Об одном обобщении теоремы Маркова

Сергей П. Суетин

Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук, Москва

Встреча-конференция, посвященная памяти академика А. А. Гончара, 29 марта 2022 г., МСЦ РАН, Москва

Теорема Маркова

Пусть

$$f = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{z^{k+1}}, \tag{1}$$

$$R = \varlimsup_{k=0} |c_k|^{1/k}, \qquad 0 < R < \infty.$$

Теорема Маркова

Пусть

$$f = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{z^{k+1}}, \tag{1}$$

$$R = \varlimsup_{k=0} |c_k|^{1/k}, \qquad 0 < R < \infty.$$

Задача "эффективного/конструктивного" мероморфного продолжения ("суммирования") ряда f за пределы $|z| > R$.

Теорема Маркова

$$f=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{z^{k+1}},\ \text{если}\ H_n=\begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n+1} \\ \hdotsfor{4} \\ c_n & c_{n+1} & \dots & c_{2n} \end{vmatrix}\neq 0$$

$\forall n=0,1,\dots$

Теорема Маркова

$$f=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{z^{k+1}},\ \text{если}\ H_n=\begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_n & c_{n+1} & \dots & c_{2n} \end{vmatrix}\neq 0$$

$\forall n=0,1,\dots \implies$ с помощью классического алгоритма Евклида ряду f сопоставляется чебышёвская непрерывная дробь:

$$f(z)=\frac{a_1}{z-b_1-f^{(1)}(z)}=\frac{a_1}{z-b_1-\cfrac{a_2}{z-b_2-f^{(2)}(z)}}$$

$$\sim\frac{a_1}{z-b_1-\cfrac{a_2}{z-b_2-\cfrac{a_3}{\ddots}}},\qquad \begin{aligned}&a_1=c_0\neq 0,\\ &a_n\neq 0,\ n=2,3,\dots.\end{aligned}$$

Теорема Маркова

П. Л. Чебышёв [1] (1855 г.): $f(z) = \widehat{\mu}(z)$

$$\widehat{\mu}(z) := \int_S \frac{d\mu(x)}{z-x}, \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus S, \quad S := \operatorname{supp}\mu,$$

μ – мера с бесконечным носителем $S \Subset \mathbb{R}$,

Теорема Маркова

П. Л. Чебышёв [1] (1855 г.): $f(z) = \widehat{\mu}(z)$

$$\widehat{\mu}(z) := \int_S \frac{d\mu(x)}{z-x}, \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus S, \quad S := \operatorname{supp}\mu,$$

μ – мера с бесконечным носителем $S \Subset \mathbb{R}$,

$$\widehat{\mu}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{s_k}{z^{k+1}}, \quad s_k := \int x^k \, d\mu(x), \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$H_n \neq 0 \Rightarrow \widehat{\mu}(z) \sim \cfrac{a_1}{z - b_1 - \cfrac{a_2}{z - b_2 - \cfrac{a_3}{\ddots}}},$$

$a_1 = s_0 = \mu(\mathbb{R})$, все $a_k > 0$, $b_k \in \mathbb{R}$.

Теорема Маркова

$C_n(z) = P_n(z)/Q_n(z)$ – n-я подходящая дробь (для $f = \widehat{\mu}$):

$$\frac{P_n}{Q_n}(z) := \cfrac{a_1}{z - b_1 - \cfrac{a_2}{z - b_2 - \cfrac{a_3}{\cfrac{\ddots}{z - b_{n-1} - \cfrac{a_n}{z - b_n}}}}}$$

Теорема Маркова

$C_n(z) = P_n(z)/Q_n(z)$ – n-я подходящая дробь (для $f = \widehat{\mu}$):

$$\frac{P_n}{Q_n}(z) := \cfrac{a_1}{z - b_1 - \cfrac{a_2}{z - b_2 - \cfrac{a_3}{\ddots \over z - b_{n-1} - \cfrac{a_n}{z - b_n}}}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_n}{Q_n}(z) = \frac{s_0}{z} + \frac{s_1}{z^2} + \dots + \frac{s_{2n-1}}{z^{2n}} + O\left(\frac{1}{z^{2n+1}}\right),\ z \to \infty,$$

$\Rightarrow P_n/Q_n = [n/n]_{\widehat{\mu}}$ – диагональная аппроксимация Паде ряда

$$\widehat{\mu}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{s_k}{z^{k+1}}.$$

Теорема Маркова

Полиномы Q_n: $\deg Q_n = n$, если $Q_n(z) = z^n + \cdots \implies$

$$Q_n(z) = \frac{1}{H_{n-1}} \begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n+1} \\ \hdotsfor{4} \\ c_{n-1} & c_n & \dots & c_{2n-1} \\ 1 & z & \dots & z^n \end{vmatrix}, \qquad n = 1, \dots,$$

$$\int Q_n(x) x^k \, d\mu(x) = 0, \qquad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Теорема Маркова

Полиномы Q_n: $\deg Q_n = n$, если $Q_n(z) = z^n + \cdots \implies$

$$Q_n(z) = \frac{1}{H_{n-1}} \begin{vmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_n \\ c_1 & c_2 & \dots & c_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n-1} & c_n & \dots & c_{2n-1} \\ 1 & z & \dots & z^n \end{vmatrix}, \quad n = 1, \dots,$$

$$\int Q_n(x) x^k \, d\mu(x) = 0, \qquad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

П. Л. Чебышёв открыл (1855) общие ортогональные многочлены Q_n: они возникли как знаменатели n-ых подходящих дробей P_n/Q_n к чебышёвской непрерывной дроби для $f = \widehat{\mu}$.

Теорема Маркова

П. Л. Чебышёв [1] (1855 г.): воспроизводящее ядро Сегё, формула Кристоффеля–Дарбу и т.д.

Теорема Маркова

П. Л. Чебышёв [1] (1855 г.): воспроизводящее ядро Сегё, формула Кристоффеля–Дарбу и т.д.

Г. Сегё [2]: "Исторически ортогональные многочлены …впервые рассматривались в теории непрерывных дробей. Эта связь очень важна и является одной из возможных отправных точек при исследовании ортогональных многочленов (см. П. Л. Чебышёв, …)."

Теорема Маркова

Сходимость

А. А. Марков [4] (1895): $\widehat{\mu}(z) := \int_S \frac{d\mu(x)}{z-x} \Longrightarrow$

$$\frac{P_n}{Q_n}(z) \xrightarrow{\text{loc}} f(z), \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus [\alpha,\beta],\ [\alpha,\beta] = \operatorname{conv}(S).$$

Теорема Маркова

Сходимость

А. А. Марков [4] (1895): $\widehat{\mu}(z) := \int_S \frac{d\mu(x)}{z-x} \Longrightarrow$

$$\frac{P_n}{Q_n}(z) \xrightarrow{\text{loc}} f(z), \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus [\alpha,\beta],\ [\alpha,\beta] = \operatorname{conv}(S).$$

$\operatorname{supp}\mu = [\alpha,\beta]$, $d\mu(x) = \rho(x)\,dx$, $\rho > 0$ п.в. на $[\alpha,\beta] \Longrightarrow$ нули Q_n, $x_{n,1},\dots,x_{n,n}$, восстанавливают $[\alpha,\beta]$:

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\delta_{x_{n,j}} \xrightarrow{*} \lambda_{[\alpha,\beta]}, \qquad d\lambda_{[-1,1]} = \frac{1}{\pi}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Теорема Маркова

$f \in \mathcal{H}(\infty)$ – произвольный росток ($f \notin \mathbb{C}(z)$)
$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \exists P_n, Q_n$, $\deg P_n \leqslant n-1$, $\deg Q_n \leqslant n$, $Q_n \not\equiv 0$,

$$(Q_n f - P_n)(z) = O\left(\frac{1}{z^{n+1}}\right), \quad z \to \infty. \tag{2}$$

Теорема Маркова

$f \in \mathcal{H}(\infty)$ – произвольный росток ($f \notin \mathbb{C}(z)$)
$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \exists P_n, Q_n$, $\deg P_n \leqslant n-1$, $\deg Q_n \leqslant n$, $Q_n \not\equiv 0$,

$$(Q_n f - P_n)(z) = O\left(\frac{1}{z^{n+1}}\right), \quad z \to \infty. \tag{2}$$

$$(Q_n f)(z) = * \cdot z^{n-1} + \dots + * \cdot z^0 + 0 \cdot \frac{1}{z} + \dots + 0 \cdot \frac{1}{z^n} + \dots .$$

Теорема Маркова

$f \in \mathcal{H}(\infty)$ – произвольный росток ($f \notin \mathbb{C}(z)$)
$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} \quad \exists P_n, Q_n$, $\deg P_n \leqslant n-1$, $\deg Q_n \leqslant n$, $Q_n \not\equiv 0$,

$$(Q_n f - P_n)(z) = O\left(\frac{1}{z^{n+1}}\right), \quad z \to \infty. \tag{2}$$

$$(Q_n f)(z) = * \cdot z^{n-1} + \dots + * \cdot z^0 + 0 \cdot \frac{1}{z} + \dots + 0 \cdot \frac{1}{z^n} + \dots .$$

$[n/n]_f := P_n/Q_n$ – диагональная аппроксимация Паде ряда f.
(2) $\Longrightarrow [n/n]_f$ строится по $c_0, c_1, \dots, c_{2n-1}$, т.е. по $S_{2n}(z; f)$.
Для нормальных индексов $n \in \Lambda = \Lambda(f) \subseteq \mathbb{N}$

$$[n/n]_f(z) = \frac{c_0}{z} + \frac{c_1}{z^2} + \dots + \frac{c_{2n-1}}{z^{2n}} + O\left(\frac{1}{z^{2n+1}}\right), \quad z \to \infty.$$

Математический сборник (новая серия)

RUS ENG ЖУРНАЛЫ ПЕРСОНАЛИИ ОРГАНИЗАЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ СЕМИНАРЫ ВИДЕОТЕКА ПАКЕТ AMSBIB

- Общая информация
- Последний выпуск
- Скоро в журнале
- Архив
- Импакт-фактор
- Подписка
- Правила для авторов
- Лицензионный договор
- Загрузить рукопись
- Историческая справка

Поиск публикаций

Поиск ссылок

RSS

Последний выпуск

Текущие выпуски

Архивные выпуски

Что такое RSS

Матем. сб.:

Год:

Том:

Выпуск:

Матем. сб., 1975, том 97(139), номер 4(8), страницы 607–629
(Mi msb3802)

Эта публикация цитируется в *88* научных статьях (всего в *90* статьях)

О сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций

А. А. Гончар

Аннотация: В работе рассмотрен вопрос о сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций.
Библиография: 13 названий.

- **Полный текст:** PDF файл (1097 kB)
- **Список литературы:** PDF файл HTML файл

Англоязычная версия:
Mathematics of the USSR-Sbornik, 1975, **26**:4, 555–575

Реферативные базы данных: MathSciNet ZentralMATH

44

	44	Total citations
	3	Recent citations
	n/a	Field Citation Ratio
	n/a	Relative Citation Ratio

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

"One-Ninth" Constant,

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

"One-Ninth" Constant,

Richard Steven Varga (October 9, 1928 – February 25, 2022)

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

"One-Ninth" Constant,

Richard Steven Varga (October 9, 1928 – February 25, 2022)

$\Longrightarrow$ "Varga's Constant",

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

"One-Ninth" Constant,

Richard Steven Varga (October 9, 1928 – February 25, 2022)

$\Longrightarrow$ "Varga's Constant",

Гончар–Рахманов, 1986

$\Longrightarrow$ "Halphen Constant",

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986), GRS-method

"One-Ninth" Constant,

Richard Steven Varga (October 9, 1928 – February 25, 2022)

$\Longrightarrow$ "Varga's Constant",

Гончар–Рахманов, 1986

$\Longrightarrow$ "Halphen Constant",

Wolfram MathWorld, One-NinthConstant

https://mathworld.wolfram.com/One-NinthConstant.html

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986)

А. А. Гончар [5] (1975): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$, $\operatorname{supp}\mu = [\alpha, \beta] =: \Delta$, $\mu' = d\mu/dx > 0$ на Δ, $r(z) \in \mathbb{C}(z)$ – комплексная рациональная функция, $r \in \mathcal{H}(\Delta)$, $r(\infty) = 0 \Longrightarrow$

$$[n/n]_f(z) \xrightarrow{\text{sph}} f(z), \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus \Delta,$$

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986)

А. А. Гончар [5] (1975): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$, $\operatorname{supp}\mu = [\alpha, \beta] =: \Delta$, $\mu' = d\mu/dx > 0$ на Δ, $r(z) \in \mathbb{C}(z)$ – комплексная рациональная функция, $r \in \mathcal{H}(\Delta)$, $r(\infty) = 0 \Longrightarrow$

$$[n/n]_f(z) \xrightarrow{\text{sph}} f(z), \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus \Delta,$$

$\Rightarrow \forall$ полюс f кратности m притягивает ровно m полюсов $[n/n]_f$; остальные полюсы $[n/n]_f$ притягиваются к Δ;

$$f(z) \overset{\text{sph}}{=} [n_0/n_0]_f(z) + \sum_{k=n_0}^{\infty} \frac{A_k}{(Q_k Q_{k+1})(z)}, \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus \Delta. \tag{3}$$

Теорема Маркова

Гончар–Наттолл–Шталь–Гончар (1975–1986)

А. А. Гончар [5] (1975): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$, $\operatorname{supp}\mu = [\alpha,\beta] =: \Delta$, $\mu' = d\mu/dx > 0$ на Δ, $r(z) \in \mathbb{C}(z)$ – комплексная рациональная функция, $r \in \mathcal{H}(\Delta)$, $r(\infty) = 0 \Longrightarrow$

$$[n/n]_f(z) \xrightarrow{\text{sph}} f(z), \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus \Delta,$$

$\Rightarrow \forall$ полюс f кратности m притягивает ровно m полюсов $[n/n]_f$; остальные полюсы $[n/n]_f$ притягиваются к Δ;

$$f(z) \overset{\text{sph}}{=} [n_0/n_0]_f(z) + \sum_{k=n_0}^{\infty} \frac{A_k}{(Q_k Q_{k+1})(z)}, \quad z \in \widehat{\mathbb{C}} \setminus \Delta. \qquad (3)$$

(3): АП $\Longrightarrow$ нелинейный метод суммирования f за пределами $|z| > R$.

Математический сборник (новая серия)

- Общая информация
- Последний выпуск
- Скоро в журнале
- Архив
- Импакт-фактор
- Подписка
- Правила для авторов
- Лицензионный договор
- Загрузить рукопись
- Историческая справка

Поиск публикаций
Поиск ссылок

RSS
Последний выпуск
Текущие выпуски
Архивные выпуски
Что такое RSS

Матем. сб.:
Год:
Том:
Выпуск:

Матем. сб., 1975, том 97(139), номер 4(8), страницы 607–629
(Mi msb3802)

О сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций

А. А. Гончар

Аннотация: В работе рассмотрен вопрос о сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций.
Библиография: 13 названий.

- **Полный текст:** PDF файл (1097 kB)
- **Список литературы:** PDF файл HTML файл

Англоязычная версия:
Mathematics of the USSR-Sbornik, 1975, **26**:4, 555–575

Реферативные базы данных: MathSciNet ZentralMATH

1. Duenas H. Fuentes E. Garza L.E., "Matrix Uvarov Transformation on the Unit Circle: Asymptotic Properties", *Bull. Malays. Math. Sci. Soc.*
2. А. А. Гончар, "О сходимости обобщенных аппроксимаций Паде мероморфных функций", *Матем. сб.*, **98(140)**:4(12) (1975), 564–577; A. A. Gonchar, "On the convergence of generalized Padé approximants of meromorphic functions", *Math. USSR-Sb.*, **27**:4 (1975), 503–514
3. Е. М. Никишин, "О сходимости диагональных аппроксимаций Паде для некоторых функций", *Матем. сб.*, **101(143)**:2(10) (1976), 280–292; E. M. Nikishin, "On the convergence of diagonal Padé approximants for certain functions", *Math. USSR-Sb.*, **30**:2 (1976), 249–260
4. Е. А. Рахманов, "О сходимости диагональных аппроксимаций Паде", *Матем. сб.*, **104(146)**:2(10) (1977), 271–291; E. A. Rakhmanov, "Convergence of diagonal Padé approximants", *Math. USSR-Sb.*, **33**:2 (1977), 243–260
5. Е. А. Рахманов, "Об асимптотике отношения ортогональных многочленов", *Матем. сб.*, **103(145)**:2(6) (1977), 237–252; E. A. Rakhmanov, "On the asymptotics of the ratio of orthogonal polynomials", *Math. USSR-Sb.*, **32**:2 (1977), 199–213
6. В. К. Дзядык, Л. И. Филозоф, "О скорости сходимости аппроксимаций Паде для некоторых элементарных функций", *Матем. сб.*, **107(149)**:3(11) (1978), 347–363; V. K. Dzyadyk, L. I. Filozof, "The rate of convergence of Padé approximants for some elementary functions", *Math. USSR-Sb.*, **35**:5 (1979), 615–629
7. Р. К. Ковачева, "Обобщенные аппроксимации Паде и мероморфное продолжение функций", *Матем. сб.*, **109(151)**:3(7) (1979), 365–377; R. K. Kovacheva, "Generalized Padé approximants and meromorphic continuation of functions", *Math. USSR-Sb.*, **37**:3 (1980), 337–348
8. А. А. Гончар, К. Н. Лунгу, "Полюсы диагональных аппроксимаций Паде и аналитическое продолжение функций", *Матем. сб.*, **111(153)**:2 (1980), 279–292; A. A. Gonchar, K. N. Lungu, "Poles of diagonal Padé approximants and the analytic continuation of functions", *Math. USSR-Sb.*, **39**:2 (1981), 255–266

"Methods of analytical continuation of the generalized hypergeometric functions ${}_pF_{p-1}(a_1,\dots,a_p;b_1,\dots,b_{p-1};z)$", *Comput. Math. Math. Phys.*, **44**:7 (2004), 1102–1123

46. C. Díaz-Mendoza, P. González-Vera, R. Orive, "On the convergence of two-point partial Padé approximants for meromorphic functions of Stieltjes type", *Applied Numerical Mathematics*, **53**:1 (2005), 39
47. Damanik D., Simon B., "Jost functions and Jost solutions for Jacobi matrices, I. A necessary and sufficient condition for Szegő asymptotics", *Invent. Math.*, **165**:1 (2006), 1–50
48. С. П. Суетин, "Спектральные свойства некоторого класса дискретных операторов Штурма–Лиувилля", *УМН*, **61**:2(368) (2006), 171–172; S. P. Suetin, "Spectral properties of a class of discrete Sturm–Liouville operators", *Russian Math. Surveys*, **61**:2 (2006), 365–367
49. С. П. Суетин, "Сравнительная асимптотика решений и формулы следов для некоторого класса разностных уравнений", Совр. пробл. матем., **6**, МИАН, М., 2006, 3–74; S. P. Suetin, "Comparative Asymptotic Behavior of Solutions and Trace Formulas for a Class of Difference Equations", *Proc. Steklov Inst. Math.*, **272**, suppl. 2 (2011), S96–S137
50. Boris P. Osilenker, "Generalized trace formula and asymptotics of the averaged Turan determinant for polynomials orthogonal with a discrete Sobolev inner product", *Journal of Approximation Theory*, **141**:1 (2006), 70
51. С. П. Суетин, "О формулах следов для некоторого класса операторов Якоби", *Матем. сб.*, **198**:6 (2007), 107–138; S. P. Suetin, "Trace formulae for a class of Jacobi operators", *Sb. Math.*, **198**:6 (2007), 857–885
52. С. П. Суетин, "Сильная асимптотика нулей многочленов, ортогональных относительно комплексного веса", *УМН*, **62**:4(376) (2007), 177–178; S. P. Suetin, "Strong asymptotics of zeros of polynomials orthogonal with respect to a complex-valued weight", *Russian Math. Surveys*, **62**:4 (2007), 823–825
53. Б. П. Осиленкер, "Об одной экстремальной задаче для алгебраических полиномов в симметричном дискретном пространстве Гегенбауэра–Соболева", *Матем. заметки*, **82**:3 (2007), 411–425; B. P. Osilenker, "An Extremal Problem for Algebraic Polynomials in the Symmetric Discrete Gegenbauer–Sobolev

приложения, Сборник статей. К 100-летию со дня рождения Бориса Владимировича Шабата, 85-летию со дня рождения Анатолия Георгиевича Витушкина и 85-летию со дня рождения Андрея Александровича Гончара, Труды МИАН, **298**, МАИК «Наука/Интерпериодика», М., 2017, 165–184; G. López Lagomasino, Y. Zaldivar Gerpe, "Inverse Results on Row Sequences of Hermite–Padé Approximation", *Proc. Steklov Inst. Math.*, **298** (2017), 152–169

84. И. И. Шарапудинов, "Системы функций, ортогональные по Соболеву, ассоциированные с ортогональной системой", *Изв. РАН. Сер. матем.*, **82**:1 (2018), 225–258; I. I. Sharapudinov, "Sobolev-orthogonal systems of functions associated with an orthogonal system", *Izv. Math.*, **82**:1 (2018), 212–244
85. Sharapudinov I.I., Magomed-Kasumov M.G., "On Representation of a Solution to the Cauchy Problem By a Fourier Series in Sobolev-Orthogonal Polynomials Generated By Laguerre Polynomials", *Differ. Equ.*, **54**:1 (2018), 49–66
86. И. И. Шарапудинов, "Ортогональные по Соболеву полиномы, порожденные полиномами Якоби и Лежандра, и специальные ряды со свойством прилипания их частичных сумм", *Матем. сб.*, **209**:9 (2018), 142–170; I. I. Sharapudinov, "Sobolev orthogonal polynomials generated by Jacobi and Legendre polynomials, and special series with the sticking property for their partial sums", *Sb. Math.*, **209**:9 (2018), 1390–1417
87. Lopez Lagomasino G. Medina Peralta S. Szmigielski J., "Mixed Type Hermite-Pade Approximation Inspired By the Degasperis-Procesi Equation", *Adv. Math.*, **349** (2019), 813–838
88. И. И. Шарапудинов, "Ортогональные по Соболеву системы функций и некоторые их приложения", *УМН*, **74**:4(448) (2019), 87–164; I. I. Sharapudinov, "Sobolev-orthogonal systems of functions and some of their applications", *Russian Math. Surveys*, **74**:4 (2019), 659–733
89. Diaz-Gonzalez A. Pijeira-Cabrera H. Perez-Yzquierdo I., "Rational Approximation and Sobolev-Type Orthogonality", *J. Approx. Theory*, **260** (2020), 105481
90. Bosuwan N., "On Row Sequences of Hermite-Pade Approximation and Its Generalizations", *Mathematics*, **8**:3 (2020)

Математический сборник (новая серия)

Матем. сб., 1977, *том 103(145), номер 2(6), страницы 237–252*
(Mi msb2806)

Об асимптотике отношения ортогональных многочленов

Е. А. Рахманов

Аннотация: Получены условия существования “внешней” асимптотики ортогональных многочленов. Показано, в частности, что если $\rho' > 0$ почти всюду на отрезке $[-1,1]$ ($\rho(x)$ – неубывающая функция на $[-1,1]$), то для соответствующих ортонормированных многочленов справедливо соотношение $\dfrac{P_{n+1}(z)}{P_n(z)} \rightrightarrows z+\sqrt{z^2-1}$ внутри $\mathbf{C}\setminus[-1,1]$. Ветвь корня выбрана так, что $|z+\sqrt{z^2-1}|>1$ в указанной области.
Библиография: 6 названий.

- **Полный текст:** PDF файл (1137 kB)
- **Список литературы:** PDF файл HTML файл

Англоязычная версия:
Mathematics of the USSR-Sbornik, 1977, **32**:2, 199–213 doi

Реферативные базы данных: MathSciNet zentralMATH WEB OF SCIENCE

Математический сборник (новая серия)

RUS ENG ЖУРНАЛЫ ПЕРСОНАЛИИ ОРГАНИЗАЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ СЕМИНАРЫ ВИДЕОТЕКА ПАКЕТ AMSBIB

- Общая информация
- Последний выпуск
- Скоро в журнале
- Архив
- Импакт-фактор
- Подписка
- Правила для авторов
- Лицензионный договор
- Загрузить рукопись
- Историческая справка

Поиск публикаций

Поиск ссылок

RSS

Последний выпуск

Текущие выпуски

Архивные выпуски

Что такое RSS

Матем. сб., 1977, *том 104(146), номер 2(10),*
страницы 271–291 (Mi msb3878)

Эта публикация цитируется в ***41*** научных статьях (всего в *41* статьях)

О сходимости диагональных аппроксимаций Паде

Е. А. Рахманов

Аннотация: Пусть μ – положительная мера с носителем, компактно принадлежащим $\mathbf{R}$, и

$$\widehat{\mu}(z) = \int (z-x)^{-1}\, d\mu(x).$$

Изучается сходимость диагональных аппроксимаций Паде для мероморфных функций вида $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$, где $r(z)$ – рациональная функция.
Библиография: 6 названий.

- **Полный текст:** PDF файл (2679 kB)
- **Список литературы:** PDF файл HTML файл

Англоязычная версия:
Mathematics of the USSR-Sbornik, 1977, **33**:2, 243–260

Матем. сб.:
Год:
Том:
Выпуск:

Теорема Маркова

Уточнение Теоремы Гончара, 1975

А. А. Гончар, С. П.С. (2004):

Теорема Маркова

Уточнение Теоремы Гончара, 1975

А. А. Гончар, С. П.С. (2004): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$,

$$d\mu(x) = \frac{\rho(x)\,dx}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}}, \quad \rho\colon \Delta \to \mathbb{C} \setminus \{0\},\ \rho \in \mathcal{H}(\Delta),$$

Теорема Маркова

Уточнение Теоремы Гончара, 1975

А. А. Гончар, С. П.С. (2004): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$,

$$d\mu(x) = \frac{\rho(x)\,dx}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}}, \quad \rho\colon \Delta \to \mathbb{C} \setminus \{0\},\ \rho \in \mathcal{H}(\Delta),$$

$\Longrightarrow$ в малой окрестности m-кратного полюса $z = a$ функции $f = \widehat{\mu} + r$ полюсы $[n/n]_f$ асимптотически располагаются в вершинах правильного m-угольника:

Теорема Маркова

Уточнение Теоремы Гончара, 1975

А. А. Гончар, С. П.С. (2004): $f(z) = \widehat{\mu}(z) + r(z)$,

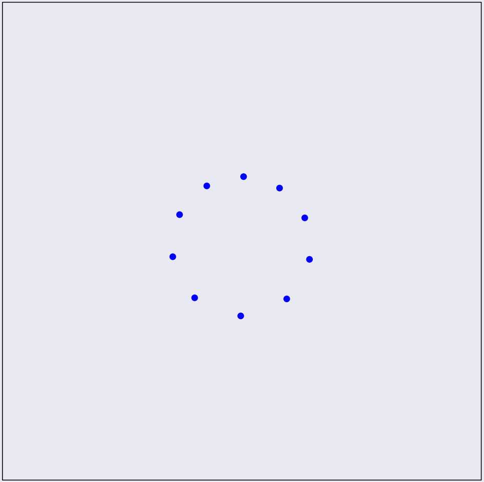
$$d\mu(x) = \frac{\rho(x)\,dx}{\sqrt{(x-\alpha)(x-\beta)}}, \quad \rho\colon \Delta \to \mathbb{C}\setminus\{0\},\ \rho \in \mathcal{H}(\Delta),$$

$\Longrightarrow$ в малой окрестности m-кратного полюса $z = a$ функции $f = \widehat{\mu} + r$ полюсы $[n/n]_f$ асимптотически располагаются в вершинах правильного m-угольника:

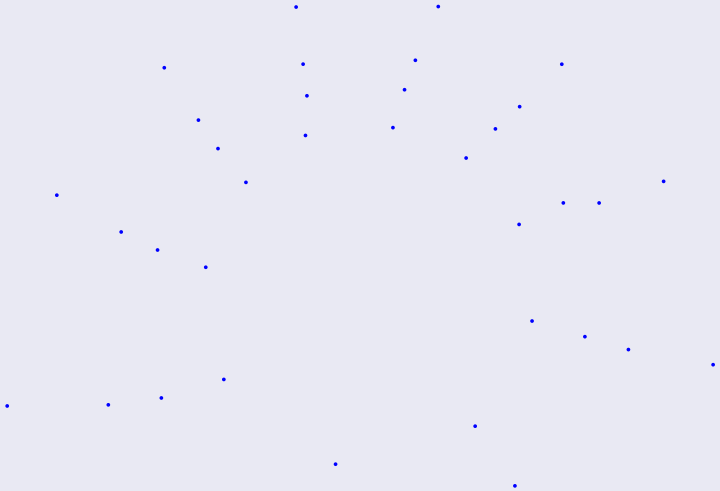
$$a_j(n) = a + \frac{C\varepsilon^j}{B^n}\bigl(1 + o(\delta^n)\bigr), \qquad n \to \infty,\ j = 1, \dots, m, \tag{4}$$

$\delta \in (0,1)$, $\varepsilon = e^{2\pi i/m}$ $(\varepsilon^m = 1)$, $B = B(a)$, $|B| > 1$.

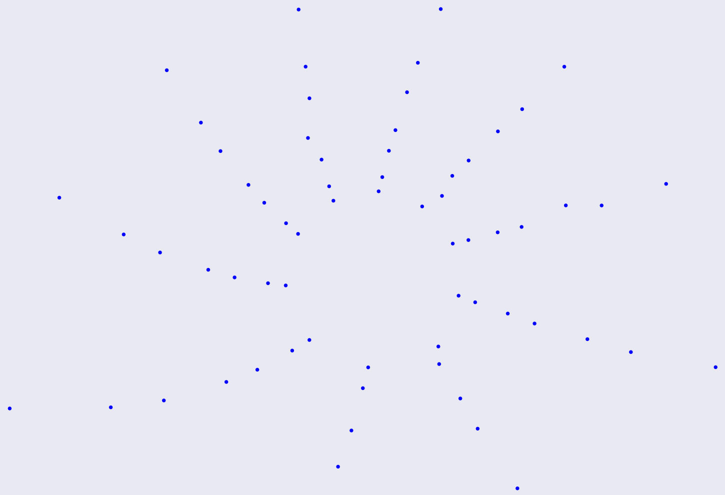
Теорема Маркова



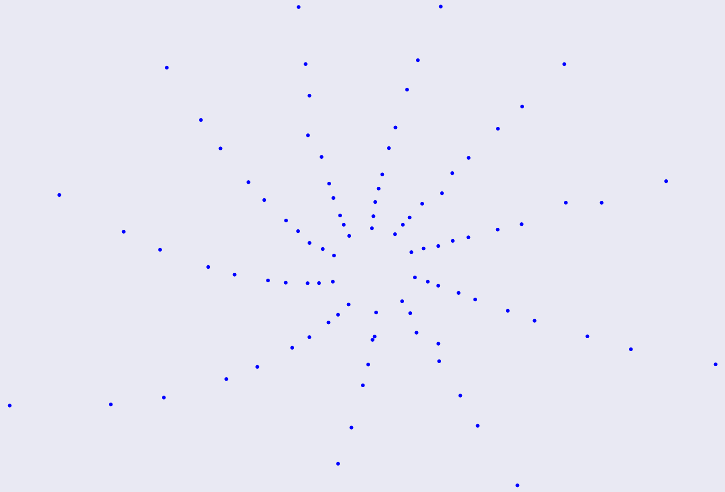
Теорема Маркова



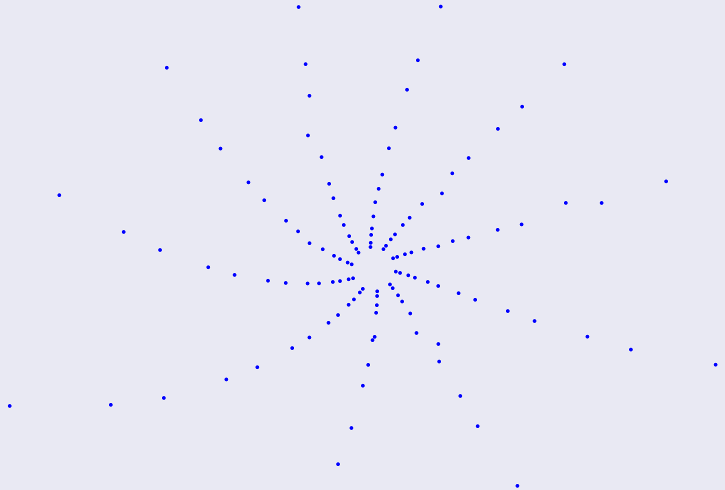
Теорема Маркова



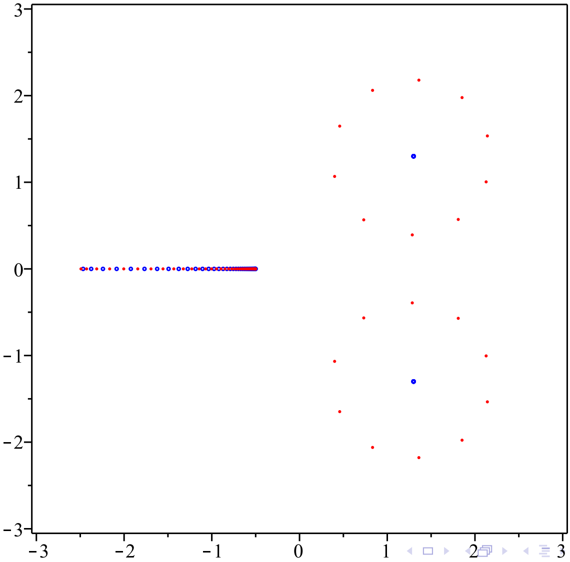
Теорема Маркова



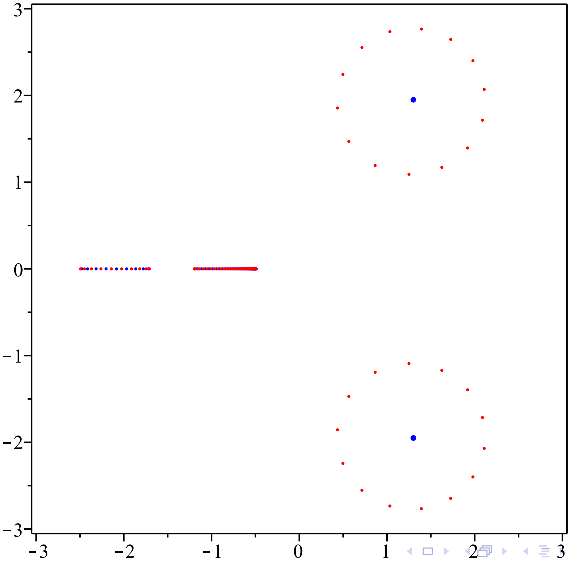
Теорема Маркова



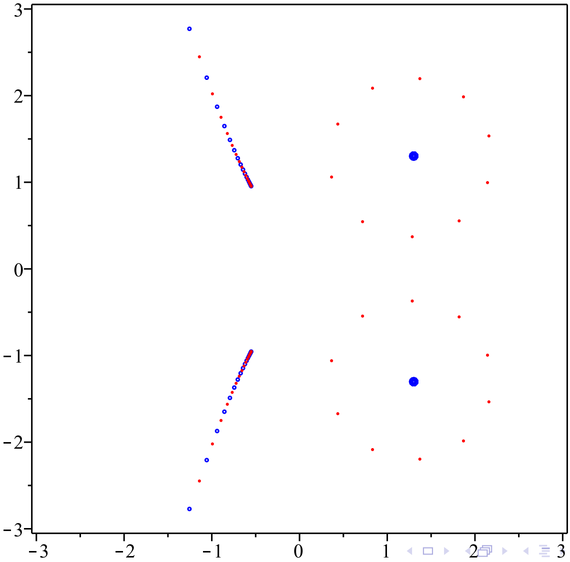
Теорема Маркова



Теорема Маркова



Теорема Маркова



Теорема Маркова

[1] П. Л. Чебышёв, "О непрерывных дробях", Ученые записки Имп. Академии Наук, III (1855), 636–664; P. Tchébycheff, "Sur les fractions continues", Journ. de math. pures et appl. Sér. 2, 3 (1858), 289–323.

[2] Г. Сегё, Ортогональные многочлены, Физматгиз, М., 1962.

[3] P. Tchébycheff, "Sur le dévelopment des fonctions à une seule variable", Bull. Acad. Sci. St.-Pétersb. cl. phys.-math., 1 (1860), 193–200.

[4] A. Markoff, "Deux démonstrations de la convergence de certaines fractions continues", Acta Math., 19 (1895), 93–104.

[5] А. А. Гончар, "О сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций", Матем. сб., 97(139):4(8) (1975), 607–629.

Теорема Маркова

Спасибо за внимание!