[1] Ефремова Л.С. Дифференциальные свойства и притягивающие множества простейшего косого произведения отображений интервала. Матем. сб. **201**:6 2010, 93–130.
[2] Ефремова Л.С. Динамика косых произведений отображений интервала. УМН. **72**:1 2017, 107-192.

Произведение Дюамеля в пространствах голоморфных функций

@ Иванова О.А.
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

В настоящее время довольно интенсивно изучается произведение Дюамеля в различных функциональных пространствах. В пространстве Фреше $H(Q)$ всех функций, голоморфных в звездной относительно точки 0 области $Q \subset \mathbb{C}$, произведение Дюамеля $(f * h)(z) = f(0)h(z) + \int\limits_0^z f'(\tau)h(z-\tau)d\tau$ было введено и изучено Н. Уигли [1]. В докладе идет речь о бинарных операциях в пространствах голоморфных функций, частным случаем которых является операция $*$. Схема введения такого умножения $*$ следующая. Пусть E — локально выпуклое пространство голоморфных функций, E' — его топологическое сопряженное. С помощью сдвигов, ассоциированных с одномерным возмущением оператора Поммье, действующего в E, в E' задается умножение $\otimes$, с которым E' является алгеброй. Преобразование Фурье-Лапласа или сопряженное к нему устанавливает алгебраический изоморфизм E' на пространство G. Произведение $*$ является реализацией $\otimes$ в G при таком изоморфизме. Рассматриваются следующие ситуации:
1) E — некоторое пространство целых (в $\mathbb{C}$) функций экспоненциального типа, G — пространство $H(Q)$ функций, голоморфных в выпуклой области Q, содержащей точку 0 [2], [3];
2) E — пространство Фреше $H(\Omega)$ функций, голоморфных в односвязной области Ω, содержащей точку 0; G — соответствующее пространство P_Ω целых функций экспоненциального типа [4].

[1] Wigley N. The Duhamel product of analytic functions // Duke Math. J. 1974. V. 41. P. 211–217.
[2] Ivanova O. A., Melikhov S. N. On invariant subspaces of the Pommiez operator in the spaces of entire functions of exponential type // J. Math. Sci. 2019. V. 241. № 6. P. 760–769.

[3] Ivanova O. A., Melikhov S. N. On the Commutant of the Generalized Backward Shift Operator in Weighted Spaces of Entire Functions // Trends in Mathematics: Operator Theory and Differential Equations. Editors: A.G. Kusraev, Z.D. Totieva. Birkhäuser. 2021. P. 37–48.

[4] Иванова О. А., Мелихов С. Н. Алгебры аналитических функционалов и обобщенное произведение Дюамеля // Владикавк. матем. журн. 2020. V. 22. № 3. C. 72–84.

Нули дзета-функции Римана и операторы Штурма–Лиувилля

@ Капустин В.В.

Санкт-Петербургское отделение математического института им.В.А.Стеклова РАН, г.Санкт-Петербург, Россия

Основным результатом доклада является следующая теорема.

Теорема. Пусть A — оператор Шрёдингера $Au = -u'' + qu$ на полуоси $\bigl(x_0, +\infty\bigr)$, где

$$x_0 = \log(4\pi), \qquad q(x) = \frac{1}{4}e^{2x} \pm \frac{1}{2}e^{x};$$

в точке x_0 наложено самосопряжённое граничное условие, причём спектр оператора A не содержит точку 0. Тогда существует одномерное возмущение оператора A^{-1}, спектр которого совпадает с множеством

$$\left\{\frac{4}{z^2} : \quad |\mathrm{Im}\, z| < \frac{1}{2}, \quad \zeta\left(\frac{1}{2} + iz\right) = 0\right\} \setminus \left\{\frac{4}{\nu^2}\right\},$$

где ν — вещественное число такое, что дзета-функция Римана ζ имеет простой ноль в точке $\frac{1}{2} + i\nu$.

Для доказательства явно строится пространство де Бранжа, содержащее кси-функцию Римана, делённую на многочлен третьей степени, и соответствующая ему каноническая система вида $J\dot{f}(t) = zH(t)f(t)$ с диагональным гамильтонианом H, представляющим собой локально суммируемую неотрицательную матричнозначную (2×2) функцию на полуоси. С каждой канонической системой естественно связаны гильбертово пространство и оператор в нём. Квадрат оператора такой канонической системы представялет собой прямую сумму двух операторов Штурма–Лиувилля.