

where  $\varsigma \in M$ . Then the  $f(z)$  functions identically equal to zero.

- [1] Привалов И. И. Границные свойства аналитических функций. Москва.: Гостехиздат, 1950.
- [2] Кусис П. Введение в теорию пространств  $H^p$ . Москва.: Мир, 1984.
- [3] Sadullayev A., Jabborov N. M. On a class of A-analytic functions//J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys., 2016. Volume 9, Issue 3. 374-383 p.

## Один случай задачи Римана для обобщенных аналитических функций с сингулярным коэффициентом

© Шабалин П.Л., Фаизов Р.Р.

Казанский государственный архитектурно-строительный университет,  
г.Казань, Россия.

В плоскости  $\mathbb{C}$  комплексного переменного  $z = x + iy = re^{i\theta}$  рассмотрим верхнюю полуплоскость  $E^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ , нижнюю полуплоскость  $E^- = \{z : \operatorname{Im} z < 0\}$ , и вещественную ось  $\Gamma = \{z : \operatorname{Im} z = 0\}$ . В областях  $E^+$  или  $E^-$  рассмотрим обобщенную систему Коши-Римана

$$\partial_{\bar{z}}U - A(z)U = F(z), \quad A(z) = \frac{a(z)}{\bar{z} + z}, \quad a(z), F(z) \in C(\overline{\mathbb{C}}). \quad (1)$$

Следуя [1],[2] мы будем предполагать, что для  $A(z)$  существует такая аналитическая в  $E^+$  ( $E^-$ ) функция  $a_0^+(z)$  ( $a_0^-(z)$ ), что

$$A_0^\pm(z) := \frac{a(z) - a_0^\pm(z)}{\bar{z} + z} \in L^p(E^\pm), \quad F(z) \in L^p(E^\pm), \quad p > 2.$$

Границные значения функций  $a_0^\pm(z)$ , т.е. функции  $a_0^+(t)$ ,  $a_0^-(t)$  будем считать непрерывными по Гёльдеру на вещественной оси  $\Gamma$ , включая окрестность бесконечно удаленной точки.

Кроме того, на функции  $a_0^\pm(z)$  дополнительно налагаем следующие ограничения:

$$|a_0^\pm(z) - a_0^\pm(-\bar{z})| \leq K(x, y)(|z + \bar{z}|^\alpha), \quad \alpha < 1,$$

$$a_0^\pm(x) = a_0^\pm(\infty) + O(|x|^{-\beta}), \quad \pm x \rightarrow +\infty, \quad \beta > 0;$$

кроме того, положим что  $a_0^\pm(0) = \beta_0^\pm + i\beta_0^\pm$ ,  $a_0^\pm(\infty) = \beta_\infty^\pm + i\beta_\infty^\pm$ . Привлекая идеи работ [1],[2] выведем формулу общего решения системы (1):

$$U^\pm(z) = e^{\Omega^\pm(z)}[(T(e^{-\Omega^\pm} F^\pm))(z) + \phi^\pm(z)], \quad z \in E^\pm,$$

$$\Omega^\pm(z) = (TA_0^\pm)(z) + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{a_0^\pm(t) \ln |t + \bar{z}|}{t - z} dt + a_0^\pm(z) \ln |z + \bar{z}|. \quad (2)$$

Здесь  $\phi^+(z), \phi^-(z)$  – произвольные функции аналитические в областях  $E^+, E^-$  соответственно,  $(TA_0^\pm)(z)$  – оператор Векуа. Для функций  $U^\pm(z)$ , удовлетворяющих уравнению (1) в  $E^+$  и  $E^-$ , рассмотрим задачу Римана

$$U^+(t) = G(t)U^-(t) + g(t), \quad t \in \Gamma, \quad (3)$$

с непрерывными по Гельдеру всюду на оси  $\Gamma$ , включая бесконечно удаленную точку, коэффициентом  $G(t)$  и правой частью  $g(t)$ . Данная задача сводится к краевой задаче Римана для функций  $\phi^\pm(z)$  аналитических в  $E^+$  и  $E^-$  с двумя точками завихрения логарифмического порядка. В классе ограниченных аналитических функций получена формула общего решения, которая с использованием формул (2) приводит к решению задачи (3). Проведено полное исследование картины разрешимости этой задачи.

- [1] Раджабов Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для обобщенной системы Коши–Римана с сингулярной линией // Докл. АН СССР, **267**:2 (1982), 300–305.
- [2] Солдатов А.П., Расулов А.Б. Краевая задача для обобщенного уравнения Коши–Римана с сингулярными коэффициентами // Дифференциальные уравнения, **52**:(5) (2016), 637–650.

## Омбилическая особенность решения системы уравнений одномерной газовой динамики

© Шавлуков А.М.

Башкирский государственный университет, г.Уфа, Россия  
Институт математики с ВЦ РАН, г. Уфа, Россия

Рассматривается типичная (с точки зрения математической теории катастроф) омбилическая особенность решения системы уравнений одномерной газовой динамики

$$\begin{cases} u_t + uu_x + \alpha(\rho)\rho_x = 0, \\ \rho_t + (\rho u)_x = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где функция  $\alpha(\rho) = \frac{p_\rho}{\rho}$  раскладывается в ряд Тейлора в окрестности точки  $\rho_* > 0$ . Здесь  $p(\rho)$  – уравнение состояния газа,  $\rho > 0$ .

В терминах инвариантов Римана

$$r = u + \int_0^\rho \frac{c}{\rho} d\rho, \quad l = u - \int_0^\rho \frac{c}{\rho} d\rho, \quad c^2 = p_\rho, \quad (2)$$