acts in the antisymmetric Fo'ck space $\mathtt{H}_{as}$. Let φ_0 be the vacuum vector in the space $\mathtt{H}_{as}$. The third triplet state corresponds basic functions $t^3_{n,k,p,q\in Z^\nu} = a^+_{n,\uparrow}a^+_{k,\downarrow}a^+_{p,\uparrow}a^+_{q,\uparrow}\varphi_0$. We denote via $\mathtt{H}^t_3$ the subspace, corresponding to the third triplet state, via H^t_3 denote the restriction of operator H to the subspace $\mathtt{H}^t_3$.

Theorem 1. Let $\nu = 1$, and $\varepsilon_2 = -B$, and $\varepsilon_1 < -2B$ (respectively, $\varepsilon_2 = -B$, and $\varepsilon_1 > 2B$). Then the essential spectrum of the operator H^t_3 is consists of the union of no more than eight segments: $\sigma_{ess}(H^t_3) = [4A-8B, 4A+8B] \cup [3A-6B+z, 3A-6B+z] \cup [2A-4B+2z, 2A+4B+2z] \cup [A-2B+3z, A+2B+3z] \cup [2A-4B+z_3, 2A+4B+z_3] \cup [2A-4B+z_4, 2A+4B+z_4] \cup [A-2B+z+z_3, A+2B+z+z_3] \cup [A-2B+z+z_4, A+2B+z+z_4]$, and discrete spectrum of the operator H^t_3 is consists of a no more than three eigenvalues: $\sigma_{disc}(H^t_3) = \{4z, 2z+z_3, 2z+z_4\}$, where $z = A+\varepsilon_1$, and z_3, and z_4 are the additional eigenvalues of the operator H^t_3.

Theorem 2. Let $\nu = 1$, and $\varepsilon_2 > 0$, and $-\frac{2(\varepsilon_2^2+2B\varepsilon_2)}{B} < \varepsilon_1 < \frac{2(\varepsilon_2^2+2B\varepsilon_2)}{B}$ (respectively, $\varepsilon_2 < -2B$, and $-\frac{2(\varepsilon_2^2+2B\varepsilon_2)}{B} < \varepsilon_1 < \frac{2(\varepsilon_2^2+2B\varepsilon_2)}{B}$). Then the essential spectrum of the operator H^t_1 is consists of the union of ten or of thirteen, or of sixteen segments, and discrete spectrum of the operator H^t_1 is consists of a four, or seven, or ten eigenvalues.

Theorem 3. Let $\nu = 1$, and $-2B < \varepsilon_2 < 0$. Then the essential spectrum of the operator H^t_3 is consists of a union of no more than three segments, and discrete spectrum of the operator H^t_3 is empty set.

[1] Tashpulatov S. M. The structure of essential spectra and discrete spectrum of four-electron systems in the Hubbard model in a singlet state. Lobachevskii Journal of Mathematics.2017. V. 38 (3). P. 530-541.

Эффективное равновесное состояние для резонансных наблюдаемых

@ Теретёнков А.Е.

Отдел математических методов квантовых технологий,
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, г. Москва, Россия

Пусть динамика квантовой системы описывается гамильтонианом вида $H(\lambda) = H_0 + \lambda H_I$, где H_0 будем называть свободным гамильтонианом, а H_I — гамильтонианом взаимодействия. Будем рассматривать зависящие от времени наблюдаемые вида $A(t) = e^{-iH_0t}Ae^{iH_0t}$ в представлении Шрёдингера, то есть такие, что в представлении взаимодействия они являются постоянными. Будем называть такие наблюдаемые резонансными.

Для описания поведения таких наблюдаемых на больших временах оказывается полезным состояние $\mathcal{P}\rho_\beta(\lambda)$ (эффективное равновесное состояние), где $\mathcal{P}$ — проектор, связанный с усреднением по свободной динамике

$$\mathcal{P}\rho = \lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T}\int_0^T e^{iH_0t}\rho e^{-iH_0t}dt,$$

а $\rho_\beta(\lambda)$ — гиббсовское состояние с обратной температурой β, соответствующее гамильтониану $H(\lambda)$. Если представить эффективное равновесное состояние в виде, подобном гиббсовскому

$$\mathcal{P}\rho_\beta(\lambda) = \frac{1}{Z}e^{-\beta\tilde{H}_\beta(\lambda)}, \qquad Z = \operatorname{Tr} e^{-\beta\tilde{H}_\beta(\lambda)},$$

где $\tilde{H}_\beta(\lambda)$ — некоторый эффективный гамильтониан, то возникает естественная задача вычисления асимптотического разложения $\tilde{H}_\beta(\lambda)$ по степеням λ при $\lambda \to 0$. Если ограничиться случаем, когда как H_0, так и H_I — ограниченные операторы, то верна следующая теорема.

Теорема. Коэффициенты разложения $\tilde{H}_\beta(\lambda) = H_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\lambda^n\kappa_n$ определяются формулами (при условии конечности интергаллов ниже)

$$\kappa_n \equiv -\beta^{-1}\sum_{k_0+\dots+k_m=n, k_0\geqslant 1}\frac{(-1)^m}{m+1}\mathcal{M}_{k_0}(\beta)\mathcal{M}_{k_1}(\beta)\cdots\mathcal{M}_{k_m}(\beta),$$

$$\mathcal{M}_k(\beta) \equiv (-1)^k\int_0^\beta d\beta_1\dots\int_0^{\beta_{k-1}}d\beta_k\mathcal{P}H_I(\beta_1)\dots H_I(\beta_k),$$

$$H_I(\beta) \equiv e^{\beta H_0}H_Ie^{-\beta H_0}.$$

Будет также рассмотрен ряд следствий и приложений данного результата.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (соглашение No 075-15-2020-788).