

Операторы почти адамаровского типа в пространстве целых функций многих комплексных переменных

@ Мелихов С.Н.

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону; Южный математический институт ВНЦ РАН, г. Владикавказ, Россия

Вводится и исследуется класс операторов почти адамаровского типа, для которых все пространства однородных многочленов переменных z_1, \dots, z_N над полем \mathbb{C} фиксированной степени являются их инвариантными подпространствами. Потребность в этом возникла, в частности, при изучении коммутанта многомерной версии оператора Харди-Литтлвуда. Введенный класс содержит все адамаровские операторы, для которых каждый моном является их собственным вектором. Почти адамаровские операторы изучены в пространстве $H(\mathbb{C}^N)$ всех целых в \mathbb{C}^N функций.

Пусть $L_{ah}(H(\mathbb{C}^N))$ — множество (алгебра) операторов почти адамаровского типа в $H(\mathbb{C}^N)$, $\chi_z(f)(t, u) := f\left(\left(\sum_{j=1}^N u_j z_j\right)t\right)$, $u, z, t \in \mathbb{C}^N$, $f \in H(\mathbb{C}^N)$. Для локально выпуклого пространства G символ G' обозначает топологическое сопряженное к G .

Теорема. Следующие утверждения равносильны:

- (i) $A \in \mathcal{L}_{ah}(H(\mathbb{C}^N))$.
- (ii) Существует $L \in H(\mathbb{C}^{2N})'$ такое, что $A(f)(z) = L(\chi_z(f))$, $z \in \mathbb{C}^N$, $f \in H(\mathbb{C}^N)$.

Выяснена связь описания почти адамаровских операторов с представлением операторов адамаровского типа в (уже) стандартном виде мультипликативной свертки, сохраняющей число переменных. С помощью отображения композиции χ_z в топологическом сопряженном к замкнутому подпространству $\Phi(\mathbb{C}^{2N})$ пространства $H(\mathbb{C}^{2N})$, естественно определенному условием почти адамаровости, введено умножение $*$. Алгебра $(\Phi(\mathbb{C}^{2N})', *)$ изоморфна алгебре $\mathcal{L}_{ah}(H(\mathbb{C}^N))$. Упомянутые результаты применены к описанию коммутанта многомерного аналога оператора Харди-Литтлвуда $\mathcal{H}(f)(z) = \int_0^1 f(\tau z) d\tau$ в $H(\mathbb{C}^N)$. Этот оператор является адамаровским, а его коммутант совпадает с $\mathcal{L}_{ah}(H(\mathbb{C}^N))$. Приведенные результаты опубликованы в [1].

- [1] Иванова О.А., Мелихов С.Н. Операторы почти адамаровского типа и оператор Харди–Литтлвуда в пространстве целых функций многих комплексных переменных // Матем. заметки. 2021. Т. 110. В. 1. С. 52–64.