term. The Fredholm property of this operator allows us to split the relation into a system of relations in subspaces of lower dimensions.
Keywords: linear reccurence relation, first order, Fredholm operator, regularization.

УДК 517.98

ХАРАКТЕРИСТИКА СЛЕДОВЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ НА АЛГЕБРАХ ФОН НЕЙМАНА

Х. Фауаз[1], Х. Алхасан[2]

1 *khattab1058@hotmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
2 *hassanmalhassan@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Доказано, что неравенство

$$\varphi(A) \le \varphi(|A + \mathrm{i}B|) \text{ для всех } A \in \mathscr{A}^+ \text{ и } B \in \mathscr{A}^{\mathrm{sa}}$$

характеризует следовые функционалы среди всех положительных нормальных функционалов φ на алгебре фон Неймана $\mathscr{A}$. Это усиливает известную характеризацию Л. Т. Гарднера (1979; см. [1]). Как следствие, получен критерий коммутативности алгебр фон Неймана. Также мы даем характеристику следов в широком классе весов на алгебре фон Неймана с помощью этого неравенства. Каждый точный нормальный полуконечный след φ на алгебре фон Неймана $\mathscr{A}$ удовлетворяет этому соотношению. Пусть $|||\cdot|||$ – унитарно инвариантная норма на унитальной C^*-алгебре $\mathscr{A}$. Тогда $|||A||| \le |||A+\mathrm{i}B|||$ для всех $A \in \mathscr{A}^+$ и $B \in \mathscr{A}^{\mathrm{sa}}$. О других характеризациях следа см. [2]–[7] и библиографию в них.

Ключевые слова: гильбертово пространство, линейный оператор, алгебра фон Неймана, C^*-алгебра, вес, след, следовое неравенство.

Литература

1. L. T. Gardner, An inequality characterizes the trace, Canad. J. Math. **31**(6), 1322–1328 (1979).

2. S. A. Abed, An inequality for projections and convex functions, Lobachevskii J. Math. **39**(9), 1287–1292 (2018).

3. A. M. Bikchentaev, Commutation of projections and characterization of traces on von Neumann algebras. III, Internat. J. Theor. Physics **54**(12), 4482–4493 (2015).

4. A. M. Bikchentaev, Inequality for a trace on a unital C^*-algebra,Math. Notes **99**(4), 487–491 (2016).

5. A. M. Bikchentaev, Differences of idempotents in C^*-algebras, Sib. Math. J. **58**(2), 183–189 (2017).

6. A. M. Bikchentaev, Differences of idempotents in C^*-algebras and the quantum Hall effect, Theoret. and Math. Phys. **195**(1), 557–562 (2018).

7. A. M. Bikchentaev, A. N. Sherstnev, Studies on Noncommutative Measure Theory in Kazan University (1968-2018), Internat. J. Theor. Phys. **60**(2), 585–596 (2021).

CHARACTERIZATION OF TRACIAL FUNCTIONALS ON VON NEUMANN ALGEBRAS

Kh. Fawwaz, H. Alhasan

It is proved that the inequality

$$\varphi(A) \le \varphi(|A+\mathrm{i}B|) \text{ for all } A \in \mathscr{A}^+ \text{ and } B \in \mathscr{A}^{\mathrm{sa}}$$

characterizes tracial functionals among all positive normal functionals φ on a von Neumann algebra $\mathscr{A}$. This strengthens the L. T. Gardner's characterization (1979; see [1]). As a consequence, a criterion for commutativity of von Neumann algebras is obtained. Also we give a characterization of traces in a wide class of weights on a von Neumann algebra via this inequality. Every faithful normal semifinite trace φ on a von Neumann algebra $\mathscr{A}$ satisfies this relation. Let $|||\cdot|||$ be a unitarily invariant norm on a unital C^*-algebra $\mathscr{A}$. Then $|||A||| \le |||A+\mathrm{i}B|||$ for all $A \in \mathscr{A}^+$ and $B \in \mathscr{A}^{\mathrm{sa}}$. For other trace characterizations see [2]–[7] and references therein.

Keywords: Hilbert space, linear operator, von Neumann algebra, C^*-algebra, weight, trace, tracial inequality.

УДК 517.956.224

МАССИВНОСТЬ ВНЕШНОСТИ КОМПАКТА НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ НЕКОМПАКТНЫХ РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

В.В. Филатов[1]

1 *filatov@volsu*; Волгоградский государственный университет

В данной работе доказано, что внешность компакта произвольных некомпактных римановых многообразиях q – массивно тогда и только тогда, когда она является qD – массивным множеством. Данное утверждение обобщает аналогичную теорему для гармонических функций на случай стационарного уравнения Шрёдингера.

Ключевые слова: массивные множества, интеграл энергии, стационарное уравнение Шрёдингера, эллиптические уравнения.

Данная работа посвящена изучению свойств q - массивных множеств ассоциированных с стационарным уравнением Шрёдингера

$$\Delta u - q(x)u = 0, \tag{1}$$

здесь $q(x)$ – гладкая, неотрицательная на многообразии функция.

Истоки данной тематики восходят к классификационной теории некомпактных римановых многообразий. Определение эллиптичности типа риманова многообразия достаточно просто и заключается в определении компактности многообразия. Отличительным свойством поверхностей параболического типа является выполнение на них теоремы типа Лиувилля – на поверхности параболического типа всякая положительная супергармоническая функция является тождественной постоянной. Данное свойство было принято за определение многообразий параболического типа.