss$$

из категории множеств и функций между ними в категорию компактных хаусдорфовых пространств и их непрерывных отображений. Как известно [1, стр. 125], функтор  $\beta$  является левым сопряженным к забывающему функтору.

В докладе обсуждаются стоун-чеховские компактификации и нормальные расширения моноидов. Различные виды расширений полугрупп изучались в работах А. Клиффорда, Л. Редэя, Л.М. Глускина, И.Л. Перепелицына, Б.В. Новикова и других авторов. Нами рассматриваются нормальные расширения моноидов, среди которых выделяется класс шрайеровых расширений, наиболее близких по своим свойствам к расширениям групп. Мотивацией к нашим исследованиям послужили результаты статей [2, 3, 4], в которых установлена тесная связь нормальных расширений полугрупп с вопросом функториальности между морфизмами полугрупп и морфизмами редуцированных полугрупповых  $C^*$ -алгебр.

При построении компактификации моноида  $M$ , наделенного дискретной топологией, замечательным является тот факт, что исходная бинарная операция естественным образом продолжается на пространство  $\beta M$ , которое становится компактным непрерывным справа моноидом, т.е. моноидом с компактной топологией, относительно которой непрерывны все правые сдвиги [5]. Это позволяет ввести в рассмотрение ковариантный функтор стоун-чеховской компактификации  $\bar{\beta}$ :  $Mon \rightarrow CompMon_r$  из категории моноидов и их морфизмов в категорию компактных непрерывных справа моноидов и их непрерывных морфизмов, который замыкает следующую диаграмму до коммутативной:

$$\begin{array}{ccc}
 Mon & \xrightarrow{\bar{\beta}} & CompMon_r \\
 U_1 \downarrow & & \downarrow U_2 \\
 Set & \xrightarrow{\beta} & CompHauss.
 \end{array}$$

В этой диаграмме  $U_1 : Mon \rightarrow Set$  и  $U_2 : CompMon_r \rightarrow CompHauss$  — функторы, забывающие об алгебраических структурах в соответствующих категориях.

Нами изучаются свойства функтора стоун-чеховской компактификации  $\bar{\beta}$ . В частности, доказано что этот функтор сохраняет нормальные расширения моноидов, то есть переводит их в нормальные расширения компактных непрерывных справа моноидов.

Авторы выражают глубокую благодарность всем участникам семинаров по функциональному анализу и математической физике в КГЭУ и КФУ за плодотворные обсуждения рассматриваемых вопросов.

## Литература

1. Mac Lane S. *Categories for the Working Mathematician*. 2nd ed. – Springer Science+Business Media, LLC, 1998.
2. Grigoryan S. A., Gumerov R. N., Lipacheva E. V. *On extensions of semigroups and their applications to Toeplitz algebras* // Lobachevskii J. Math. – 2019. – V. 40. – P. 2052–2061.
3. Гумеров Р. Н. *Нормальные расширения полугрупп и вложения полугрупповых  $C^*$ -алгебр* // Труды МФТИ. – 2020. – Т. 12. – № 1. – С. 74–82.
4. Липачева Е. В. *Расширения полугрупп и морфизмы полугрупповых  $C^*$ -алгебр* // Сиб. матем. ж. – 2021. – Т. 62. – № 1. – С. 82–96.
5. Hindman N., Strauss D. *Algebra in the Stone–Čech compactification : theory and applications*. – Walter de Gruyter GmbH & Co., 2012.

THE STONE–ČECH COMPACTIFICATION FUNCTOR ON THE CATEGORY OF MONOIDS AND ITS PROPERTIES

I.S. Berdnikov, R.N. Gumerov

*We consider The Stone–Čech compactification functor from the category of discrete monoids to the category of compact right topological monoids. We study its action on the normal extensions of*

*monoids. In particular, it is shown that this functor preserves such extentions.*

Keywords: category of monoids, category of compact right topological monoids, forgetful functor, left adjoint functor, normal extension of monoids, Stone–Čech compactification functor.

УДК 517.97 : 532.526

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СОЧЕТАНИЙ ЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ПАРАМЕТРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОМАССООБМЕНА И ТРЕНИЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Г.Г. Бильченко<sup>1</sup>, Н.Г. Бильченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> [ggbil2@gmail.com](mailto:ggbil2@gmail.com); Казанский Инновационный Университет (КИУ – ИЭУП) им. В.Г. Тимирясова

<sup>2</sup> [bilchnat@gmail.com](mailto:bilchnat@gmail.com), [ngbilchenko@kai.ru](mailto:ngbilchenko@kai.ru); Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет (КНИТУ – КАИ) им. А.Н. Туполева

*Исследуются свойства математической модели управления тепломассообменом и трением в ламинарном пограничном слое на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. Рассматриваются случаи применения на всём участке управления сочетаний линейного вдува, линейного температурного фактора и постоянного магнитного поля. Даётся постановка прямой задачи. Получены зависимости параметров математической модели и локальных характеристик тепломассообмена и трения от управляемых воздействий (вдува и температурного фактора). Приведены результаты вычислительных экспериментов.*

**Ключевые слова:** управление, тепломассообмен, ламинарный пограничный слой, гиперзвуковые течения, проницаемые поверхности, линейный вдув, линейный температурный фактор, параметры математической модели, локальные характеристики тепломассообмена и трения.

В данной работе, продолжающей исследование свойств математической модели (полученной с помощью метода обобщённых интегральных соотношений А. А. Дородницына [1]) ламинарного пограничного слоя электропроводящего газа на проницаемых цилиндрических и сферических поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) [2, 3, 4, 5], рассматривается влияние (на всём участке управления [6]) следующего сочетания управляемых воздействий: **линейного** вдува  $m(x)$ , **линейного** температурного фактора  $\tau_w(x)$  и постоянного магнитного поля  $s$  на параметры  $\theta_0(x), \theta_1(x), \omega_0(x), \omega_1(x)$  математической модели и локальные характеристики  $q(x), f(x)$  тепломассообмена и трения.

Полученные результаты вычислительных экспериментов могут быть использованы в качестве начальных данных в задачах синтеза эффективного управления как на всём участке [6], так и на его фрагментах [7].

### Литература

1. Бильченко Н. Г. *Метод А. А. Дородницына в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа* // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2016. – № 1. – С. 5–14.