В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ,
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ

ЖУРАЕВ ТУРСУНБОЙ ФАЙЗИЕВИЧ

БАЪЗИ КОВАРИАНТ ФУНКТОРЛАРНИНГ ҚИЙМАТИ БЎЛГАН ФАЗОЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

01.01.04-геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2021

УДК: 515.12

Докторлик (DSc) диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской (DSc) диссертации
Content of the abstract of doctoral (DSc) dissertation

В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

**МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ,
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ПЕДАГОГИКА УНИВЕРСИТЕТИ**

ЖУРАЕВ ТУРСУНБОЙ ФАЙЗИЕВИЧ

БАЪЗИ КОВАРИАНТ ФУНКТОРЛАРНИНГ ҚИЙМАТИ БЎЛГАН ФАЗОЛАРНИНГ ГЕОМЕТРИК ВА ТОПОЛОГИК ХОССАЛАРИ

01.01.04-геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2021

Докторлик диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида <u>B2014.3-4.DSc/FM95</u> рақам билан рўйхатга олинган.

Докторлик диссертацияси Математика институти ва Тошкент давлат педагогика университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http://ik-fizmat.nuu.uz) ва «ZIYONET» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Аюпов Шавкат Абдуллаевич** физика-математика фанлари доктори, академик
Расмий оппонентлар:	1. 2. 3.
Етакчи ташкилот:	

Диссертация ҳимояси В.И.Романовский номидаги Математика институти ҳузуридаги илмий даражалар берувчи DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 рақамли Илмий кенгашнинг «___» ___________ 20__ йил соат ____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Докторлик диссертацияси билан В.И.Романовский номидаги Математика институти Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (____ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 9-уй. Тел.: (+99871)-207-91-40).

Диссертация автореферати 20__ йил «____» _______________куни тарқатилди.
(20__ йил «____» _______________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

У.А. Розиков
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

Ж.К.Адашев
Илмий даражалар берувчи
Илмийкенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.д., катта илмий ходим

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш ҳузуридаги Илмий семинар
раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда Top-топологик фазолар уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясида ҳаракатланаётган турли хусусиятли ковариант функторларнинг қийматлари бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссаларини тадқиқот қилиш масалаларига қаратилган. Ковариант функторлар ва уларнинг чекли даражадаги ҳамда чекли элтувчилик қисм функторларининг геометрик ва топологик хоссаларини тадқиқ этиш, чекли ўлчамли ва чексиз ўлчамли фазода-геометрик топология назариясида муҳим аҳамиятга эга. Бу борада замонавий геометрия, умумий ва алгебраик топология, функционал таҳлил ва эҳтимоллар ўлчовлари назариясининг янги йўналиши, объекти ҳамда услубини тадқиқот қилишнинг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда фазоларнинг кенг қамровли турли топологик хусусиятларини, чекли элтувчили ковариант функторлар ёрдамида фазоларни метрикалаш мезонини, эҳтимол ўлчовлари функтори P таъсири остида чексиз ўлчамли кўпхилликларнинг чегаравий тўпламларини, эҳтимоллик ўлчовлари $P(X)$ фазосининг тўпламостиларини ўрганишда, $A \subset P(X)$ учун $(P(X), A)$ жуфтлигининг $(Q, B(Q))$ ва (Q, S) жуфтликларнинг бирига топологик эквивалентлиги ҳамда $Tych$-Тихонов фазолари ва унинг узлуксиз акслантиришлари категориясида чекли очиқ, проектив-очиқ, проектив индуктив ёпиқ, проектив-фактор ва $\sigma - p.i.c.$-ковариант функтор каби янги ковариант функторлар аниқланди. Бу борада функторларнинг функториал тавсифи, бу ковариант функторлар синфининг қийматлари бўлган фазоларнинг топологик, геометрик хусусиятларини ўрганиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинig илмий ва амалий татбиқига Top-категориясида қаралаётган турли ковариант функторларнинг геометрик, топологик қийматларини тавсиф қилишда салмоқли натижаларга эришилди. Турли топологик категорияларда қаралувчи баъзи ковариант функторлар қийматларининг топологик ва геометрик хоссалари билан чамбарчас боғлиқлиги, компакт бўлмаган фазонинг метрикалашадиган тўпламостисини ўрганиш, ушбу тўпламостининг асосий хусусиятларини баҳолаш, бир-биридан фарқли топологик, геометрик хусусиятларини, масалан, ўлчам, тортилувчанлиги, боғламлилиги хусусиятларини ажратиш имконини берди. “Функционал анализ”, “Геометрия ва топология” фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда илмий натижалардан илм-фаннинг турдош соҳаларида фойдаланиш, ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик, топологик хоссалари назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий-тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи.

Баъзи ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари назарияси бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан Ломоносов номидаги Москва давлат университети (Россия), Стеклов номидаги математика институти (Россия), Индиана ва Чикаго университети (АҚШ), Канада университети (Канада), Токио университети ва Осака университети (Япония), Варшава университети (Польша), Львов давлат университети (Украина), Прага университети (Чехославакия), Кембридж университети ва Лидс университети (Буюк Британия), Париж математика институти (Франция), Берлин Вейерштрас WIAS (Германия) илмий текшириш университетларида олиб борилмоқда.

Охирги йилларда топологик фазолар ва унинг узлуксиз акслантиришлари категорисида функторлар қийматининг геометрик ва топологик хоссаларини тадқиқотлари натижасида қатор долзарб масалалар ечилган. Жумладан қуйидаги илмий натижалар олинган: фазо dim ўлчамининг топологик ва геометрик хусусиятлари ҳамда чекли кўпайтмада логарифмик тенгсизлик тадқиқоти доирасида компакт фазолар категорияси (Канада университети); метрик фазолар категорияси (Токио ва Прага университетлари); $Top-$топологик фазолар ва унинг узлуксиз

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

акслантиришлари категорияси ҳамда унинг қисм категорияларида функторлар қиймати бўлган хоссалари исботланди (Москва Стеклов номидаги математика институти ва Ломоносов давлат университети); чексиз ўлчамли кўпхилликларнинг чегаравий хоссалари, $Q-, \ell_2-, \Sigma-, \ell_2^f-, Q^f-$ кўпхилликларига топологик эквивалентлиги, экстензорлик хоссаларини мазмунли таснифланган, (Варшава университети ва Луизана университети); компакт фазоларнинг шейп ва экстензорлик қийматлари (Варшава университети, Канзас), топологик $G-$фазоларнинг экстензорлик (Токио университети, Амстердам), метрик сепарабел фазоларни $Z-$тўплам хоссаси фазонинг $Z-$тўпламининг тўлдирувчи тўпламларининг эквивалентлиги, чексиз ўлчамли сепарабел кўпхилликлар $Q-, \ell_2-, \Sigma-, \ell_2^f-, Q^f-$ларга топологик эквивалентлиги мезони таснифланган (Калифорния ва Шимолий Каролина университетлари); қавариқ чизиқли чексиз ўлчамли кўпхилликлар ва уларнинг $Z-$тўпламдаги гомеоморфизмларини тўлиқ фазога давомлаштириш мезони (Варшава университети ва Токио математика институти), чексиз ўлчамли $Q-$кўпхилликлар чегаравий тўпламлари мезони, чегаравий тўпламларининг тўлдирувчиси ℓ_2-гильберт фазога гомеоморфлиги, Пеано компакти X учун гиперфазо $\exp X$ ни ва унинг қисм фазоостиларининг $Q-, \ell_2-, \ell_2^f-$ кўпхилликларга топологик эквивалент бўлиши ҳолатлари, кучсиз саноқли ўлчамли компакт ва кучли чексиз ўлчамли фазоларнинг $Q-, \ell_2-, \ell_2^f$ ларга гомеоморфлиги мезонларини исботлари келтирилган (Луизана, Техас университетлари); чекли ўлчамли Пеано компактларининг гиперфазо функтори exp ва унинг қисм функторлари таъсиридаги топологик ва геометрик қийматлари хоссалари чексиз ўлчамли кўпхилликларига эквивалентлигини исботланган (Шимолий Каролина ва Техас университетлари).

Дунёда бугунги кунда стратифицик фазолар категорияси ва уни ўзида сақловчи $Tych-$Тихонов категориясида ковариант функторларнинг таъсирида фазоларнинг экстензор, ўлчам, шейп, топологик, геометрик хусусиятлари, кучсиз саноқли ўлчамли, кучли чексиз ўлчамли, C-фазолардаги қийматлари, функторларнинг очиқ узлуксиз акслантириш ва унинг прообразларини сақлаши, $\varkappa$ -метрикалашган фазоларни сақлаши, $AE(n)$ фазоларни инвариант қолдириши, фазоларнинг гомотопик хусусиятларини инвариант қолдириши, $G-$фазолар категориясида ҳаракат қилаётган функторларни эквивариант $G-$функторларга айлантириши каби устувор йўналишларда илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Бикомпактлар категорияси метрикалаш мезонини ҳамда ковариант функторлар, эҳтимол ўлчовлари функторларининг қиймати бўлган топологик фазоларнинг геометрик ва топологик хусусиятларини В.В. Федорчук, М.Катетовлар; турли топологик фазолар чекли кўпайтмасида $\dim$ ўлчами қиймати ҳамда бу фазоларда ҳаракат қилаётган ковариант функторлар қийматларини А.Н.Дранишников, В.Н.Басмановлар; компактлар ва уларнинг узлуксиз акслантиришлари категориясидаги нормал функторлар таърифлари, тавсифи, умумфункториал хусусиятлари, бу функторларнинг қийматлари бўлган топологик фазоларнинг геометрик ва топологик хусусиятларини Е.В.Щепин, Ю.В.Садовничийларнинг илмий тадқиқотларида аниқланган. Компактлар категориясида ковариант функторларнинг фазолардаги қийматии бўлган экстензорлик, шейплик хусусиятларини С.А.Богатый, А.В.Ивановлар тадқиқ этган. Чексиз ўлчамли ва компакт бўлмаган кўпхилликлар чегаравий хусусияти тавсифи ҳамда бу кўпхилликлардаги баъзи ковариант функторлар қиймати бўлган фазоостилари тўлдирувчилари жуфтлиги топологик эквивалентлиги мезонлари Д.Кёртис, Т.Чэпмен, Р.Андерсон, Т.Добровольский, Ж.Могильский, Г.Бессага, А. Пельчинский, Н.Торуньчиклар томонидан тадқиқот этилган. Топологик $G-$фазолар ва унинг эквивариант акслантиришлари категориясида даражага кўтариш функтори қиймати Ю.М.Смирнов; экстензорлик хусусиятлари С.М.Агеев; шейп хоссалари қийматлари С.А.Богатыйларнинг илмий тадқиқот ишларида ёритилган. Топологик фазолар категориясида қаралаётган чекли ёки чексиз даражали ковариант функторларнинг функториал хусусиятлари геометрияси М.М.Заричный; ўлчам хоссалари ҳамда бу фазоларнинг $\dim$ ўлчами қиймати Т.О.Банах; кучсиз саноқли ўлчамли ва кучли чексиз ўлчамли бўлган фазоларни чексиз ўлчамли топологик кўпхилликларга эквивалент бўлиши хоссалари Т.Н.Радул; топологик $G-$фазоларда эквивариант акслантиришларини давомлаштириш П.С.Геворкян; $G-$ретракт геометрик хусусияти қиймати С.А.Антонян; $G-$ўлчам хоссалари топологияси қийматлари Д.Джермакянларнинг изланишларида баён қилинган.

Ш.А.Аюпов тадқиқот ишларида O_R-кучсиз радон аддитив функционаллар, $O_\tau-\tau-$силлиқ кучсиз аддитив функционаллари функторлари $Tych$-Тихонов категориясида киритилиб унинг топологик, функториал жиҳатлари мазмунли тадқиқот қилинган. Р.Б.Бешимовнинг изланишларида топологик фазолар назариясининг кардинал инвариантлари, зичлик, кучсиз зичлик, калибр, Шанин сони типидаги топологик хоссалари баёни келтирилган. А.А.Заитов томонидан O_R ва O_τ функторларнинг $Tych$ категориясида категориал, функториал тавсифи аниқлаган. Топологик $G-$фазоларнинг экстензорлик ва $G-\dim$ ўлчами хоссаларини М.М.Мадиримов тадқиқ этган. Метрик фазоларнинг компакт тўпламостилари шейплик хоссалари ҳамда кўп қийматли узлуксиз акслантиришларни давомлаштириш хусусиятлари У.Т.Ташметов томонидан аниқланган. Топологик фазоларда аниқланган чизиқли функционаллар ҳамда улар билан бир қаторда турли специфик хусусиятли чизиқли бўлмаган функционалларнинг функционал, функториал хоссаларининг ковариант функторлар таъсиридаги қийматлари топологик ва геометрик хусусиятлари Ғ.Ф.Жабборов, Д.Э.Давлетовларнинг тадқиқот ишларини олиб боришган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасаси ва илмий-тадқиқот институтининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти В.И.Романовский номли Математика институти илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф4-ФА-Ф013 рақамли "Операторлар ва ассоциатив бўлмаган алгебра, динамик тизимлар ва уларни статистик механика ва популяцион биологияда қўллаш" (2007-2011 йиллар), Низомий номидаги Тошкент давлат педагогика университети илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф4-27 рақамли "Топологик фазолар категориясида ҳаракатланаётган баъзи ковариант функторларнинг топологик ва кардинал хоссаларини аниқлаш" (2012-2016 йиллар) ва Ўзбекистон Миллий университети илмий-тадқиқот ишлари режасидаги ОТ-Ф-42 рақамли "Ярим аддитив $\tau-$силлиқ ва Радон функционалларининг кардинал ва топологик хоссалари"(2018-2021 йиллар) мавзуларидаги фундаментал лойиҳалар доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади турли хил ковариант функторларга дуч келганда топологик фазонинг экстензор, шейп хусусиятларини ўрганиш, фазоларнинг метрикалаш мезонларини бериш, топологик фазонинг чекли кўпайтмаси ўлчамларини ҳамда чексиз ўлчамли кўпхиллик чегаравий хоссаларини келтириш, кенг категорияларда ҳаракатланувчи ковариант функторларни аниқлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари.

топологик усуллар ва функториал хусусиятлардан фойдаланиб, бикомпактларнинг метрикалаш мезонини, топологик спектрларни тадқиқ этиб, топологик фазолар чекли кўпайтмаси ўлчамини аниқлаш;

топологик фазоларда жуфтликлар гомеоморфлиги мезонини такомиллаштириб фазоостида берилган гомеоморфизмларини тўлиқ фазога давомлаштиришни аниқлаш;

чекли элтувчили ковариант функторларнинг усулларини қўллаш, амалдаги топологик категорияларда ҳаракатланаётган айрим ковариант функторлар топологик, геометрик хоссалари қийматларини таснифлаш;

чексиз тўпламда аниқланган $P(X)$ фазонинг экстензорлик хоссаларидан, чексиз ўлчамли кўпхилликлар тўлдирувчи қисмларига таааллуқли хоссалари ёрдамида уларнинг гомеоморфлиги ҳамда чексиз элементли компактларнинг шейплари тенглиги мезонини аниқлаш, чексиз элементли X компакт учун $P(X)$ фазоостиларининг гильберт кубига, чексиз ўлчамли $\ell_2^f-, \ell_2-, \Sigma-,$ ва $Q-$кўпхилликларига топологик эквивалентлигини исботлаш;

нормал ковариант функторларнинг усулларини қўллаш, топология ва геометрия фани усулларини ўзгартириш, топологик фазонинг гомотопик, экстензор хусусиятларини тадқиқ қилиш ҳамда эҳтимол ўлчовлари функтори P ва унинг қисм функторларининг қийматларини аниқлаш;

Тадқиқотнинг объекти баъзи ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари, топологик фазо чекли кўпайтмасининг dim ўлчами, чекли даражали ковариант функторлар, ирсий хусусиятларга эга бикомпактлар, эҳтимол ўлчовлари функтори P ва унинг чексиз компактда аниқланган қисм функторлари; баъзи бир ковариант функторларнинг қиймати, экстензорлик ва шейп хусусиятлари.

Тадқиқотнинг предемети баъзи ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари турли топологик категорияларда ҳаракат қилувчи баъзи ковариант функторлар таъсирида фазонинг геометрик ва топологик хоссалари қийматлари.

Тадқиқотнинг усуллари. Нормал ковариант функторлар ва функционал таҳлил усуллари, dim ўлчам назариялари усуллари, топологик фазо назарияси методлари, ретрактлар назарияси усуллари, эҳтимоллик ўлчовлари фазосининг шейплари назарияси, тескариланувчи топологик спектрлар назарияси методлари ва компакт алмаштириш гуруҳларининг хусусиятларидан фойдаланилган.

Тадқиқотининг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат**:**

паракомпакт σ-фазолар синфида dim ўлчами учун $\dim X \times Y \leq \dim X + \dim Y$ тенгсизликнинг ўринли бўлишидан;

F-ковариант функтор учун X-компакт бўлганда, $F(X)$ типдаги компакт фазо ва фазоостиларини метрикалаш мезони аниқланган;

эҳтимол ўлчовлари $P(X)$ фазонинг, қисм фазосининг чегаравий тўпламларини, элтувчилари чекли функторлар стратифицик фазоларни сақлаб қолишларини, чекли элтувчилик функторлар кучсиз саноқли ўлчамли фазоларни инвариантлиги исботланган;

проектив-фактор, проектив индуктив ёпиқ, $\sigma - p.i.c.$ -функторлар синфини аниқланган, чексиз компакт фазоларнинг шейпларини инвариант бўладиган чекли элтувчили функторларни топиш, чекли элтувчили функторлар топологик фазонинг экстензор хусусиятларини инвариантлигидан;

агар $n \geq 3$ ва X компакт учун X^n нинг Δ тўлдирувчиси $X^n \setminus \Delta$ фазоости ирсий нормал бўлса, X фазо метрикалашганлиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари.

Агар X чексиз метрик ихтиёрий компакт тўплам бўлса, у ҳолда $P(X)$ компакт тўпламида ҳар бир жойда зич $\sigma-$ компакт чексиз кучсиз саноқли ўлчамли қисм тўплам-$P(X)$ фазода чегара тўпламдир; чексиз метрик X ва Y компактлар учун $ShX = ShY$ фақат ва фақат, агар $P(X) \setminus P_f(X) \simeq P(Y) \setminus P_f(Y)$ бўлса; ихтиёрий кучсиз саноқли ўлчамли X ва Y чексиз компактлар учун, $P_\omega(X) \cong P_\omega(Y)$ топологик эквивалентлик ўринлидир.

Чексиз бикомпактли X ва $n \geq 3$ даражадаги нормал F функторлар учун бикомпакт $F(X)$ фазонинг ирсий нормаллиги ёки $F(X)$ ирсий саноқли компактлиги, ирсий саноқли паракомпактлиги $F(X)$ бикомпакт X нинг метрикалашганлигига тенгдир; проектив фактор, индуктив ёпиқ функторлар, паракомпакт Σ - фазо, стратифицик ва паракомпакт σ-фазо ва метрикалашган фазолар синфини инвариант қолдиради.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Топологик фазолар назарияси, ўлчамлар назарияси, ретракт назарияси, шейп назарияси ва ковариант функторлар назариясидаги муҳим теоремаларни қўллаш, математик мулоҳаза юритиш ва қатъий математик исботланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.

Олинган натижаларнинг назарий аҳамияти шундаки, улар ковариант функторлар ҳаракатланаётган фазонинг геометрик ва топологик хусусиятларини ўрганишда ҳам, ўзига хос қийматларини ва тегишли топологик фазо ва ковариантларни аниқлашнинг ўзига хос муаммоларида ҳам қўлланилади.

Ишнинг амалий аҳамияти шундаки, у мураккаб ишни оддий ҳолатга қисқартиради, бу эса диссертация мавзуси бўйича уларнинг турли топшириқларининг қўлланилишини сезиларли даражада оширишга имкон берди.

Тадқиқот натижалариниининг жорий қилиниши. Баъзи ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари бўйича олинган натижалар асосида:

барча эҳтимоллик ўлчовларининг $P(X)$ фазоси, проектив факториал, проектив индуктив ёпиқ, $\sigma - p.i.c.$-функторлар синфининг dim ўлчами билан боғлиқ натижалар Самарқанд давлат университети математика факультети олимлари томонидан: ОТ-Ф4-69 “Гармоник анализ, даражали геометрия ва уларнинг математик физика масалаларига қўлланилиши” лойиҳасида тадқиқот олиб боришда қўлланилган. (Маълумотнома: 18.11. 2021 йил 10-4632-сон). Юқорида келтирилгин тадқиқот натижаларидан фойдаланиб, баъзи чизиқли бўлмаган тенгламалар тизимлари учун ўлчовлар синфида Коши муаммосининг чексиз кўп умумлаштирилган ечимларини топиш ва бу натижаларни Борел ўлчовларининг Фуръе ўзгаришининг алмаштиришларини силлиқ сиртларни ўрганишда қўлланилди;

янги топологик хусусиятлар билан боғлиқ натижалар-оддий дифференциал тенгламалар ечимлари фазосини ўрганиш имконини берувчи изоэнергетик кўпхилликлар синфларини аниқлайдиган гомотопик жиҳатдан аҳамиятсиз тўпламостилар С.П.Королёв номидаги миллий тадқиқотлар университетининг математик-физика лабараторияси илмий тадқиқот ишларини бажаришда фойдаланилган. (Маълумотнома: 07.12.2021 №02-07-3954/04). Илмий натижаларнинг қўлланилиши гетероструктураларнинг чегараланган ва чексиз боғланган манбалари учун чегара шартларини тикишда дифференциал тенгламалар ечимларининг хоссаларини оптималлаштириш имконини берган;

эҳтимол ўлчовлари фазоси қийматлари, чекли кўпайтмада dim ўлчам қийматлари ҳамда проектив-фактор, проектив-индуктив ёпиқ, $\sigma - p.i.c.$ функторларнинг қийматлари бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хусусиятларидан Самара давлат техника университетининг олий математика кафедрасида "Плазменные технологии" мавзусидаги хорижий грант лойиҳасида илмий тадқиқот ишини бажаришда фойдаланилган. (Самара давлат техника университетининг 25.10.2021йил 01.0202/3277-сон маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши янги гомотопик зич тўпламостилар хусусияти изоэнергетик кўпхилликлар ва потокларда вихрлар (уюрмалар) эволюцион мустаҳкамлигини аниқлаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертацияда кўрсатилган мазкур тадқиқот натижалари 12 та халқаро ва 5 та Республика илмий ва илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзусида 35 та мақола чоп этилган, шулардан Ўзбекистон Республикаси ОАКнинг фан доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этишга тавсия этилган. Илмий нашрларда 28 та мақола, жумладан 10 таси хорижий ва 18 таси Республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш, бешта боб, хулоса ва ишлатилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 198 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи ва муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертациянинг тузилиши бўйича маълумотлар берилган.

Агар биз компакт фазолар ва унинг узлуксиз акслантиришларнинг $Comp-$ категориясида функторларни қарайдиган бўлсак, унда функторга кўпроқ классик ("қадимги") мисол сифатида кўпайтмани ва экспонента функторини олишимиз мумкин.

Е.В.Щепин функторларнинг умумий хоссаларини тадқиқ қилиб, нормал ковариант функторлар синфини ажратиб бериб, ковариант нормал функторларнинг анча ривожланган, истиқболли ва жуда мазмунли умумий назариясини яратди.

Сўнгги пайтларда топологияда назариялар кесишмасида пайдо бўлган янги йўналиш жадал тадқиқ қилинмоқда: топологик фазоларнинг умумий назарияси, ўлчамлар назарияси; ретрактлар назарияси; чексиз ўлчамли кўпхилликлар назариялари ва функторлар назарияси-ковариант функторларнинг геометрик назарияси, $Comp-$компактлар ва унинг узлуксиз акслантиришлари категориясида (ва кенгроқ категорияларда).

Ўлчам тушунчаси боғламлилик тушунчасининг геометрик чуқурлаштиришдир: компакт боғламли бўлса, унинг ҳар қандай нуқтасидан исталган бошқа нуқтасигача чекланган миқдорда ихтиёрий кичик қадамлар билан орқали эришилади. 1981 йил Прага халқаро топологик симпозиумида В.В. Федорчук топологиянинг ушбу соҳасидаги тадқиқотларнинг янги йўналишини белгилаб берувчи, ковариант функторлар назариясида қуйидаги умумий муаммоларни қўйди:

(A) Топологик фазолар категориясидаги қандай ковариант функторлар $A(N)R$-фазо бўлиш хусусиятини ўзгартирмайди ? $A(N)R$-фазоси бўлиш хусусияти кўпинча қуйидаги геометрик хусусиятлардан иборат: маълум бир ўлчамларда боғламлилик ва локаль боғламлилик, тортилувчанлик ва локаль тортилувчанлик, гомологик гуруҳларнинг тривиаллиги ва бошқалар. (A) муаммонинг ечими кейинги умумийроқ муаммонинг вазифаларини ҳал қилиш заруриятига олиб келади.

(Б) Топологик фазоларнинг маълум бир геометрик хоссалари уларга турли ковариант функторлар таъсир қилганда ўзини қандай тутади (ўзгаради)?

Топологик фазонинг хоссаларини унинг доимий акслантириш хусусиятлари сифатида кўриш мумкин бўлганлиги сабабли, (Б) муаммони табиий равишда қуйидагиларгача кенгайтириш мумкин:

(В) Турли ковариант функторлар таъсир қилганда, акслантиришнинг маълум хусусиятлари қандай ишлайди?

Ушбу мавзу билан боғлиқ ўтган йиллардаги тарқоқ натижалар сўнгги йилларда ягона кенг оқимга бирлашиб, топологияда янги йўналиш-ковариант функторларнинг топологик-геометрик назариясини ташкил этди. Функторлар таъсирида фазолар ва унинг акслантиришларининг хусусиятларининг хатти-ҳаракати ҳақидаги вазифа қуйидаги вазифаларни ўз ичига олади: функторлар фазолар ва уни акслантиришларининг маълум хусусиятларини қай даражада яхшилайди? Шунинг учун қуйидаги муаммо туғилиши табиийдир:

(Г) $F(X)$ фазодан ва $F(f)$ акслантиришдан, мос равишда X фазога ва f акслантиришдан ўтишда, фазо ва акслантиришнинг геометрик ёки топологик хоссалари қандай намоён бўлади (бу ерда F-ковариант функтор)? Айтайлик, $\mathscr{P}$ қандайдир геометрик ёки топологик хусусият бўлсин. Қайси функторлар учун, $F(X)$ фазо (мос равишда, $F(f)$) шу $\mathscr{P}$ хоссасига эга эканлигидан, X фазо (мос равишда f акслантириш) бу $\mathscr{P}$ хусусиятга эга эканлиги келиб чиқади? Ёки аксинча, маълум F функтор учун X ва f дан ўтадиган фазолар ва акслантиришларнинг геометрик хоссалари мос равишда $F(X)$ ва $F(f)$ га қандай бўлади?

(Д) Топологик фазонинг метрик фазога гомеоморф бўлиши учун зарурий ва етарли шартларини топиш муаммоси ?

Топологик фазоларни метрикалаш муаммоси, топологик фазолар назарияси бўйича биринчи ишлар бошланган вақтдан бошлаб умумий топологиянинг марказий муаммоларига тегишли бўлиб, кўп жиҳатдан топологиянинг ривожланиш йўлини белгилаб берди. Биринчи топологик фазони метрикалаш теоремалари Москва топология мактабининг асосчилари П.С. Александров ва П.С.Урысон томонидан исботланган. Маълумки, метрик фазолар топологик фазоларнинг жуда кенг ва жуда муҳим синфини ташкил қилади, чунки ҳар бир метрика табиий равишда метрик топология деб аталадиган, маълум бир топологияни ҳосил қилади. Умумий топология фани томонидан ўрганиладиган асосий ва энг геометрик хусусиятли топологик инвариантларга, геометрик фигураларнинг ўлчамлари сонининг элементар геометрик хусусиятини умумлаштирувчи топологик фазонинг ўлчами, шунингдек, масалан, унинг топологик, хусусий ҳолда, Евклид фазосининг мутлақо ихтиёрий кичик тўпламлари ўлчами, ҳамда фазоостилари ўлчами киради.

(Е) Ўлчамлар назариясини ўрганишда марказий муаммолардан бири Top категориясидаги чекли ўлчамли топологик фазолар чекли сондаги кўпайтмаси ўлчамини аниқлашдир, яъни, *dim* ўлчами учун логарифмик қонун деб аталадиган қуйидаги тенгсизлик амал қиладими:

$$\dim \prod_{i=1}^{s} X_i \le \sum_{i=1}^{s} \dim X_i \qquad (*)$$

Диссертациянинг "Баъзи топологик фазоларнинг кўпайтмаси ўлчами" деб номланган биринчи боби, паракомпакт σ фазолар, стратифицик фазолар, паракомпакт Мур фазолари, паракомпакт Нагата фазолари ва паракомпакт MN-фазолари чекли кўпайтмаси ўлчами учун (E) муаммони ҳал қилишга бағишлангандир.

Асосий натижаларни тақдим этиш учун биз қуйидаги тушунчалар, фактлар ва таърифларни келтирамиз.

1-таъриф. X фазода ётувчи тўпламларнинг γ тизими, агар ҳар бир $x \in X$ нуқтада, γ нинг чекли элементлари билан кесишувчи Ox атрофи мавжуд бўлса, X да локал чекли деб аталади.

2-таъриф. X фазонинг тўпламостиларидан иборат γ тизими, агар ҳар бир $x \in X$ нуқтада γ тўпламларидан кўпи билан биттаси билан кесишувчи Ox атрофи бўлса, X да дискрет дейилади.

3-таъриф. X фазонинг тўпламосларининг γ тизими σ-локал чекли (мос равишда, σ-дискрет) деб аталади, агар у локал чекланган (мос, равишда дискрет) $\gamma = \bigcup \gamma_i$ тизимларининг саноқли бирлашмаси сифатида ифодалаш мумкин бўлса, $\gamma_i, i = 1, 2, \ldots$.

4-таъриф. γ тўпламлар тизими γ' тўпламлар тизимига ички чизилган (ёки ундан кейин келади) деб айтамиз, агар γ тизимнинг ҳар бир элементи γ' тизимларнинг камида битта элементининг тўпламостиси бўлса.

5-таъриф. Агар фазонинг ихтиёрий очиқ Ω қопламасига локал чекли очиқ қоплама ω ички чизиш мумкин бўлса, топологик фазо паракомпакт дейилади.

6-таъриф. Ҳар қандай топологик X фазо ва натурал сон n учун X фазонинг ҳар қандай чекли очиқ қопламасига Ω карраси $\le n+1$ бўлган ω қоплама ички чизиш мумкин бўлса биз $\dim X \le n$ деймиз.

Агар X фазо $\dim X \le n$ тенгсизлигини қаноатлантирса, лекин $\dim X \le n-1$ тенгсизлигини қаноатлантирмаса (яъни, агар $\dim X \le n$ ва бир вақтнинг ўзида баъзи очиқ қоплама Ω учун унга ички чизилга ҳар бир очиқ қоплама ω $\ge n+1$ карраг эга бўлса), у ҳолда $\dim X = n$.

Агар ҳар қандай табиий n учун $\dim X \le n$ тенгсизлиги бажарилмаса (яъни, ҳар бир n учун очиқ қоплама Ω мавжуд бўлса, унда ёзилган ҳар бир очиқ қоплама ω $> n+1$ каррага эга бўлмаса), биз X фазони чексиз ўлчамли деб айтамиз, ва $\dim X = \infty$ ёзилади.

Тўла регуляр X фазо перист (қисқа p-фазо) деб аталади, агар унинг Стоун-Чех кенгайтмаси βX да очиқ тўпламлар бўйича, X қопламаларининг ҳисобланувчи u_n оиласи мавжуд бўлса, ҳар бир $x \in X$ учун $\bigcap_{n=1}^{\infty} З_в(x, u_n) \subset X$ ўринли бўлса.

Қуйидаги теорема паракомпакт $\sigma -$ фазолари учун чекли кўпайтмаси $\dim$ ўлчамининг қийматларини кўрсатади

1-теорема. Паракомпакт $\sigma -$фазолар категориясида қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади: $\dim X\times Y\le \dim X+\dim Y$.

7-таъриф. Топологик T_1-фазо X стратифицик (ёки жим-жимадор) фазо (қисқача St-фазо) деб аталади агар X фазонинг ҳар бир очиқ $U\subset X$ тўплами учун, очиқ тўпламостилар $\{U_n : n\in N\}$ кетма-кетлиги мавжуд бўлиб қуйидаги шартлар ўринли бўлса:

а) ҳар бир $n\in N$ учун $\overline{U_n}\subset U$; б) $\cup\{U_n : n\in N\}=U$; с) агар $U\subset V$ бўлса, у ҳолда барча n учун $U_n\subset V_n$. Бунда $\{U_n\}$ оиласи X фазонинг стратификацияси (жим-жимаси) дейилади.

8-таъриф. (X,τ) топологик фазо MN-фазо деб аталади, агар барча $x\in X$ нуқталар учун $x\in \bigcap\limits_{n=1} g(n,x)$ шундай акслантириш $g: N\times X\to \tau$ мавжуд бўлса ва у қуйидаги шартларни қаноатлантирса: агар барча n учун $(p,x_n)\subseteq g(n,y_n)$ ва $g(n,p)\bigcap g(n,x_n)\ne\varnothing$. У ҳолда (x_n) кетма-кетлиги p га яқинлашади.

1-теореманинг хулосаси, стратифицик фазолар ва паракомпакт MN-фазолар категориясида чекли кўпайтмада $\dim$ ўлчами учун ўринлидир.

Иккинчи боб **“Бикомпактларни метрикалаш ва чекли элтувчили ковариант функторлар”** деб номланади ва турли синфдаги бикомпакт фазоларни чекли даражали ва чекли элтувчили функторлар таъсирида метрикалаш масаласини (муаммо (Г)) ўрганишга бағишланган.

Ушбу бобда $F(X)$ кўринишидаги топологик фазонинг метрикалаш типининг хоссалари ўрнатилади, бунда F-бирон-бир чекли элтувчили ковариант функтор. Хусусан, $\lambda(X)$ супер кенгайтма фазонинг метрикалаш масаласи ўрганилади, бу ерда X қандайдир бикомпакт фазодир.

Ушбу бобнинг биринчи бўлими чекли элтувчили ковариант функторларга бағишланган бўлиб, ёрдамчи хусусиятга эга - бу ерда биз баъзи фактларни, чекли элтувчили функторлар синфидан баъзи белгилашларни келтирамиз. $\exp X$ компакт тўпламнинг ёпиқ тўпламостиларининг функторини олиш функтори билдиради. exp Функтор (бўш бўлмаган) компакт фазони унинг Виеторис топологияси билан таъминланган барча бўш бўлмаган ёпиқ тўпламостиларининг $\exp(X)$ тўпламини мос қўяди ва узлуксиз акслантириш $f: X\to Y$ га $\exp(f)(A)=f(A)$ акслантиришни мос қўяди, бу ерда $A\in\exp(X)$. $u_1,u_2,...,u_n\subset X$ очиқ тўпламлар учун

$$O(u_1,u_2,...,u_n)=\{F: F\in\exp X, F\subset\bigcup_{i=1}^{n}u_i, F\bigcap u_i\ne\varnothing, i=\overline{1,n}\};$$

$O(u_1,u_2,...,u_n)$ кўринишдаги тўпламлар очиқ тўпламлар оиласини мос қўямиз. Бу $O(u_1,u_2,...,u_n)$ система $\exp(X)$ тўпламда Виеторис топологиясининг базасини ташкил қилади.

$F:Comp\to Comp$ бирорта ковариант функтор бўлсин. $C(X,Y)$ билан биз компакт-очиқ топология билан жиҳозланган, X -дан Y га барча узлуксиз акслантиришлар фазосини белгилаймиз. Хусусий ҳолда $C(\{k\},Y)$ табиий равишда Y фазонинг $k-$даражаси Y^k га гомеоморф ва $\xi:\{k\}\to Y$ акслантириш $(\xi(0),\xi(1),...,\xi(k-1))\in Y^k$ нуқта билан боғланган, $\{k\}-$дискрет фазодир.

Функтор F, компакт X фазо ва k натурал сони учун, биз акслантиришни

$$\pi_{F,X,k}:C(\{k\},X)\times F(\{k\})\to F(X) \tag{1}$$

Қуйидаги тенглик орқали аниқлаймиз

$$\pi_{F,X,k}(\xi,a)=F(\xi)(a), \text{ бу ерда } \xi\in C(\{k\},X), a\in F(\{k\}).$$

Қайси функтор ва қайси компакт X фазо ҳақида гапираётганимиз аниқ бўлганда, биз $\pi_{F,X,k}$ акслантиришини $\pi_{X,k}$ ёки π_F билан белгилаймиз. Ҳар қандай узлуксиз F функтор ва Z ва Y компакт фазолар учун $F:C(Z,Y)\to F(F(Z),F(Y))$ акслантириш узлуксиздир. Шунинг учун узлуксиз функтор F, компакт X фазо ва k натурал сони учун $\pi_{F,X,k}$ акслантириш доимо узлуксиздир.

Агар ҳар бир X компакт фазо учун $F_n(X)=F(X)$ ва баъзи X учун эса $F_{n-1}(X)\neq F(X)$ бўлса, Φ функтор n даражали функтор дейилади ва $\deg F\le n$ ёзилади.

Кесишмаларни сақловчи F функтор учун $a\in F(X)$ нинг элтувчиси аниқланади, яъни барча ёпиқ $A\subset X$ тўпламларининг $a\in F(A)$ бўладиган тарзда кесишмалари аниқланади. Шундай қилиб, биз $\mathrm{supp}_F(a)=\bigcap\{A: a\in F(A), A \text{ ёпиқ}\}$. Агар биз қандай функтор ва фазо ҳақида гапираётганимиз аниқ бўлса, a нуқтасини элтувчиси $\mathrm{supp}_F(a)$ билан белгиланади. Бу кўп қийматли акслантиришни аниқлайди: $\mathrm{supp}_F(a):F(X)\to\exp X$.

Функторнинг таърифидан, $a\in F(X)$ уни элтувчисидан ва $f:X\to Y$ нинг узлуксиз акслантириш учун қуйидаги келиб чиқади

$$f(\mathrm{supp}(a))\supset\mathrm{supp}(F(f)(a)) \tag{2}$$

Бундан

$$a\in F(\mathrm{supp}(a)). \tag{3}$$

Агар функтор прообразларни сақласа, у элтувчиларни сақлайди, яъни.

$$f(\mathrm{supp}(a))\supset\mathrm{supp}(F(f)(a)). \tag{4}$$

А.Ч.Чигогидзе, ҳар қандайономорф, кесишмаларни сақлайдиган $F:Comp\to Comp$ функторни $Tych$-Тихонов фазолари категориясига кенгайтиришнинг бир усулини қуйидагича таклиф қилди: X-Тихонов фазоси учун, биз $F_{\beta}(X)=\{a\in F(\beta X):\mathrm{supp}(a)\subset X\}$ ни аниқлаймиз. Бундан ташқари, агар $f:X\to Y$ Тихонов фазоларининг узлуксиз акслантириши бўлса ва $\beta f:\beta X\to\beta Y$ унинг Стоун-Чех бикомпакт кенгайтмаси бўлса, у ҳолда (2) дан $F(\beta f)(F_{\beta}(X))\subset F_{\beta}Y$ ва шунинг учун $F_{\beta}f=F(\beta f)|_{X}$ ни ўринлиги, F_{β} қурилишининг функторлиги келиб чиқади. Маълумки, F_{β} функторга ўтиш функторнинг барча нормал хусусиятларини сақлаб қолади, баъзан керак бўлганда ўзгартирилади. F_{β} функторининг таърифи, хусусий ҳолда, фуйидагини, шуни назарда тутади

$$f(\mathrm{supp}_{F_{\beta}(X)}(a))=\mathrm{supp}_{F_{\beta}(Y)}F_{\beta}(f)(a) \qquad (5)$$

$F:Comp\to Comp$ функтор прообразларни сақласа, у учун, $f:X\to Y$ ва $a\in F_{\beta}(X)$ доимий акслантириш. Кейинчалик, қоида тариқасида, биз бир хил F ҳарфи билан $F:Comp\to Comp$ функторни, унинг $F_{\beta}:Tych\to Tych$ кенгайтмасини ҳам Тихонов фазолари категориясида белгилаймиз.

$X-$Тихонов фазоси , $F:Comp\to Comp$ функтори ва k натурал сони учун биз $F_{k}(X)=\pi_{F,\beta,X,k}(C(\{k\}))\times F(\{k\})$ акслантиришни. $\pi_{F,\beta,X,k}$ нинг $C(\{k\})\times F(\{k\})$ акслантиришига чегараланмасини $\pi_{F,X,k}$ билан белгиланади.

Агар $f:X\to Y$ узлуксиз акслантириш бўлса, βf акслантириш учун диаграмманинг (1) коммутативлиги $F(\beta f)F_{k}(X)\subset F_{k}(Y)$ эканлигини англатади. Шунинг учун, $F_{k}(f)=F(\beta f)$-ни ўрнатиб, биз $F_{k}(f):F_{k}(X)\to F_{k}(Y)$ акслантириш оламиз. Шундай қилиб, биз $F:Comp\to Comp$ функторининг кенгайтмаси бўлган $F_{k}:Tych\to Tych$ ковариант функторини аниқладик.

Иккинчи бобнинг иккинчи қисмида λ функтори ва бикомпакт фазоларни метрикалаш ўрганилади.

Топологик X фазонинг ёпиқ тўпламосларининг ξ тизими бўлиб, агар ξ нинг иккита элементи кесишса, занжирланган дейилади. Бошқа занжирланган тизимда тўпламости бўлмаган занжирланган тизим максимал деб аталади (қисқача, м.с.с.). X компакт фазо учун, нуқталари X фазонинг ёпиқ кичик тўпламостиларининг барча максимал занжирланган тизимлари бўлган фазони $\lambda(X)$ билан белгилаймиз. $\lambda(X)$ тўплами, агар у Wолмэн топологияси билан таъминланган бўлса, $\lambda(X)$ тўплам X топологик фазонинг суперкенгайтмаси дейилади, очиқ базасини қуйидаги тўпламлар ташкил қилади: $O(u_1,u_2,...,u_k)=\{\xi\in\lambda(X):$ ҳар қандай $i=\overline{1,k}$ учун, шундай $F_i\in\xi$ мавжудки, $F_i\subset u_i$, бу ерда u_i-лар X да очиқ$\}$. Ихтиёрий $x\in X$ нуқта учун x нуқтасини ўз ичига олган X фазонинг барча ёпиқ тўпламослари оиласини

$\eta(X)$ билан белгилаймиз, яъни, $\eta(X)=\{F\subset X: x\in F\}$. Шундай қилиб, биз аниқ тенглик орқали узлуксиз бўлган $\eta: X\to\lambda(X)$ акслантириш аниқладик

$$u=\eta^{-1}O(u) \tag{6}$$

ҳар қандай очиқ $u\subset X$ тўплами учун. (6) тенгликдан биз ушбу $\eta(u)=O(u)\bigcap\eta(X)$ни оламиз. Шундай қилиб, $\eta: X\to\eta(X)$ акслантириш очиқ акслантириш экан. Бундан ташқари, T_1-фазо X учун $\eta: X\to\eta(X)$ акслантириш ўзаро бир қийматли. Биз $\lambda_n(X)$ билан элтувчилари, қуввати кардиналлик даражаси $\leq n$ бўлган барча максимал занжирланган тизимлардан иборат бўлган $\lambda(X)$ супер кенгайтмасининг қисм фазосини белгилаймиз. Айтайлик $\xi-$ ёпиқ X тўпламларнинг (қисқача, м.с.с.) максимал занжирланган тизими бўлсин.

Агар ҳар қандай $F\in\xi$, учун $\Phi\subset F$ бўлган $\Phi\in\xi'$ мавжуд бўлса, $\xi'\subset\xi$ қисм тизими ξ базаси деб аталади. М.с.с. нинг энг кичик (тўпламости нуқтаи назаридан) элементларининг ξ_H тизими эканлигини кўрсатиш осон. ва ξ_H энг кичик ξ базасидир. Элтувчи м.с.с. билан ξ ўрнатилган ва $\operatorname{supp}(\xi)=\bigcup\xi_H$ деб аталади. Агар X чексиз компакт фазо бўлса, унинг минимал элементларини қуйидагича белгилаймиз.

$$\lambda_n(X)=\{\zeta:\zeta\in\lambda(X),|\,supp(\zeta)|\leq n\}.$$

Эътибор беринг, биринчи навбатда, $\lambda_1(X)$ (бир нуқтали элтувчили билан м.с.с. ни аниқлайди) ва $\lambda_2(X)\setminus\lambda_1(X)$, чунки элтувчиси аниқ иккита нуқтадан иборат бўлган м.с.с. йўқ. Бироқ, $n\geq 3$ учун барча $\lambda_n(X)$ тўпламлари бошқача. Дарҳақиқат, ҳар қандай $n\geq 3$ учун м.с.с.ни қуриш мумкин. $\xi\in\lambda(X)$ни олсак унинг элтувчиси n нуқтадан $x_1,x_2,...,x_n$ иборат элементи бор. Масалан, ξ ни қуйидаги база ёрдамида аниқлаш мумкин:

$$\xi'=\{x_1,x_2,...,x_n\}\bigcup\{\{x_1,x_2\}:k=\overline{2,n}\}.$$

Эслатиб ўтамиз, топологик фазо, агар унинг ҳар бир саноқли очиқ қопламасига маҳаллий чекли очиқ қоплама чизиш мумкин бўлса, бу фазо саноқли паракомпакт фазо дейилади.

Саноқли паракомпакт фазолар учун қуйидаги ўринли.

2-теорема. X бикомпакт ва $n\geq 4$ бўлсин. Агар $\lambda_n(X)\setminus X$ ирсий саноқли паракомпакт бўлса, X метрикалашган бўлади.

$n\geq 4$ учун, компакт X тўпламининг суперкенгайтмаси $\lambda_n(X)$ нинг функтор хусусиятларидан фойдаланиб, биз қуйидагиларни исботларини таъкидлаймиз.

3-теорема. Агар X бикомпакт фазо учун $\lambda_n(X)(n\geq 3)$ фазо ирсий нормал бўлса, у ҳолда X метрикалашган бўлади.

Иккинчи бобнинг учинчи бўлими бикомпакт фазоларни метрикалаш ва чекли элтувчили нормал функторларга бағишланган.

9-таъриф. X топологик фазонинг ҳар бир саноқли очиқ қопламасидан чекли қопламаостини ажратиб олиш мумкин бўлса, X топологик фазо саноқли компакт дейилади.

Бу қисмда $F(X)$ фазо ирсий саноқли компакт ҳолат учун (Д) саволга мусбат жавоб берамиз. X фазонинг метрикалашуви исботини келтирамиз.

4-теорема. Агар бирорта нормал даражаси ≥ 3 функтор F ва Ҳаусдорф саноқли компакт X фазоси учун, $F(X)$ фазо ирсий нормал бўлса, у ҳолда X метрикалашган компактдир.

Агар биз $n-$даражали X^n ни олишни нормал функтор эканлигини ҳисобга олсак ва унинг диагоналини $\{\underbrace{(x,x,...,x)}_{n-штук}: x \in X\}$ билан Δ билан белгиласак, унда қуйидагига эга бўламиз.

Натижа. Агар бу компакт X ва $n \geq 3$ учун $X^n \setminus \Delta$ фазо ирсий нормал бўлса, у ҳолда X метрикалашади.

Диссертация ишининг **"Эҳтимоллик ўлчовлари $P(X)$ фазосининг геометрик, топологик хоссалари ва унинг қисмфазолари"** деб номланган учинчи бобида эҳтимоллик ўлчовлари функтори ва унинг қисмфункторлари учун (А) - (Г) масалалар ечилган. Бизга қуйидаги тушунчалар ва белгилар керак: Айтамизки, X топологик фазо Y фазода моделлаштирилган кўпхиллик ёки Y-кўпхиллик деб аталади, агар X фазонинг ҳар бир нуқтаси очиқ атрофи мавжуд бўлсаки, у ҳолда Y фазонинг очиқ қисм тўпламига гомеоморф бўлса. $Q = \prod_{i=1}^{\infty}[-1,1]_i -$ Гильберт куби, R тўғри чизиқдаги $[-1,1]_i -$ сегмент, $W_i^{\pm} = \{(g_i) \in Q : g_i = \pm 1\} - i -$куб Q нинг $i-$қирраси, $BdQ = \bigcup_{i=1}^{\infty} W_i^{\pm} -$ куб Q нинг псевдочегараси ва Q $S = Q \setminus BdQ -$кубнинг псевдоичкариси. ℓ_2-сепарабель Гилберт фазоси, $Q' = \prod_{i=1}^{\infty}[-1, \frac{1}{2^i}] -$Гилберт стандарт ғиштидир; $\mathrm{rint}\, Q = \{x = (x_n) \in Q : |x_n| < t < 1, n \in N\}$ стандарт Q' ғиштнинг Гилберт фазоси ℓ_2, $\sum$-чизиқли қобиғи. Бу фазолар учун, $\mathrm{rint}\, Q \simeq BdQ$ ва $BdQ \simeq \sum$ нинг топологик тенглиги ўринли бўлади, ℓ_2^f бу ℓ_2 -Гилберт фазосининг чизиқли қисм фазоси бўлиб, шундай нуқталардан иборатки, унинг координаталарининг чекли сони нолдан фарқ қилади, $Q^f -$Гилберт куби Q нинг қисм фазоси, барча нуқталардан ташкил топган бўлиб, фақат координаталарининг чекли сони нолдан фарқ қилади, Q, ℓ_2 ва $\sum$ фазолари кучли чексиз ўлчамли ва ℓ_2^f ва Q^f кучсиз чексиз ўлчамлидир.

Компактларнинг бир-бирига жойлашиши билан боғлиқ бўлган эҳтимоллик ўлчовларининг P функторининг геометрик ва топологик хоссалари ўрганилади. $P(X)$ компакт тўпламнинг чегара тўпламлари ихтиёрий чексиз компакт X тўплами учун текширилади. $P(X)$ фазонинг қайси қисм фазолари чексиз ўлчамли $l_2-, Q-, Q^f-$ ва Σ -кўпхилликларга ажратилади. Компакт тўпламларнинг бир-биридаги ўрнини ўрганиб, $P(X)$ компакт тўпламнинг қайси бир жуфт қисм тўпламлари (Q, BdQ) ва $(Q, B(Q))$. жуфтларига гомеоморф эканлиги исботланган. Бундан ташқари, биз чекли элтувчили барча эҳтимоллик ўлчовларининг $P_\omega(X)$ қисм фазосининг геометрик ва топологик хусусиятларини кўриб чиқамиз. Чексиз компакт X тўпламида $P_\omega(X)$ қисм фазосининг чексиз ўлчамли чизиқли фазога гомеоморфик эканлигини кўрсатилади. Бундан ташқари, ҳар қандай чексиз компакт X учун, бу $P_\omega(X)$ қисм фазо компакт $P(X)$ нинг чегаравий тўплами эканлиги кўрсатилган.

Учинчи бобнинг биринчи қисмида эҳтимоллик ўлчовлари $P(X)$ фазосининг баъзи геометрик ва топологик хоссалари ҳамда унинг қисм фазоларнии X компакт метрик тўпламда ўрганамиз.

Чизиқли акслантириш $\mu : L \to R$ функционал деб аталади. X компакт бўлсин. Биз компакт очиқ топологияга эга $C(X)$ даги барча узлуксиз функциялар майдонини $C(X)$ билан белгилаймиз. Шундай қилиб, биз $(C(X))^*$ фазоси сифатида $M(X)$ ёзувидан фойдаланамиз, яъни. узлуксиз функционал $\mu : C(X) \to R$ ни X да ўлчов дейилади. Агар ҳар қандай $\varphi \geq 0$ учун $\mu(\varphi) \geq 0$ бўлса, $\mu \in M(X)$ ўлчови мусбат деб аталади (символик, $\mu \geq 0$ ёзилади). Мусбат ўлчовлар мажмуаси $M(X)$ нинг мусбат конуси деб аталади. μ ўлчови мусбат бўлади, агар $\|\mu\| = \mu(1_X)$ бўлса, бу ерда $1_X : X \to [0,1]$ айнан 1 га тенг бўлган функциядир. μ ўлчови $\|\mu\| = 1$ бўлса, у нормаллаштирилган деб аталади. Мусбат нормаллаштирилган эҳтимоллик ўлчови деб аталади. Демак, μ мусбат ўлчови, агар $\int 1_X d\mu = 1$ бўлса, эҳтимоллик ҳисобланади. Биз $M(X)$ тўпламини кучсиз топология билан таъминлаймиз, яъни биз $M(X)$ ни $\Pi\{R_\varphi : \varphi \in C(X)\}$ сонлар ўқининг Тихонов кўпайтмасининг қисм тўплами сифатида кўриб чиқамиз.

$\mu \in M(X)$ элемент атрофлари базасини

$$O(\mu, \varphi_1, ..., \varphi_k, \varepsilon) = \{\mu' \in M(X); |\mu'(\varphi_i) - \mu(\varphi_i)| < \varepsilon, i = \overline{1,k}\}$$

тўла регуляр фазодир ташкил қилади. Шундай қилиб, $M(X)$ мукаммал мунтазам фазодир. Барча эҳтимоллик ўлчовларидан иборат $M(X)$ қисм фазоси $P(X)$ билан белгиланади. $M(X)$ да $P(X)$ майдони ёпиқлигини кўриш осон. Бундан ташқари, $P(X)$ фазо $\Pi\{I_\varphi : \varphi \in C(X)\}$ сегментлар кўпайтмасида ётади, бу ерда $I_\varphi = [-\|\varphi\|, \|\varphi\|]$ ва $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(x)| : x \in X\}$. Шунинг учун, $P(X)$ компактдир.

Агар ҳар қандай $\varphi \in C(X)$ учун $\int \varphi d\mu = 0$ яъни F да нолга айланса, μ ўлчови $F \subset X$ тўпламида жамланган деб айтилади. μ ўлчови жамланган энг кичик ёпиқ тўплам унинг элтувчиси деб аталади ва $\operatorname{supp}\mu$ билан белгиланади; Демак, $\operatorname{supp}\mu = \bigcap\{F \subset X : F = \overline{F}$ ва $\mu(X) = \mu(F)\}$. Ҳар қандай $x \in X$ нуқта учун x да жамланган ягона δ_x эҳтимоллик ўлчови мавжуд. Ҳақиқатан ҳам, δ_x шундай ўлчов бўлсин. Кейин $\delta_x(1_x) = 1$ ва шунинг учун $\delta_x(\varphi) = \delta_x(\varphi(x)\cdot 1_x) = \varphi(x)$. Бошқа томондан, $\delta_x(\varphi) = \varphi(x)$ тенглиги билан аниқланган δ_x ўлчови эҳтимолликдир ва x нуқтасида жамланган. x нуқтада жамланган δ_x ўлчови Дирак ўлчови дейилади.

Айтайлик $f : X \to Y$ компакт фазолар орасидаги узлуксиз акслантириш бўлсин. Биз узлуксиз акслантириш $P(f) : P(X) \to P(Y)$ ни қуйидагича аниқлаймиз

$$P(f)(\mu) = \mu(\varphi \circ f)\,. \tag{7}$$

Тўғридан-тўғри текшириш, тенгликни кўрсатади

$$P(g \circ f) = P(g) \circ P(f)\,,$$

булар, коммутатив диаграмма

$$\begin{array}{ccc} X & \xrightarrow{f} & Y \\ g \circ f \searrow & & \swarrow g \\ & Z & \end{array} \tag{8}$$

қуйидаги коммутатив диаграммага ўтади:

$$\begin{array}{ccc} P(X) & \xrightarrow{P(f)} & P(Y) \\ P(g) \circ P(f) \searrow & & \swarrow P(g) \\ & P(Z) & \end{array} \tag{9}$$

Шундай қилиб, P конструкция функториал бўлиб, у $Comp$ категориясида қараладиган нормал ковариант функтордир.

X компакт фазо учун биз, $P_n(X)$ билан барча шундай эҳтимоллик ўлчовлари тўпламини $\mu \in P(X)$ билан белгилаймизки, уларнинг элтувчилари кўпи билан n та нуқтадан иборат, яъни:

$$P_n(X) = \{\mu \in P(X) : |\operatorname{supp}\mu| \le n\}$$

Демак, $P_n(X)$ фазосининг нуқталари Дирак ўлчовларининг қуйидаги қаварик чизиқли бирикмалардир

$$\sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{x_i}, k \le n, \sum_{i=1}^{k} m_i = 1, m_i \ge 0,$$

Агар $f : X \to Y$ акслантириш бўлса, у ҳолда $P(f)(\sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{x_i}) = \sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{f(x_i)}$.

Шундай қилиб, $P_n(f) : P(f)|_{P_n(X)}$ деб фараз қилсак, биз $P_n(f) : P_n(X) \to P_n(Y)$ акслантиришни оламиз.

Шундай қилиб, биз P_n функторини аниқладик, бу аниқ P нинг қисмфунктори бўлиб, P_n ҳам $Comp$ категориясидаги нормал функтордир.

10-таъриф. Гильберт куби Q даги B зич $\sigma - Z -$ тўплам, учун $Q \setminus B \approx \ell_2$ бўлса, B тўплам Q даги чегаравий тўплам дейилади.

11-таъриф. X ва Y топологик фазолар бўлсин, агар $f : A \to B$ гомоморфизми, $f : X \to Y$ гомоморфизмга кўтарилса, (X, A) жуфтлик (Y, B) жуфтликга гомеоморф дейилади, бунда $A \subset X$ ва $B \subset Y$.

5-теорема. X чексиз компакт, $A_1 \subseteq A_2 \subseteq ...$ эса X да ёпиқ қисм тўпламлар бўлсин, шунда $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ тўплам X ҳамма жойда зич ва $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \neq X$ бўлсин. У ҳолда $\left(P(X), \bigcup_{i=1}^{\infty} P(A_i) \right) \approx (Q, B(Q))$ гомеоморфизм ўринли бўлади.

X компакт тўпламнинг очиқ тўпламостилари хоссаларини ва $P(X)$ фазонинг ёпиқ тўпламларининг $Z -$хоссаларини қўллаш натижасида қуйидаги исботланган.

6-теорема. Ихтиёрий чексиз компакт X ва X дан фарқ қиладиган ҳар қандай очиқ зич A тўплами учун қуйидаги гомеоморфизм ўринли бўлади:

$$(P(X), P(A)) \approx (Q, B(Q)).$$

Маълумки, барча чекли элтувчили эҳтимол ўлчовлари тўплами $P(X)$ да ҳамма жойда зич ва улар $\sigma - Z -$ тўпламларидир.

7-теорема. Ихтиёрий чексиз чекли ўлчамли компакт X учун $(P(X), P_{\omega}(X))$ жуфтлик (Q, Q^f) жуфликга гомеоморф бўлади.

8-теорема. X чексиз компакт бўлсин, ҳамда $P_{\omega}(X)$ фазо Гилберт куби Q га гомеоморф тўпламости мавжуд бўлсин. У ҳолда қуйидаги топологик тенглик ўринлидир:

$$(P(X), P_{\omega}(X)) \approx (Q, BdQ).$$

Учинчи бобнинг иккинчи қисмида фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари кўриб чиқилади, улар X компакт метрик эҳтимоллик ўлчовлари P функторининг, P_f қисмфункторининг қиймати баҳоланади.

Е.В.Щепин қуйидаги хусусиятга эга бўлган эҳтимоллик ўлчовларининг P функторнинг P_f қисмфункторини қуйидагича аниқлади: агар μ ўлчовининг элтувчилари n та $x_1, x_2, ..., x_n$ нуқтадан иборат бўлса, у ҳолда бу нуқталардан камида биттасининг Дирак ўлчови $1 - \frac{1}{n}$ дан кичик эмасдир. Бу P_f функтор қизиқ, чунки у чекли элтувчили функтор ва чекли даражага эга эмас. $P_f : Comp \to Comp$ функтори нормал функторлар барча талабларига жавоб беради. $P_f(X)$ фазосининг таърифидан келиб чиқадики, $\delta(X)$-Дирак ўлчовлари фазоси $P_f(X)$ да ётади. X фазонинг F-ёпиқ тўплами бўлсин. Агар $r(x) = x$ исталган $x \in F$ нуқтаси учун бўлса, $r : X \to F$ нинг узлуксиз акслантириши ретракция дейилади. F тўплами X нинг ретракти дейилади.

Y топологик фазо K синфдаги фазолар учун мутлақ (атрофли) ретракт дейилади ва $Y \in A(N)R(K)$ ёзилади, агар $Y \in K$ ҳар қандай гомеоморфизм учун, $Y \simeq X$ ва фазонинг ёпиқ $h(Y)$ тўпламига K синфидан Y акслантиришса, $h(Y)$ тўплами X га (атрофли) ретракт бўлса.

Топологик фазолар учун $A(N)R$ фазолар мезонини ва $P_f(X)$ фазонинг қисм фазоларининг экстензор хусусиятларини қўллаш орқали қуйидаги исботланади.

9-теорема. P_f функтори $A(N)R$-компактларни сақлайди. Яъни, $X \in A(N)R$-компакт, у ҳолда $P_f(X) \in A(N)R$.

Учинчи бобнинг иккинчи қисмида компакт бўлмаган топологик фазода эҳтимоллик ўлчовлари P функтори ва унинг қисмфункторларининг геометрик ва топологик хоссаларини кўриб чиқилган.

X фазо кучсиз саноқли ўлчамли дейилади, агар X ўзининг ёпиқ чекли ўлчамли қисм фазоларининг саноқли бирлашмаси бўлса, яъни $X = \bigcup_{i=1}^{\infty} X_i, \dim X_i < \infty, X_i -$ X да ёпиқ тўплам.

Маълумки, $P_\omega(X)$ фазоси $\sigma-$компакт бўлиб, кучсиз ўлчамли фазоларни сақлайди. Ушбу хусусиятлардан фойдаланиб, қуйидагини исботлаймиз

10-теорема. X чексиз сепарабель σ-компакт фазо бўлсин. У ҳолда:

а) $P_\omega(X) \approx \ell_2^f$, агар X кучсиз саноқли-ўлчамли бўлса;

б) $P_\omega\left(X\right) \approx \Sigma$, агар X таркибида Гильберт куби мавжуд бўлса.

$P_f(X)$ фазосининг $\delta(X)$ қисм тўпламининг ретракт бўлиш хусусиятларини қўллаш ёрдамида, қуйидагилар кўрсатилган.

11-теорема. Сепарабель фазо $P_f(X)$ тўла метрикалашгандир; фақат ва фақат агар X сепарабель ва тўла метрикалашган бўлса;

12-теорема. X - кучсиз саноқли ўлчамли метрик $A(N)R(\mathfrak{M})$-фазо ва P_n функторининг $F-$локал қаварик қисмфункторлари бўлсин, у ҳолда $F(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$. Хусусий ҳолда $P_n(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$.

Функторлар томонидан кучсиз саноқли ўлчамли фазоларнинг сақланишини, $A(N)R(\mathfrak{M})$-фазолар мезонини ва эҳтимоллик ўлчовлари функторининг хусусиятларини чекли элтувчиларини билан қўллашни ҳисобга олиб, биз қуйидаги исботланади.

13-теорема. $X-$ сепарабел тўлиқ $A(N)R(\mathfrak{M})$-фазо ва $F-$функтор P_n нинг локал қаварик қисмфункторлари бўлсин. У ҳолда $F(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$. Хусусий ҳолда $P_n(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$.

Диссертациянинг тўртинчи боби **"Баъзи ковариант функторларнинг қийматлари бўлган топологик фазоларнинг ўлчамли, экстензорли ва**

шейп хусусиятлари" бу ерда биз F билан P_n функторининг локал қавариқ қисм функторлари $P_n, P_{f,n}, P_f$ ва F.

P_f ва $P_{f,n}$ функторлари таъсирида чексиз компакт тўпламларнинг шейп хоссалари ўрганилади ва текширилади.(Г) саволга жавоб сифатида $P_f, P_{f,n}$ ва F ўзига хос функторлар учун ҳам берилган, бунда $F-$ локал қавариқ P_n функтор остиси локал қавариқ бўлади. Хусусан, X ва Y чексиз компакт тўпламлар учун, $shX = shY$ шейпларнинг тенглиги мезони берилган; Шунингдек, жуфт фазолар гомеоморфизмининг яна бир мезони берилган бўлиб, у эҳтимоллик ўлчовлари $P(X)$ фазосининг жуфт қисм фазоларининг гомеоморфизмини исботлаш учун ишлатилади.

Тўртинчи бобнинг биринчи қисмида биз P_n ва P_ω ковариант функторларининг қийматлари бўлган топологик фазоларнинг ўлчамли хусусиятларини кўриб чиқамиз.

Қуйидаги теоремалар стратифицик фазо учун $P_n(X)$ фазо ўлчамини баҳолайди ва $P_\omega(X)$ функтори кучсиз саноқли ўлчамли стратифицик фазоларни инвариант қолишини кўрсатади.

14-теорема. X - чекли ўлчамли St-фазо бўлсин. У ҳолда $P_n(X)$ чекли ўлчамли St-фазодир. Бундан ташқари унинг учун қуйидаги тенгсизлик ўринлидир:

$$\dim P_n(X) \le \dim X^n \times n - 1 \le n \dim X + n - 1 .$$

15-теорема. Агар X кучсиз саноқли ўлчвмли St-фазо бўлса, у ҳолда $P_\omega(X)$ фазо ҳам кучсиз саноқли ўлчамли бўлади.

Тўртинчи бобнинг иккинчи қисмида баъзи ковариант функторларнинг қийматлари бўлган топологик фазоларнинг экстензор ва шейп хусусиятларини кўриб чиқамиз.

Чексиз компакт тўпламларнинг шейп хоссалари ва $P(X)$ фазосининг ёпиқ қисм тўпламларининг Z-хоссалари, чексиз компакт тўпламлар шейпларининг тенглигини исботлаш имконини берди.

16-теорема. Ҳар қандай чексиз компакт X ва Y учун қуйидаги бажарилади: $Sh(X) = sh(Y)$, фақат ва фақат, $P(X) \setminus P_f(X) \approx P(Y) \setminus P_f(Y)$ бўлса.

Чексиз ўлчамли қавариқ компакт тўпламларни ва чексиз ўлчамли кўпхилликларнинг $Z-$хоссаларини ўрганиш натижасида жуфтларнинг топологик эквивалентлиги мезонини бериш имконини берди.

17-теорема. X - қавариқ чексиз ўлчамли компакт, Y_i эса унинг қавариқ чексиз ўлчамли қисм компактларининг ўсиб бораётган кетма-кетлиги бўлиб, қуйидагилар бажарилсин: 1) Y_i фазо $Y_{i+\ell}$ да Z-тўплам; 2) $\bigcup_{i=1}^{\infty} Y_i$ бирлашма X

да ҳамма жойида зич бўлсин. У ҳолда $(X, \bigcup_{i=1}^{\infty} Y_i)$ жуфтлик $(Q, r\operatorname{int} Q)$ жуфтликга гомеоморф бўлади.

Тўртинчи бобнинг учинчи бўлими фазоларнинг қўзғалмас нуқталари, узлуксиз акслантиришлари, функторлар ва уларнинг хусусиятларига бағишланган.

18-теорема. Агар компакт X қўзғалмас нуқта хоссаси билан Пеано континиуми синфи билан яқинлаштирилган бўлса, у ҳолда $P_f(X)$ ва $P_{f,n}(X)$ лар қўзғалмас нуқта хоссасига эга бўлади.

Маълумки, чекли ўлчамли компакт X ва Y фазолар орасидаги f узлуксиз очиқ акслантириш учун $P(f)$ акслантириш тривиаль $Q-$ қатламлидир. Биз эса $P_\omega(X)$ нинг чегаравий эканлигини ҳисобга олиб, қуйидаги теоремани исботлаймиз.

19-теорема. $f: X \to Y$ чексиз $f^{-1}(y)$ қатламли чекли ўлчамли компакт X ва Y тўпламлар орасидаги очиқ акслантириш бўлса, у ҳолда $P_\omega(f): P_\omega(X) \to P_\omega(Y)$ тривиаль $B(Q)$-қатламли акслантиришдир.

Диссертация ишининг **“Проектив факторли функторларнинг қийматлари бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссалари”** деб номланган бешинчи боби чекли-очиқ, проектив очиқ, проектив индуктив ёпиқ, проектив факторли ва проектив $\sigma - p.i.c.$ ковариант функторларининг янги синфини аниқлашга бағишланган. Ушбу функторларнинг функториал тавсифи берилган бу функторлар таъсиридаги фазоларнинг топологик ва геометрик хоссалари ўрганилган. Бу фазолар паракомпакт $\sum-$ фазолари, паракомпакт p-фазолар, паракомпакт $\sigma-$фазолари, стратифицик фазолар бўлиб ва бу категориялари юқоридаги ковариант функторларнинг юқоридаги фазолар синфидаги $\dim$ ўлчами қийматлари келтирилади.

Бешинчи бобнинг биринчи бўлимида $Tych$ фазолари категориясидаги проектив факторли функторларни ва унинг узлуксиз акслантиришларни аниқлаймиз.

Бизга қуйидаги умуманиқ тушунчалар керак

12-таъриф. X фазони Y фазога $f: X \to Y$ акслантириш факторли дейилади, агар

(1) $V \subseteq Y$ тўплами Y да очиқ бўлади, агар $f^{-1}(V)$ тўплами X да очиқ бўлсагина;

Шубҳасиз, $X \setminus f^{-1}(V) = f^{-1}(Y \setminus V)$ тенглиги туфайли (1) шартга эквивалентдир.

(2) $\phi \subseteq Y$ тўплами Y да ёпиқ, агар $f^{-1}(\phi)$ тўплами X да ёпиқ бўлса;

Агар k натурал сон ва F функтор учун $F_k(\{k+1\})$ тўплами $F(\{k+1\})$ да очиқ бўлса, F функтор чекли очиқ деб аталади. Чекли очиқ функторларга мисоллар компакт элтувчили функторлар, яъни, ҳар бир k натурал сони учун

$F(\{k\})$ тўплами чекли бўлган F функторлари. Агар ҳар бир Тихонов фазоси X ва ҳар бир натурал k сони учун $\pi_{F,X,k}: C(\{k\}, X) \times F(\{k\}) \to F_k(X)-$ акслантириш факториал (ёпиқ акслантириш) бўлса, F функтор проектив факторли (проектив ёпиқ) дейилади.

20-теорема. Бўш тўплам ва прообразларни сақлайдиган ҳар қандай узлуксиз чекли очиқ функтор $F: Comp \to Comp$ проектив факторлидир.

21-теорема. Узлуксиз элтувчили, прообразларни сақлайдиган узлуксиз функтор F проектив ёпиқмасдир.

Бешинчи бобнинг иккинчи қисмида биз паракомпакт фазолар ва проектив индуктив ёпиқ функторларни ўрганамиз.

Паракомпакт $\sigma-$фазоларининг таърифидан хулоса қилишимиз мумкинки, $\sigma-$фазосининг ёпиқ тўпламостиси $\sigma-$фазосидир, яъни. $\sigma-$ фазолари ёпиқ тўпламлари наслийдир.

13-таъриф. X топологик фазо Σ фазоси деб аталади, агар у σ-дискрет оила N ва X нинг ёпиқ саноқли компакт тўпламлардан ташкил топган, C қопламаси ўз ичига олса, $C \in C$ ва $C \subset U$-очиқ бўлса, у ҳолда баъзи $F \in N$ учун $C \subset F \subset U$.

σ-консерватив қопламали паракомпакт фазолар, стратифицик фазоларнинг тавсифи Майкл теоремаси ёрдамида тавсифланади. Шунинг учун ҳар бир стратифицик фазо нормалдир. Иккинчи томондан, X нинг ҳар бир ёпиқ тўплами G_δ -тўпламдир.

14-таъриф. $f: X \to Y$ эпиморфизм индуктив ёпиқ дейилади, агар X фазода шундай A ёпиқ тўплами мавжуд бўлиб, у учун $f(A)=Y$ ўринли ва чекли $f|_A$ ёпиқ акслантириш бўлса.

15-таъриф. Агар акслантириш $\pi_{F_\beta,X,k}$ ҳар бир Тихонов фазоси X ва мусбат бутун k сон учун индуктив ёпиқ бўлса, F_β функтори проектив индуктив ёпиқ (қисқа- $p.i.c.$) деб аталади.

Қуйидаги теоремалар қайси функторлар $p.i.c.$-функторлари эканлигини кўрсатади ва паракомпакт $\sum$ ва $p-$фазолар синфини сақлайди.

22-теорема. Ҳар бир узлуксиз, мономорф, бўш тўплам, кесишиш ва прообразларни сақловчи чекли очиқ, функтор $F_\beta: Comp \to Comp$ $p.i.c.$ функтор бўлади.

23-теорема. F_β чекли даражадаги $p.i.c$ функтори бўлса, у ҳолда F_β функтори паракомпакт $\sum$-фазолар синфини ва паракомпакт p-фазолар синфларини сақлайди.

Бешинчи бобнинг учинчи қисмида биз паракомпакт фазолар, проектив индуктив ёпиқ функторлар ва ўлчамларни ўрганамиз.

Қуйидаги натижа паракомпакт $\sum$-фазолари учун m даражали $p.i.c.$ функторлари учун $\dim$ ўлчамининг қийматини аниқлаб беради.

24-теорема. F_β m даражали $p.i.c.$ функтори ва $X-$паракомпакт Σ -фазоси бўлсин. У ҳолда

$$\dim F_\beta(X) \le m \dim X + \dim F_\beta(\{m\}). \qquad (10)$$

Агар $p.i.c.$ функтори чекли ўлчамли фазони чекли ўлчамли фазога олиб борса, унда бундай функторлар кучсиз саноқли ўлчамли фазоларни сақлаб туриши кўрсатилган, яъни

25-теорема. F чекли тўпламни фазонинг чекли ўлчамлига ўтказувчи чекли даражадаги $p.i.$с.-функтор бўлсин, X кучсиз саноқли ўлчамли фазо бўлиб, қуйидаги фазолар синфидан бири ҳисоблансин:

а) $\Sigma-$паракомпакт фазолар; б) p-паракомпакт фазолар; в) σ-паракомпакт фазолар; г) стратифицик фазолар; д) метрикалашган фазолар.

У ҳолда $F_\beta(X)$ кучсиз саноқли ўлчамли фазодир.

Бешинчи бобнинг тўртинчи бўлими dim ўлчами ва σ-p.i.c.-функторларнинг ўлчамлари қийматини ўрганишга бағишланган.

Ушбу бўлимда биз σ-p.i.c.-функтор тушунчасини киритамиз. Барча нуқталарда элтувчилари $\le k$ нуқталарида элтувчилари P_k функтор σ-p.i.c.-функтор бўлган эҳтимоллик ўлчовларининг P_k функтори ва dim ўлчами учун логарифмик қонун ва паракомпакт p-фазолар ва стратифицик фазолар учун амал қилиши исботланган. Шунингдек биз, баъзи бир σ- $p.i.c.$-функторлар томонидан кучсиз саноқли ўлчамли фазолар синфини сақлаб қолиш масаласини кўриб чиқамиз.

16-таъриф. $F: Tych \to Tych$ функтор компакт ($\sigma-$компакт) деб аталади, агар $F(K)$ фазо ҳар қандай $X \in Comp$ фазо учун компакт ($\sigma-$компакт) бўлса.

$F: Tych \to Tych$ функтор ва $F^n \subset_{cl} F, n \in \omega$ бўлсин. Биз айтамизки, F ҳар қандай Тихонов фазоси X учун $F(X) = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} F^n(X)$ бўлса, яъни $F^n(F = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} F^n)$, бирлашмаси.

17-таъриф. Агар $F = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} (F^n)_\beta$ бўлса, $F: Tych \to Tych$ функтори σ-p.i.c.- функтор деб аталади, бунда ҳар бир F^n чекли даражадаги p.i.c.-функтор бўлса.

Маълумки, $\exp_\omega = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \exp_n$ функтори σ-p.i.c. функтор ҳисобланади.

Қуйидаги P_k функтор учун ўринлидир

26-теорема. Ҳар қандай k натурал сони учун P_k функтори σ-p.i.c.-функтордир.

Паракомпакт $p-$фазолар ва метрикалашган фазолар учун кейинги теорема, P_k функтори ва унинг қисмфунктори учун ўлчам қийматини кўрсатади.

27-теорема. F функтор $Comp$ категорияда P_k-функторнинг нормал қисм функтори бўлсин, X паракомпакт P-фазо (хусусий ҳолда, метрикалашган) бўлсин. У ҳолда $\dim F_{\beta}(X) \leq k \dim X + \dim F(k)$.

Агар $F = P_k$ бўлса, у ҳолда $\dim P_k(X) \leq k \dim X + k - 1$.

ХУЛОСА

Диссертация иши “Баъзи ковариант функторларнинг қиймати бўлган фазоларнинг геометрик ва топологик хоссаларини” тадқиқот этишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Функториал хусусиятлардан фойдаланиб, компакт фазонинг метрикалаш мезони берилди;

2. Топологик спектрлардан фойдаланиб, топологик фазонинг чекли кўпайтмаси ўлчамлари аниқланган;

3. Олдин қўлланилган усулларни ўзгартириш ва чексиз ўлчамли кўпхилликларнинг хусусиятларини қўллаб, топологик фазо жуфтларининг топологик эквивалентликлари берилди;

4. Чекланган элтувчили ковариант функторлар усулларидан фойдаланиб, баъзи топологик категориялардаги баъзи ковариант функторлар қийматларининг топологик ва геометрик хусусиятларини тавсифланди;

5. Эҳтимол ўлчовлар тўплами қисм тўпламларининг экстензорлик хоссалари чексиз ўлчамли кўпхилликларнинг хусусиятлари ва гомеоморфизмидан фойдаланиб, чексиз компакт тўпламлар шейпларининг тенглиги мезонини берилди;

6. $Tych$-Тихонов фазолари ва унинг узлуксиз акслантиришлари категориясида ҳаракат қилувчи ковариант функторларнинг бир қатор умумий функториал хусусиятларини ва узлуксиз акслантиришлари тадқиқот қилиниб, топологик фазоларнинг кенгроқ категорияларини инвариант қолдирадиган ковариант функторлар аниқланди;

7. Нормал ковариант функторлар усулларидан фойдаланиб, геометрия ва топологияни мавжуд усулларини модификация қилиб, эҳтимоллик ўлчовлари функтори P ва унинг қисм функторлари қийматлари бўлган топологик фазонинг гомотопияси шейпи ва экстензор хусусиятлари ўрганилди;

8. Чексиз компакт X тўпламда, фазонинг барча эҳтимол ўлчовлари $P\left(X\right)$ гильберт куби Q га гомеоморфлиги ҳисобга олиб чексиз X компак учун $P(X)$ компактнинг чексиз ўлчамли ℓ_2^f, ℓ_2, Σ ларга топологик эквивалент қисмлари аниқланди.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЖУРАЕВ ТУРСУНБОЙ ФАЙЗИЕВИЧ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОСТРАНСТВ, ЯВЛЯЮЩИХСЯ ЗНАЧЕНИЯМИ НЕКОТОРЫХ КОВАРИАНТНЫХ ФУНКТОРОВ

01.01.04 – Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

ТАШКЕНТ–2021

Тема докторской (DSc) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2021.2.DSc/FM73.

Диссертация выполнена в Институте Математики имени В.И.Романовского.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу http://kengash.mathinst.uz и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» по адресу www.ziyonet.uz.

Научный консультант: **Аюпов Шавкат Абдуллаевич**
доктор физико-математических наук, академик

Официальные оппоненты: **1.**

2.

3.

Ведущая организация:

Защита диссертации состоится « ___ » _______ 2021 г. в ______ часов на заседании научного совета DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 при Институте Математики имени В.И.Романовского (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871)-207-91-40, e-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Института Математики имени В.И.Романовского (зарегистрирована за № 122). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 9. Тел.: (+99871)-207-91-40).

Автореферат диссертации разослан « ____ » _______ 2021 г.
(протокол рассылки № ___ от « ____ » ______ 2021 г.).

У.А.Розиков
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

Ж.К.Адашев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

Председатель Научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., старший научный сотрудник

Введение (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире изучение геометрических и топологических свойств ковариантных функторов и их подфункторов конечной степени и имеющих конечные носители на конечномерных и бесконечномерных пространствах является существенным вкладом в теорию геометрической топологии. В последнее время достаточно интенсивно исследуется новое направление в общей, алгебраической и геометрической топологии, возникшее на стыке нескольких теории: теорий ретрактов, теории гомологии и когомологии, теории шейпов, теории подвижных компактов, теории гомологической топологии, теории бесконечномерных топологических пространствах; теории размерности в смысле dim; теории категории топологических пространствах; и теории ковариантных функторов – геометрической теории ковариантных функторов из категории $Comp$ - компактов и их непрерывных отображений (и более широких категорий). Это новое направление исследований в современный геометрии, общей и алгебраической топологии, функциональном анализе и теории вероятностей, сформировавшееся совсем недавно, обладает своим объектом и методом исследования. Исследуются различные топологические свойства широкого спектра пространств, метризационные критерии бикомпактов с помощью ковариантных функторов конечными носителями, изучаются граничные множества конечномерных и бесконечномерных многообразий при воздействии на них функтора P вероятностных мер и его подфункторов, изучаются взаимные расположенности подмножества пространства $P(X)$ вероятностных мер, доказывается для некоторого подмножества $A \subset P(X)$ топологическая эквивалентность пары $(P(X), A)$ к парам $(Q, B(Q))$ и (Q, S).

Основной причиной востребованности исследований, связанных с тематикой настоящей диссертации, является тесная связь топологических и геометрических свойств значений некоторых ковариантных функторов, действующих в различных топологических категориях. Исследование множества метризуемости некомпактного пространства позволяет оценить мощности этого множества и различать друг от друга различные топологические и геометрические свойства типа размерность, стягиваемость, связность элементов этого множества. Например, если какой-нибудь функтор F непрерывно действует в категории Top топологических пространств, то между объектами X и $F(X)$ имеется некоторая топологико-геометрическая связь; эти топологико-геометрические связи таковы: а) какие ковариантные функторы в категории топологических пространств сохраняют свойство быть $A(N)R$- пространством; б) как ведут себя те или иные геометрические свойства пространств при воздействии на них различными ковариантными функторами; в) как ведут себя те или иные свойства отображений при воздействии на них различными ковариантными функторами; г) задача метризации топологических пространств со времен первых работ по теории топологических пространств принадлежала и к центральным проблемам общей топологии. Взятие конечной и бесконечной степени топологического пространства является нормальным ковариантным функтором. Применение этого функтора в категории $Comp$ компактов и непрерывных отображений выявляет возможность метризации компактов вида $F(X)$, если она обладает различного рода наследственными свойствами.

В нашей стране исследования теории размерности являются одной из центральных проблем размерности конечного числа произведении топологических пространств в категории Top, т.е. выполняется ли логарифмический закон для размерности $\dim$. Верно ли неравенство: $\dim X \times Y \leq \dim X + \dim Y$. Исследуя функториальные, геометрические и топологические свойства ковариантных функторов с конечными носителями, выделили и дали функториальное описание нового класса конечно открытых, проективно открытых, проективно индуктивно замкнутых, проективно факторных и $\sigma - p.i.c.$ ковариантных функторов в категориях $Tych$ тихоновских пространств и непрерывных отображении в себя. Дальнейшее исследование, соответствующее мировым стандартам по приоритетным проблемам алгебры, геометрии и топологии, обозначены как основные цели и направления деятельности исследователей[2]. Таким образом, для использования научных результатов в смежных областях науки важным считается построить цепочки значений геометрических и топологических свойств пространств при воздействии на них ковариантных функторов различных категорий Top топологических пространств и непрерывных отображений в себя.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлениях №ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан» и №ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики» и в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан № ф4 “Математика, механика и информатика”

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации.

[2] Постановление Кабинета Минстров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

Научные исследования, направленные на обоснование топологических и геометрических свойств размерности конечного произведения в смысле $\dim$, так называемым логарифмическим неравенством: $\dim X \times Y \leq \dim X + \dim Y$, проводятся ведущими научными центрами и специалистами университетов зарубежных стран, в том числе: в Московском государственном университете имени Ломоносова и математическом институте имени Стеклова (Россия), Чикагском и Индиана университетах (США), Канадском университете (Канада), Токийским и Осаковском университетах (Япония), Варшавском университете (Польша), Львовском государственном университете (Украина), Пражском университете (Чехословакия), Кембриджском и Лидском университетах (Великобритания), Парижском математическом институте (Франция), Берлинском Вейерштрасском научном центре WIAS (Германия) и в других.

Результаты научно исследовательских работ, посвященных геометрическим и топологическим свойством пространств и значениями некоторых ковариантных функторов, в мировом масштабе связаны с решением целого ряда актуальных задач, в том числе, получены следующие научные результаты: достоверность неравенства $\dim X \times Y \leq \dim X + \dim Y$ доказана в категории компактных пространств (в Канадском университете); категории метрических пространств (Токийском и Пражском университетах); категории паракомпактных $\sum$-пространств (Московский государственный университет имени Ломоносова); в категории паракомпактных p-пространств X_i (Московский государственный университет имени Ломоносова); Найдены значения ковариантных функторов в категории $Top-$топологических пространств и непрерывных отображений (в Московском государственном университете имени Ломоносова и математическом институте имени Стеклова). Выделены граничные свойства бесконечномерных многообразий, фиксированы подмножества, которые топологически эквивалентны многообразиям $Q-, \ell_2-, \sum-, \ell_2^f-, Q^f-$ приведены и характеризованы экстензорные свойства (в Варшавском университете и университете Луизианы), найдены шейповые и экстензорные свойства компактных пространств (Варшава и университет Канзас), экстензорные свойства G-пространств (Токийский университет, Амстердам) дана характеризация дополнений Z-множеств сепарабельных метрических пространств, которые топологически эквивалентны беконечномерным $Q-, \ell_2-, \sum-, \ell_2^f-, Q^f-$многообразиям (Калифорнийский университет и университет северной Каролины), дан критерий продолжения гомоморфизма, определенный на подмножестве выпуклого бесконечномерного линейного многообразия до всего пространства (Варшавский университет и Токийский институт математики). Найден критерий граничного множество Q-многообразий, дополнение которого является ℓ_2-многообразием (Университет Луизианы и Техас), выделено подмножество для пеановского компакта X гиперпространство $\exp X$ и его подмножеств, которые топологически эквивалентны $Q-, \ell_2-, \ell_2^f$ и Q^f многообразиям, и дополнения которых гомеоморфны гильбертовому пространству ℓ_2 (Университет Луизианы и Техас), изучено топологически и геометрически функтор-гиперпространство exp и его подфункторы в случае конечномерного пеановского компакта, которые гомеоморфны бесконечномерным многообразиям (университеты Северной Каролины и Техаса).

В последние годы во многих странах мира в качестве приоритетных направлений исследуются ковариантные функторы, действующие в категории $Tych-$Тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя, сохраняющие класс стратифицируемых пространств, значения топологических и геометрических свойств: экстензорность, размерность, шейп, слабая счетномерность, сильная бесконечномерность, сохранение C-пространств и открытых непрерывных отображений, прообразов, $\varkappa$-метризуемых пространств, оставляющих инвариантным $AE(n)$ пространство, гомотопических свойств, действовавших в категории $G-$пространств функторов, переводящих в категорию $G-$эквивариантных пространств.

Степень изученности проблемы. Метризация бикомпактов, размерность конечных произведений топологических пространств, расположенность компактов друг в друге в пространстве вероятностных мер, граничные множества, пространство вероятностных мер, топологические эквивалентности подмножеств пространства вероятностных мер, определенных в бесконечном компакте, шейповые экстензорные и размерностные свойства пространств при воздействии на них ковариантных функторов является одним из центральным вопросов общей топологии и геометрии ковариантных функторов.

Проблемами метризации топологических пространств занимались и вели исследования топологии П.С. Александров, П.С. Урысон, Ю.М. Смирнов, А.В. Архангельский, В.В. Федорчук, А.П. Комбаров, А.В. Иванов, М. Стоун, Р. Зенор, Д. Хабер, Р.Бинг, В.Нагата, М. Катетов. Исследованиями топологических и геометрических свойств размерности произведения в смысле $\dim$, так называемым логарифмическим неравенством, занимались: в классе паракомпактных $\sum$-пространств Б.А. Пасынков; в классе бикомпактов М. Химменгсен; в классе метрических пространств К. Морита и М. Катетов; в классе паракомпактных p- пространств В.В. Филиппов.

Вопросами геометрических, топологических и функториальных свойств занимались исследователи Е.В.Щепин, Е.В.Федорчук, В.Н. Басманов, М.М. Заричный, Т. Банах, Т. Радул, С. Тодорчевич. Определениями и общими свойствами ковариантных нормальных функторов в категории $Comp$ компактов и их непрерывными отображениями занимались исследователи: Е.В. Щепин, В.В. Федорчук и В.Н.Басманов.

Геометрическими и топологическими свойствами типа граничных множеств, стягиваемости и другими, бесконечномерных многообразий, в частности, Q-многообразиями – проводили исследования американские ученые Д. Кертис, Т.

Чепмэн, М. Бествина, польские математики Т. Добровольский, Ч. Бессага, А. Пельчинский, Д. Могильский.

К числу наиболее известных геометрических свойств относятся экстензорные и шейповые характеристики компактных метрических пространств, с значениями которыми занимались К. Борсук, К. Куратовский, Г. Торуньчик, В. Хабер, Д. Нуман, В. Кэли, О. Келлер, М.М. Заричный, Т. Банах и Т. Радул, В.В. Федорчук, Е.В. Щепин, А.Н. Дранишников и В.Н. Басманов.

Экстензорными свойствами топологических G -пространств занимались Ю.М.Смирнов, С.А.Богатый, С.М. Агеев, С. Антонян, Д. Джермакян, Д. Муроима, Д. Музокама. Известно, что функтором P вероятностных мер и его подфункторами, функториалными, геометрическими и топологическими свойствами занимались С. Дитор, Р. Хейдон , А. Эйфлер, В.В. Федорчук , А.А. Дранишников , Е.В. Щепин и А.Н. Басманов, М.М. Заричный, Т. Банах , Т.Радул.

Экстензорные, размерностные, топологические, геометрическиие свойства стратифицируемых категориях и более общих топологических категориях, слабосчетномерных, сильносчетномерных и в С-пространствах изучались Р. Коти, Р. Лейбниц, А. Крузе, К. Нагами, Р. Хит, А. Окуяма, Д.Аддис, Д. Гресхам, В. Ван Милл, Ван Де Велл, Д. Даукер.

Наряду с линейными функционалами определённых топологических пространств интенсивно исследуются их функциональные, топологические свойства нелинейных функционалов, обладающих различными специфическими свойствами. В работах Ш.А. Аюпова впервые были введены и содержательно исследованы функторы O_R- радоновых слабо аддитивных и O_τ - функтор τ-гладких слабо аддитивных функционалов категории $Tych$-тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя. А также изучены интересные некоторые категориальные, топологические и функториальные свойства этих O_R и O_τ-функторов. В исследовании Р.Б.Бешимова содержательно изучены кардинальные инварианты теории топологических пространств и топологические, функториальные свойства пространств типа плотности, слабой плотности, калибра, число Шанина, наследственности некоторых кардинальных инвариантов известных ковариантных функторов, действующих в категориях топологических пространств. А.А.Заитов рассматривал геометрические свойства и содержательно исследовал топологические и функториальные стороны функторов O_R и O_τ в категории $Tych$-тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя. А также дал некоторое категориальное описание этих функторов.

Исследование метризационных критерий бикомпактов, свойства размерности $\dim$ произведений различных топологических пространств, экстензорные и шейповые свойства пространств, являющихся значениями некоторых ковариантных функторов исследовались такими учеными, как Б.А. Пасынков, М. Химменгсен, К. Морита, М. Катетов, В.В.Филиппов. А.Комбаров, В.В.Федорчук, К.Борсук, А.С.Богатый, А.В.Иванов и Е.В.Щепин. А также изучение граничных множеств конечномерных многообразий при воздействии на них функтора P вероятностных мер и его подфункторов, являющихся существенным вкладом в это направление геометрической теории ковариантных функторов, исследовались Д. Кертис, Т. Чепмэн, М. Беcтвина, Т. Добровольским, Ч. Бессага, А. Пельчинским, Д. Могильским, М.М. Заричным, Т. Банах , Т.Радул. В настоящие время достаточно интенсивно изучается новое направление в геометрической топологии, возникшее на стыке теорий: теорий ретрактов (экстензоров), теорий бесконечномерных многообразий, теории размерности, теорий шейпов и общей теории ковариантных функторов – геометрической теории ковариантных функторов из категории $Comp$ компактов и непрерывных отображений (и более широких категорий), исследовали Т. Добровольский, Ч. Бессага, А. Пельчинский, Д. Могильский, М.М. Заричный, Т. Банах , Т.Радул.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. В следующих фундаментальных проектах Ф4-ФА-Ф013–Операторы и неассоциативная алгебра, динамические системы и их применение в статистической механике и популяционной биологии.

Ф4-27 - исследование топологических и кардинальных свойств некоторых ковариантных функторов, действующих в категории топологических пространств. (2012-2016).

План научно-исследовательский работ НУУз - грант-Ф-42 - кардинальные и топологические свойства слабо аддитивных $\tau-$гладких и Радона функционалов.

Целью исследования является описание геометрических и топологических свойств пространств, являющихся значениями некоторых ковариантных функторов.

Задачи исследования:

дать функториалное описание нового класса конечно открытых, проективно открытых, проективно индуктивно замкнутых, проективно факторных и $\sigma-p.i.c.$ ковариантных функторов в категориях $Tych$-тихоновских пространств и непрерывных отображении в себя.

с помощью топологических методов и, используя функториальные свойства, найти критерий метризуемости бикомпактов;

применяя топологические спектры, определить размерности конечного произведения топологических пространств;

модифицируя ранее полученные методы и применяя характеристики бесконечномерных многообразий, доказать топологическую эквивалентность пар топологических пространств;

применением методов ковариантных функторов конечными носителями характеризовать топологические и геометрические свойства значений некоторых ковариантных исследований в действующих топологических категориях;

используя экстензорные свойства подмножеств множества вероятностных мер и соответствующие характеристики и гомеоморфности дополнения бесконечномерных многообразий, определить критерий равенства шейпов бесконечных компактов;

изучая ряд общих функториалных свойств ковариантных функторов действующих категорий $Tych$-тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя, выделить (определить) ковариантные функторы сохраняющих более широкие категории топологических пространств;

применяя методы нормальных ковариантных функторов и модифицируя методы геометрии и конструкции топологии, описать гомотопические и экстензорные свойства топологических пространств, являющихся значениями функтора P вероятностных мер и его подфункторов;

в бесконечном компакте X рассматриваем $P(X)$ множество всех вероятностных мер, получаем гильбертов куб, в связи этим выделить те подмножества бесконечного компакта X, которые при применение функтора P топологически эквивалентны бесконечномерным $\ell_2^f,-\ell_2,-\Sigma-$ и $Q-$ многообразиям.

Объект исследования. Размерность произведения конечного числа топологических пространств, метризация топологических пространств, экстензорные и шейповые свойства пространств значений пространств при воздействии ковариантных функторов.

Предмет исследования. Геометрические и топологические свойства пространств, которые являются значениями некоторых ковариантных функторов, действующих в различных топологических категориях.

Методы исследования. В диссертации использованы методы нормальных ковариантных функторов и функционального анализа, методы теорий размерности $\dim$, методы теории топологических пространств, методы теории пространств шейпов и пространства вероятностных мер, методы теории обратных топологических спектров и методы компактных групп преобразований.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

определены значения размерности $\dim$ конечного произведения в классах паракомпактных σ-пространств, стратифицируемых пространств, паракомпактных Муровских пространств и паракомпактных пространств Нагаты, для размерности $\dim$ верен логарифмический закон: $\dim X\times Y\leq\dim X+\dim Y$; метризуемость бикомпактов типа $F(X)$, где F- некоторый ковариантный функтор, а X бикомпакт;

показаны граничные множества пространства $P(X)$вероятностных мер и его подпространств; доказано сохранение функторами конечных носителей стратифицируемых пространств; доказано сохранение функторами конечными носителями слабосчетномерных пространств;

определен и выделен класс проективно факторных, проективно индуктивно замкнутых, $\sigma-p.i.c.$-функторов; Найдены функторы с конечными носителями, сохраняющие шейпы бесконечных компактов;

показано сохранение функторами конечными носителями экстензорных свойств топологических пространств;

доказано, что бикомпакт X метризуем тогда и только тогда, когда $X^n \setminus \Delta$ наследственно нормален, где Δ - диагональ бикомпакта X в X^n и $n \geq 3$.

Практические результаты исследования состоят в следующем: если X - бесконечный метрический произвольный компакт, то в компакте $P(X)$ всякое всюду плотное $\sigma-$компактное бесконечное слабосчетномерное подмножество является граничным множеством в $P(X)$; для бесконечных метрических компактов X и Y имеет место: $ShX = ShY$ тогда и только тогда, когда $P(X) \setminus P_f(X) \simeq P(Y) \setminus P_f(Y)$ для любых слабосчетномерных бесконечных компактов X и Y верно $P_\omega(X) \simeq P_\omega(Y)$.

Для бесконечного бикомпакта X и нормального функтора F степени $n \geq 3$ наследственной нормальности бикомпакта $F(X)$ или наследственной счетной паракомпактности $F(X)$ наследственной счетной компактности эквивалентно метризуемости бикомпакта X; проективно индуктивно замкнутые функторы сохраняют класс паракомпактных $\sum$-пространств, класс стратифицируемых и класс паракомпактных σ-пространств и класс метризуемых пространств.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений, использованием известных методов теории топологических пространств, теории размерности, теории ретрактов, теории шейпов и теории ковариантных функторов, а также известных методов теории функции и функционального анализа.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научное значение полученных результатов состоит в исследовании геометрических и топологических свойствах пространств, являющихся значениями ковариантных функторов.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что результаты, касающиеся размерности произведения, метризуемости топологических пространств, будут использованы в теории геометрико-топологических свойств ковариантных функторов.

Внедрение результатов исследования. Результаты, связанные с геометрическими и топологическими свойствами пространств, являющихся значениями некоторых ковариантных функторов, были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

Результаты относящиеся к пространству $P(X)$ всех вероятностных мер, размерности dim класса проективно факторных, проективно индуктивно замкнутых, $\sigma - p.i.c.$-функторов было использовано учеными математического факультета Самаркандского государственного университете (Справка: 18.11.2021 № 10-4632) при выполнение НИР в проекте ОТ-Ф4-69 «Гармонический анализ, степенная геометрия и их приложения к задачам математической физики». Используя высшеуказанное результаты исследования удалось найти бесконечное число обобщенных решений задачи Коши в классе мер, для некоторых систем нелинейных уравнений и применит эту результаты для исследования поведения преоброзовании Фуръе борелевских мер, сосредоточенных нагладких поверхностях.

Результаты относящиеся к пространству $P(X)$ всех вероятностных мер, размерности dim класса проективно факторных, проективно индуктивно замкнутых, $\sigma - p.i.c.$-функторов было использовано в зарубежном научном проекте «Плазменные технологии» на кафедре «Высшей математики» Самарского государственного технического университета (Справка: 25.10.2021 № 01.0202/3277). Используя результаты исследования удалось найти вариант оптимальной параметризации уплотненного дискрета–потока ионов, рассматреть дифференцируемое отображение для многообразия для дискритизации потоков как топологическую ситуацию для движения заряженной частицы в топологическом нетривиальныом магнитном поле при действие функтора вероятностных мер с конечными носителями. Наряду с ними новые топологические свойства–гомотопически плотные подмножества – определяют классы изоэнергетических многообразий и топологические причины эволюции вихрей в потоках He.

Резултаты относящихся новым топологическим свойствам-гомотопически пренебрежимые подмножества определяющие классы изоэнергетических многообразий позволяющие изучать пространство решений обыкновенных дифференциальные уравнений были использовано в зарубежном НИР лаборатории математический физики «Самарского национального исследовательского университета имени С.П.Королева» (Справка: 07.12.2021 №02-07-3954 4/04). Используя исследования удалось оптимизировать свойства решений дифференциальных уравнений при сшивке граничных условий для ограниченных и бесконечных источников легирования гетероструктур.

Апробация результатов исследования. Результаты диссертационного исследования обсуждались на 6 международных и 25 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертационного исследования опубликована 40 научная работа, из них 20 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций доктора наук, в том числе, из них 12 опубликованы в зарубежных журналах и 10 – в республиканских научных изданиях.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 198 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, в соответствии исследованиям приоритетных направлений развития науки и технологий Республики Узбекистана, формулируется цель и задачи, а также объект и предмет исследования, излагаются научная новизна и практические результаты исследования, обосновывается достоверность полученных результатов, раскрывается их теоретическая и практическая значимость, приведен список внедрений и практических результатов исследования, сведения по опубликованным работам и структуре диссертации. Затем излагается международный обзор научных исследований по теме диссертации, степень изученности проблемы и краткий обзор полученных результатов.

Если рассматривать функторы в категории $Comp-$компактных пространств и непрерывных отображений в себя, то более классическим («древним») примером является функтор взятие произведения и взятие экспоненты $\exp$.

Е.В.Щепин, исследуя общие свойства функторов, выделил класс нормальных ковариантных функторов, построил далеко продвинутую и очень содержательную общую теорию ковариантных нормальных функторов.

В последнее время достаточно интенсивно исследуется новое направление в топологии, возникшее на стыке теорий: общей теории топологических пространств, теории размерности; теории ретрактов; теорий бесконечномерных многообразий и теории функторов-геометрической теории ковариантных функторов, на категории $Comp-$компактов и непрерывных отображений (и более широких категорий) в эту же категорию.

Понятие размерности является углублением геометрических понятий связности: компакт связен если в нем от любой точки до любой другой точки можно дотянуться конечным числом произвольно малых шагов. На Пражском международном топологическом симпозиуме 1981 года В.В.Федорчук поставил следующие общие проблемы в теории ковариантных функторов, определившие новое направление исследований в данной области топологии: (А) Какие ковариантные функторы в категории топологических пространств сохраняют свойство быть $A(N)R$-пространством?

Свойство быть $A(N)R$-пространством зачастую складывается из таких геометрических свойств как: связность и локальная связность в определенных размерностях, стягиваемость и локальная стягиваемость, тривиальность групп гомологий и т.д. Решение проблемы (А) приводит к необходимости решать задачи следующей более общей проблемы.

(Б) Как ведут себя те или иные геометрические свойства топологических пространств при воздействии на них различными ковариантными функторами?

Поскольку свойства топологического пространства можно рассматривать как свойства его постоянного отображения, то проблему (Б) естественно можно расширить до следующей:

(В) Как ведут себя те или иные свойства отображений при воздействии на них различными ковариантными функторами?

Разрозненные результаты прошлых лет, относящиеся к этой тематике, в последние годы слились в единый широкий поток, образовав новое направление в топологии – топологико-геометрическую теорию ковариантных функторов. Вопрос поведения свойств пространств и отображений при воздействии на них функторами содержит в себе следующий вопрос: насколько функторы улучшают те или иные свойства пространств и отображений? Поэтому, естественно, поставить следующую проблему:

(Г) Как ведут себя геометрические или топологические свойства пространства и отображений при переходе от пространства $F(X)$ и отображения $F(f)$ к пространству X и отображению f соответственно (здесь F-ковариантный функтор)? В частности, пусть $F(X)$ - некоторое геометрическое или топологическое свойство. Для каких функторов из того, что $F(X)$ (соответственно $F(f)$) обладает свойством ϕ, вытекает, что X (соответственно f) обладает этим свойством? Или наоборот, каковы геометрические свойства пространств и отображений, которые для данного функтора F переходят от $F(X)$ и $F(f)$ к X и f соответственно?

(Д) Найти необходимые и достаточные условия для того, чтобы топологическое пространство было гомеоморфно метрическому пространству. Эта проблема метризации топологических пространств со времен первых работ по теории топологических пространств принадлежала к центральным проблемам общей топологии, определившим во многих отношениях пути развития.

Первые метризационные теоремы были доказаны основателями московской топологической школы П.С.Александровым и П.С.Урысоном. Известно, что метрические пространства образуют весьма обширный и очень важный класс топологических пространств, поскольку всякая метрика естественным образом порождает определенную топологию, которая называется метрической топологией. К основным и наиболее геометричным топологическим инвариантам, изучаемым общей топологией, относится размерность топологического пространства, обобщающая элементарно-геометрическое понятие числа измерений геометрических фигур, но и, например, совершенно произвольные подмножества топологических, в частности, евклидовых пространств.

(Е) В исследовании теории размерности одной из центральных проблем является размерность конечного числа произведения конечномерных топологических пространств в категории Top, т.е. выполняется ли следующее неравенство, называемое логарифмическим законом для размерности dim:

$$\dim \prod_{i=1}^{s} X_i \le \sum_{i=1}^{s} \dim X_i \qquad (*)$$

Первая глава диссертации, названная «**Размерность произведения некоторых топологических пространств**», посвящена решению проблемы (E) для размерности $\dim$ произведения в категории паракомпактных σ-пространств, стратифицируемых пространств, паракомпактных Муровских пространств, паракомпактных пространств Нагаты и паракомпактных MN-пространств.

Для изложения основных результатов приведем факты и определения следующих понятий.

Определение 1. Система γ множеств, лежащих в пространстве X, называется локально-конечной в X, если каждая точка $x \in X$ имеет окрестность Ox, пересекающуюся не более, чем с конечным числом элементов системы γ.

Определение 2. Система γ подмножеств пространства X называется дискретной в X, если каждая точка $x \in X$ обладает окрестностью Ox, пересекающейся не более, чем с одним из множеств системы γ.

Определение 3. Система γ подмножеств пространства X, называется σ-локально-конечной (соответственно σ-дискретной), если она представима в виде счетной суммы $\gamma = \bigcup \gamma_i$ локально-конечных, (соответственно, дискретных) систем $\gamma_i, i = 1, 2, ...$

Определение 4. Мы говорим, что система множеств γ вписана в систему множеств γ(или следует за ней), если каждый элемент системы γ является подмножеством хотя бы одного элемента систем γ.

Определение 5. Топологическое пространство называется паракомпактным, если во всякое открытое покрытие Ω этого пространства можно вписать открытое покрытие ω, являющееся локально-конечным.

Определение 6. Для любого топологического пространства X и натурального числа n полагаем $\dim X \le n$, если в любое конечное открытое покрытие Ω пространства X можно вписать конечное открытое покрытие ω кратности $\le n+1$.

Если пространство X удовлетворяет неравенству $\dim X \le n$, но не удовлетворяет неравенству $\dim X \le n-1$ (т.е. если $\dim X \le n$ и в то же время для некоторого открытого покрытия Ω всякое вписанное в него открытое покрытие ω имеет кратность $\ge n+1$), то $\dim X = n$.

Если ни для какого натурального n неравенство $\dim X \le n$ не оказывается не выполненным (т.е. если ко всякому n существует такое открытое покрытие Ω, что всякое вписанное в него открытое покрытие ω имеет кратность $> n+1$), то говорим, что пространство X бесконечномерно, и пишем $\dim X = \infty$.

Вполне регулярное пространство X называется перистым (p-пространством), если существует счетное семейство u_n покрытий пространства X множествами, открытыми в его расширении Стоуна-Чеха βX такое, что $\bigcap_{n=1}^{\infty} З_в(x,u_n) \subset X$ для каждой $x \in X$.

В следующей теоремы показано значений размерности dim для паракомпактных $\sigma-$пространств

Теорема 1. В категории паракомпактных $\sigma-$пространств верно неравенство: $\dim X \times Y \le \dim X + \dim Y$.

Определение 7. Топологическое T_1-пространство X называется стратифицируемым (или кружевным) пространством (коротко, St-пространством), если каждому открытому множеству $U \subset X$ можно сопоставить последовательность $\{U_n : n \in N\}$ открытых подмножеств таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

а) $\overline{U_n} \subset U$ для каждого $n \in N$; б) $\cup\{U_n : n \in N\} = U$; в) если $U \subset V$, то $U_n \subset V_n$ для всех n. Семейство $\{U_n\}$ называется стратификацией (кружевом) пространства X.

Определение 8. Топологическое пространство (X,τ) называется $MN-$пространством, если существует такое отображение $g : N \times X \to \tau$, что $x \in \bigcap_{n=1} g(n,x)$ для всех точек $x \in X$, и оно удовлетворяет следующим условиям: если $(p,x_n) \subseteq g(n,y_n)$ и $g(n,p) \bigcap g(n,x_n) \neq \varnothing$ для всех n. Тогда последовательность (x_n) сходится к точке p.

Заключение теоремы 1 верно для размерности dim конечного произведения в категории стратифицируемых пространств и паракомпактных MN-пространств.

Вторая глава названа «**Метризуемость бикомпактов и ковариантные функторы с конечными носителями**» и посвящена изучению вопроса (проблемы (Д)) метризуемости различного класса бикомпактов при воздействии на них определенного класса ковариантных функторов с конечной степенью и конечными носителями.

В этой главе установлены свойства типа метризуемости топологического пространства вида $F(X)$, где $F-$ некоторый ковариантный функтор с конечным носителем. В частности, исследован вопрос о метризуемости пространства суперрасширения $\lambda(X)$, где $X-$ некоторый бикомпакт.

Первый параграф этой главы посвящен ковариантным функторам с конечными носителями и носит вспомогательный характер-здесь приводится некоторые факты, обозначения из класса функторов конечными носителями. Через exp обозначается функтор взятия гиперпространства замкнутых подмножеств компакта. Функтор exp ставит в соответствие (непустому) бикомпакту X множество $\exp(X)$ всех непустых замкнутых его подмножеств, наделенное (конечной) топологией Виеториса, а непрерывному отображению $f: X \to Y$ – отображение $\exp(f)(A) = f(A)$, где $A \in \exp(X)$. Для открытых множеств $u_1, u_2, ..., u_n \subset X$ положим

$$O(u_1, u_2, ..., u_n) = \{F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^{n} u_i, F \bigcap u_i \neq \varnothing, i = \overline{1,n}\};$$

Семейство множеств вида $O(u_1, u_2, ..., u_n)$ образует базу топологии Виеториса на множестве $\exp(X)$.

Пусть $F: Comp \to Comp$ – ковариантный функтор. Через $C(X,Y)$ обозначается пространство непрерывных отображений из X в Y снабженное компактно-открытой топологией. В частности, $C(\{k\},Y)$ естественно гомеоморфно k–ой степени Y^k пространства Y:отображению $\xi : \{k\} \to Y$ ставится в соответствие точка $(\xi(0), \xi(1), ..., \xi(k-1)) \in Y^k$.

Для функтора F, бикомпакта X и натурального числа k определим отображение

$$\pi_{F,X,k} : C(\{k\}, X) \times F(\{k\}) \to F(X) \tag{1}$$

равенством

$$\pi_{F,X,k}(\xi, a) = F(\xi)(a), \text{ где } \xi \in C(\{k\}, X), a \in F(\{k\}).$$

Когда ясно, о каком функторе и о каком бикомпакте X идет речь, мы будем обозначать отображение $\pi_{F,X,k}$ через $\pi_{X,k}$ или π_F. Отображение $F: C(Z,Y) \to F(F(Z), F(Y))$ непрерывно для всякого непрерывного функтора F и бикомпактов Z и Y. Следовательно, для непрерывного функтора F, бикомпакта X и натурального числа k отображение $\pi_{F,X,k}$ непрерывно.

Функтор F называется функтором степени n, если $F_n(X) = F(X)$ для всякого бикомпакта X, но $F_{n-1}(X) \neq F(X)$ для некоторого X.

Для функтора F, сохраняющего пересечения, определен носитель элемента $a \in F(X)$, т. е. пересечение всех замкнутых множеств $A \subset X$, таких, что $a \in F(A)$. Значит, имеем $\operatorname{supp}_F(a) = \bigcap\{A : a \in F(A), A$ замкнуто в $X\}$. Если ясно, о каком функторе и пространстве идет речь, носитель точки a обозначается через $\operatorname{supp}_F(a)$. Тем самым определено многозначное отображение: $\operatorname{supp}_F(a) : F(X) \to \exp X$.

Из определений функтора и носителя вытекает, что

$$f(\operatorname{supp}(a)) \supset \operatorname{supp}(F(f)(a)) \tag{2}$$

Для непрерывного отображения $F: X \to Y$ и $a \in F(X)$. Ясно также, что

$$a \in F(\operatorname{supp}(a)). \tag{3}$$

Если функтор F сохраняет прообразы, то F сохраняет носители, т.е

$$f(\operatorname{supp}(a)) \supset \operatorname{supp}(F(f)(a)). \tag{4}$$

А.Ч.Чигогидзе предложил один способ продолжения всякого мономорфного, сохраняющего пересечения функтора $F: Comp \to Comp$, на категорию $Tych$-тихоновских пространств следующим образом: для тихоновского пространства X полагается $F_\beta(X)=\{a\in F(\beta X):\operatorname{supp}(a)\subset X\}$. Далее, если $f:X\to Y$ $-$непрерывное отображение тихоновских пространств и $\beta f:\beta X\to\beta Y$ его (единственное) продолжение на стоун-чеховскую компактификацию, то из (2) вытекает, что $F(\beta f)(F_\beta(X))\subset F_\beta Y$ и, следовательно, полагая $F_\beta f=F(\beta f)|_X$, устанавливается функториальность конструкции F_β. Известно, что переход к функтору F_β сохраняет все свойства нормальности функтора, иногда по необходимости модифицированные. Из определения функтора F_β вытекает, в частности, что

$$f(\operatorname{supp}_{F_\beta(X)}(a))=\operatorname{supp}_{F_\beta(Y)}F_\beta(f)(a) \tag{5}$$

для сохраняющего прообразы функтора $F:Comp\to Comp$, непрерывного отображения $f:X\to Y$ и $a\in F_\beta(X)$. В дальнейшем, как правило, мы будем обозначать одной и той же буквой F как функтор $F:Comp\to Comp$, так и его продолжение $F_\beta:Tych\to Tych$ на категорию тихоновских пространств.

Для тихоновского пространства X, функтора $F:Comp\to Comp$ и натурального числа k положим $F_k(X)=\pi_{F,\beta,X,k}(C(\{k\}))\times F(\{k\})$. Ограничение отображения $\pi_{F,\beta,X,k}$ на $C(\{k\})\times F(\{k\})$ обозначим через $\pi_{F,X,k}$. Если $f:X\to Y$ – непрерывное отображение, то из коммутативности диаграммы (1) для отображения βf вытекает, что $F(\beta f)F_k(X)\subset F_k(Y)$. Следовательно, полагая $F_k(f)=F(\beta f)$, получаем отображение $F_k(f):F_k(X)\to F_k(Y)$. Таким образом, определен ковариантный функтор $F_k:Tych\to Tych$, являющийся продолжением функтора $F:Comp\to Comp$.

Во втором параграфе второй главе изучается функтор λ и метризуемость бикомпактов.

Система ξ замкнутых подмножеств пространства X называется сцепленной, если любые два элемента из ξ пересекаются. Сцепленная система, не содержащаяся ни в какой другой сцепленной системе, называется максимальной (коротко, м.с.с.). Для бикомпакта X через $\lambda(X)$ обозначается пространство, точками которого служат все максимальные сцепленные системы замкнутых подмножеств пространства X. Множество $\lambda(X)$ называется суперрасширением топологического пространства X, если оно наделено волмэновской топологией, открытую базу которой образуют множества вида: $O(u_1,u_2,...,u_k)=\{\xi\in\lambda(X)$: для любого $i=\overline{1,k}$ существует $F_i\in\xi$ такое, что $F_i\subset u_i$, где u_i $-$открыты в $X, i=\overline{1,k}$. Для произвольной точки $x\in X$ через $\eta(X)$ обозначим семейство всех замкнутых подмножеств пространства X, содержащих точку x, т.е. $\eta(X)=\{F\subset X:x\in F\}$. Таким образом, определено отображение $\eta:X\to\lambda(X)$, которое непрерывно в силу очевидного равенства

$$u = \eta^{-1}O(u) \qquad (6)$$

для любого открытого множества $u \subset X$. Из равенства (6) получаем, что $\eta(u) = O(u) \bigcap \eta(X)$. Следовательно, отображение $\eta : X \to \eta(X)$ открыто. Кроме того, для T_1-пространства X отображение $\eta : X \to \eta(X)$ взаимно однозначно. Через $\lambda_n(X)$ обозначим подпространство суперрасширения $\lambda(X)$, состоящее из всех максимальных сцепленных систем, носители которых имеют мощность $\leq n$. Пусть $\xi -$максимальная сцепленная система (коротко, мсс) замкнутых множеств X.

Подсистему $\xi' \subset \xi$ назовем базой ξ, если для любого элемента $F \in \xi$ существует такой элемент $\Phi \in \xi'$, что $\Phi \subset F$. Нетрудно показать, что система ξ_H наименьших (по включению) элементов м.с.с. ξ является наименьшей базой ξ. Носителем м.с.с. ξ будем называть множество $\mathrm{supp}(\xi) = \bigcup \xi_H$. Если X - бесконечный бикомпакт, положим

$$\lambda_n(X) = \{\zeta : \zeta \in \lambda(X), |\, supp(\zeta)| \leq n\}.$$

Заметим, прежде всего, что $\lambda_1(X)$ (отождествляется м.с.с. с ее одноточечным носителем) и $\lambda_2(X) \setminus \lambda_1(X)$, поскольку не существует м.с.с., носитель которой состоял бы ровно из двух точек. Однако при $n \geq 3$ все множества $\lambda_n(X)$ различны. В самом деле, для любого $n \geq 3$ можно построить м.с.с. $\xi \in \lambda(X)$, носитель которой состоит из n точек $x_1, x_2, ..., x_n$. Например, ξ можно задать с помощью такой базы:

$$\xi' = \{x_1, x_2, ..., x_n\} \bigcup \{\{x_1, x_2\} : k = \overline{2, n}\}.$$

Напомним, что топологическое пространство счетно паракомпактным, если в каждое его счетное открытое покрытие можно писать локально-конечное открытое покрытие.

Теорема 2. Пусть X - бикомпакт и $n \geq 4$. Если пространство $\lambda_n(X) \setminus X$ наследственно счетно-паракомпактно, то бикомпакт X метризуем.

Используя функториальные свойства суперрасщирения $\lambda_n(X)$ компакта X при $n \geq 4$ доказывается следующая

Теорема 3. Если для бикомпакта X пространство $\lambda_n(X)(n \geq 3)$ наследственно нормально, то он метризуем.

Третьей параграф второй главы посвящен метризуемости бикомпактов и нормальным функторам с конечными носителями

Определение 9. Топологическое пространство X называется счетно-компактным, если из каждого счетного открытого покрытия пространства X можно выбрать конечное подпокрытие.

В данной части дается положительный ответ на вопрос (D) в случае, когда пространство $F(X)$ наследственно счетно-компактно и доказывается метризуемость пространства X.

Теорема 4. Если для какого-нибудь нормального функтора F степени ≥ 3 и хаусдорфова счетно-компактного X пространство $F(X)$ наследственно нормально, то X - метризуемый компакт.

Если рассмотрим нормальный функтор взятия $n-$ой степени X^n и через Δ обозначим его диагонали $\{\underbrace{(x,x,...,x)}_{n-штук}: x \in X\}$, то имеет место.

Следствие. Если для бикомпакта X пространство $X^n \setminus \Delta$ наследственно нормально, то X метризуем (где $n \geq 3$).

В третьей главе диссертации, названной «**Геометрические и топологические свойства пространства $P(X)$ вероятностных мер и его подпространств**», решаются задачи (А)-(Г) для функтора P вероятностных мер и его подфункторов. Нам нужны следующие понятие и обозначения: напомним, что топологическое пространство X называется многообразием, моделированным на пространстве Y или Y-многообразием, если всякая точка пространства X имеет окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству пространства Y. $Q = \prod_{i=1}^{\infty}[-1,1]_i -$гильбертов куб, $[-1,1]_i -$отрезок на прямой R, $W_i^{\pm} = \{(g_i) \in Q : g_i = \pm 1\} - i -$ая грань куба Q, $BdQ = \bigcup_{i=1}^{\infty} W_i^{\pm} -$ псевдограница куба Q, а $S = Q \setminus BdQ -$псевдовнутренность куба Q. ℓ_2-сепарабельное гильбертово пространство, $Q' = \prod_{i=1}^{\infty}[-1, \frac{1}{2^i}] -$гильбертов кирпич; $\sum$-линейная оболочка стандартного кирпича Q' в гильбертовам пространстве ℓ_2, $\mathrm{rint}\, Q = \{x = (x_n) \in Q : |x_n| < t < 1,\ n \in N\}$, Для этих пространств имеет место топологические равенство $\mathrm{rint}\, Q \simeq BdQ$ и $BdQ \simeq \sum$, $\ell_2^f -$линейное подпространство гильбертова пространства ℓ_2, состоящее из всех точек, лишь конечное число координат которых отлично от нуля, $Q^f -$подпространство гильбертова куба Q, состоящее из всех точек лишь конечное число координат которых отлично от нуля, пространства Q, ℓ_2 и $\sum$ сильно бесконечномерные, а ℓ_2^f и Q^f слабо бесконечномерны.

Изучены геометрические и топологические свойства функтора P вероятностных мер, связанные расположением компактов друг в друге. Обследованы граничные множества компакта $P(X)$ для произвольного бесконечного компакта X. Выделены какие подпространства пространства $P(X)$ являются бесконечномерными $l_2-, Q-Q^f-$ и Σ -многообразиями. Изучая расположенность компактов друг в друге, доказано какие пары подмножеств компакта $P(X)$ гомеоморфны парам (Q, BdQ) и $(Q, B(Q))$. Далее рассмотрены геометрические и топологические свойства подпространства $P_\omega(X)$ всех вероятностных мер с конечными носителями в бесконечном компакте X и показано, что подпространство $P_\omega(X)$ гомеоморфно бесконечномерному линейному пространству. Далее показано, что для любого бесконечного компакта X это подпространство $P_\omega(X)$ является граничным множеством компакта $P(X)$.

В первом параграфе третьей главы исследуется некоторые геометрические и топологические свойства пространства $P(X)$ вероятностных мер и его подпространств на метрическом компакте X.

Линейное отображение $\mu: L \to R$ называется функционалом. Пусть X – бикомпакт. Через $C(X)$ обозначим пространство всех непрерывных функций на X с бикомпактно-открытой топологией. Итак, используем обозначение $M(X)$ для пространства $(C(X))^*$, т.е. непрерывный функционал $\mu: C(X) \to R$ назовем мерой на X. Мера $\mu \in M(X)$ называется положительной (символически $\mu \geq 0$), если $\mu(\varphi) \geq 0$ для всякого $\varphi \geq 0$. Множество положительных мер называется положительным конусом пространства $M(X)$. Мера μ положительна тогда и только тогда, когда $\|\mu\| = \mu(1)_x$ где $1_x : X \to [0,1]$– функция, тождественно равная 1. Мера μ называется нормированной, если $\|\mu\| = 1$. Положительная нормированная мера называется вероятностной. Значит, положительная мера μ является вероятностной тогда и только тогда, когда $\int 1_x d\mu = 1$. Наделим множество $M(X)$ слабой топологией, т.е. будем считать $M(X)$ подмножеством тихоновского произведения числовых прямых $\Pi\{R_\varphi : \varphi \in C(X)\}$. Базу окрестностей элемента $\mu \in M(X)$ образуют множества $O(\mu, \varphi_1, ..., \varphi_k, \varepsilon) = \{\mu' \in M(X); |\mu'(\varphi_i) - \mu(\varphi_i)| < \varepsilon, i = \overline{1,k}\}$. Итак, $M(X)$-вполне регулярное пространство. Подпространство $M(X)$, состоящее из всех вероятностных мер, обозначим $P(X)$. Легко видеть, что пространство $P(X)$ замкнуто в $M(X)$. Кроме того, $P(X)$ лежит в произведении отрезков $\Pi\{I_\varphi : \varphi \in C(X)\}$, где $I_\varphi = \left[-\|\varphi\|, \|\varphi\|\right]$ и $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(x)| : x \in X\}$. Следовательно, $P(X)$ является бикомпактом.

Говорят, что мера μ сосредоточена на множестве $F \subset X$, если $\int \varphi d\mu = 0$ для любой $\varphi \in C(X)$, обращающейся в нуль на F. Наименьшее замкнутое множество, на котором сосредоточена мера μ, называется её носителем и обозначается $\operatorname{supp}\mu$; $\operatorname{supp}\mu = \bigcap\{F \subset X : F = \overline{F}$ и $\mu(X) = \mu(F)\}$. Для всякой точки $x \in X$ существует единственная вероятностная мера δ_x, сосредоточенная в x. В самом деле, пусть δ_x – такая мера. Тогда $\delta_x(1_x) = 1$ и, значит, $\delta_x(\varphi) = \delta_x(\varphi(x) \cdot 1_x) = \varphi(x)$. С другой стороны, мера δ_x, определяемая равенством $\delta_x(\varphi) = \varphi(x)$– вероятностная и сосредоточена в точке x. Мера δ_x сосредоточенная в точке x, называется мерой Дирака.

Пусть $f: X \to Y$ непрерывное отображение между бикомпактами. Определим непрерывное отображение $P(f): P(X) \to P(Y)$, полагая

$$P(f)(\mu) = \mu(\varphi \circ f). \quad (7)$$

Непосредственная проверка показывает, что имеет место равенство

$$P(g \circ f) = P(g) \circ P(f),$$

т.е. коммутативная диаграмма

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "g \circ f"'] & Y \arrow[d, "g"] \\ & Z \end{tikzcd} \quad (8)$$

переходит в коммутативную диаграмму

$$\begin{tikzcd} P(X) \arrow[r, "P(f)"] \arrow[dr, "P(g) \circ P(f)"'] & P(Y) \arrow[d, "P(g)"] \\ & P(Z) \end{tikzcd} \quad (9)$$

Таким образом, конструкция P функториальна и является нормальным ковариантным функтором, действующим в категории $Comp$.

Для бикомпакта X через $P_n(X)$ обозначим множество вероятностных всех мер $\mu \in P(X)$, носители которых состоят не более, чем из n точек, т.е.

$$P_n(X) = \{\mu \in P(X) : |\operatorname{supp}\mu| \le n\}.$$

Значит, точки пространства $P_n(X)$ – это выпуклые линейные комбинации

$$\sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{x_i}, k \le n, \sum_{i=1}^{k} m_i = 1, m_i \ge 0,$$

мер Дирака. Если $f: X \to Y$– отображение, то $P(f)(\sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{x_i}) = \sum_{i=1}^{k} m_i \delta_{f(x_i)}$. Значит, полагая $P_n(f): P(f)|_{P_n(X)}$, получаем отображение $P_n(f): P_n(X) \to P_n(Y)$.

Таким образом, мы определили функтор P_n, очевидно, являющийся подфунктором функтора P, который является нормальным функтором в категории $Comp$.

Определение 10. Плотное $\sigma - Z -$множество B в Q называется граничным множеством в Q, если $Q \setminus B \approx \ell_2$.

Определение 11. Пусть X и Y - топологические пространства, говорят, что пара (X, A) гомеоморфна паре (Y, B), если гомеоморфизм $f: A \to B$ продолжается до гомоморфизма $f: X \to Y$, где $A \subset X$ и $B \subset Y$.

Теорема 5. Пусть X -бесконечный компакт, а $A_1 \subseteq A_2 \subseteq ...$– замкнутые подмножества в X, такие, что $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ всюду плотно в X и $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \ne X$. Тогда имеет место гомеоморфизм $\left(P(X), \bigcup_{i=1}^{\infty} P(A_i) \right) \approx (Q, B(Q))$.

Применяя свойства открытых подмножеств компакта X и $Z-$свойств замкнутых подмножеств пространства $P(X)$ доказана.

Теорема 6. Для произвольного бесконечного компакта X и любого открытого всюду плотного подмножества A, отличного от X, имеет место гомеоморфизм:

$$(P(X), P(A)) \approx (Q, B(Q)).$$

Известно, что множество всех мер с конечными носителями всюду плотно и они является $\sigma - Z -$множествами в $P(X)$.

Теорема 7. Для произвольного бесконечного конечномерного компакта X пара $(P(X), P_\omega(X))$ гомеоморфна паре (Q, Q^f).

Теорема 8. Пусть X – такой бесконечный компакт, что $P_\omega(X)$ содержит множество, гомеоморфное гильбертовому кубу Q. Тогда

$$(P(X), P_\omega(X)) \approx (Q, BdQ)$$

Во втором параграфе третьей главы рассматриваются геометрические и топологические свойства пространств, являющиеся значением подфунктора P_f функтора P вероятностных мер на метрическом компакте X.

Е.В.Щепин определил подфунктор P_f функтора P вероятностных мер, обладающий следующим свойством: если носитель меры μ состоит из n точек $x_1, x_2, ..., x_n$, то мера, по крайней мере, одной из этих точек, не меньше $1-\frac{1}{n}$. Он интересен тем, что является функтором с конечными носителями и не имеет конечной степени. Функтор $P_f : Comp \to Comp$ удовлетворяет всем требованиям, налагаемым на нормальные функторы. Из определения пространства $P_f(X)$ следует, что пространство $\delta(X)$- мер Дирака лежит в $P_f(X)$. Пусть F-замкнутое множество пространства X. Непрерывное отображение $r: X \to F$ называется ретракцией, если $r(x) = x$ для всякой точки $x \in F$. Множество F называется при этом ретрактом.

Говорят, что топологическое пространство Y является абсолютным (окрестностным) ретрактом в классе K, $Y \in A(N)R(K)$, если $Y \in K$ для всякого гомоморфизма h, отображающего Y на замкнутое подмножество $h(Y)$ пространства X из класса K, множество $h(Y)$ является ретрактом (окрестностным) пространства X.

Применяя критерий $A(N)R$ пространств и экстензорные свойства подпространств $P_f(X)$, доказывается

Теорема 9. Функтор P_f сохраняет $A(N)R$-компакты.

Во втором параграфе третьей главы рассматриваются геометрические и топологические свойства функтора P вероятностных мер и его подфункторов на некомпактным топологическим пространстве.

Известно, что пространство $P_\omega(X)$ $\sigma-$компактно и сохраняет слабосчетномерные пространства. Используя эти свойства доказывается

Теорема 10. Пусть X - бесконечное сепарабельное σ-компактное пространство. Тогда:

а) $P_\omega(X) \approx \ell_2^f$, если X слабо счетномерно;

б) $P_\omega\left(X\right) \approx \Sigma$, если X содержит гильбертов куб.

Применяя ретрактные свойства подмножества $\delta(X)$ пространства $P_f(X)$ показано следующая

Теорема 11. Сепарабельное пространство $P_f(X)$ метризуемо полной метрикой, тогда и только тогда, когда само X сепарабельно и метризуемо полной метрикой.

Говорят, что пространство X является слабосчетномерным, если X является счетным объединением своих замкнутых конечномерных подпространств, т.е. $X = \bigcup_{i=1}^{\infty} X_i, \dim X_i < \infty, X_i -$замкнуто в X .

Теорема 12. Пусть X - слабосчетномерное метрическое $A(N)R(\mathfrak{M})$-пространство, а $F-$локально выпуклые подфункторы функтора P_n. Тогда $F(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$. В частности, $P_n(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$.

Имея в виду сохранение функторами слабосчетномерных пространств, критерий $A(N)R(\mathfrak{M})$-пространств и применяя свойств функтора вероятностных мер с конечными носителями, доказывается следующие

Теорема 13. Пусть $X-$сепарабельное полное $A(N)R(\mathfrak{M})$- пространство и $F-$локально выпуклые подфункторы функтора P_n. Тогда $F(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$, и, следовательно, $P_n(X) \in A(N)R(\mathfrak{M})$.

Четвертая глава диссертации, названная «**Размерностные, экстензорные и шейповые свойства топологических пространств, являющиеся значениями некоторых ковариантных функторов**» посвящена изучению размерностных, экстензорных и шейповых свойств топологических пространств, категорий конечномерных или слабосчетномерных компактов, конечномерных паракомпактных σ-пространств, стратифицируемых пространств являющиеся значениями ковариантных функторов $P_n, P_{f,n}, P_f$ и F, где $F-$локально выпуклые под функторы функтора P_n.

Изучены и исследованы шейповые свойства бесконечных компактов при воздействии функторов P_f и $P_{f,n}$ А также дается ответ на вопрос (Г) для конкретных функторов $P_f, P_{f,n}$ и F, где $F-$локально выпуклые под функторы функтора P_n. В частности, для бесконечных компактов X и Y приведен критерий равенства шейпов $shX = shY$; А также приведен еще один критерий гомеоморфности пар пространств, который будет применен для доказательства гомеоморфности пар подпространств пространства $P(X)$ вероятностных мер.

В первом параграфе четвертой главы рассматриваются размерностные свойства топологических пространств, являющихся значениями ковариантных функторов P_n и P_ω.

В следующих теоремах дается оценка размерности пространства $P_n(X)$ для стратифицируемого пространства и доказывается сохранение функтором $P_\omega(X)$ слабосчетномерных стратифицируемых пространств.

Теорема 14. Пусть X –конечномерное St-пространство. Тогда $P_n(X)$ конечномерное St–пространство. Более того, верно неравенство

$$\dim P_n(X) \le \dim X^n \times n - 1 \le n \dim X + n - 1.$$

Теорема 15. Если X-слабосчетномерное St-пространство, то пространство $P_\omega(X)$ тоже слабосчетномерны.

Во втором параграфе четвертой главы рассматривается экстензорные и шейповые свойства топологических пространств, являющихся значениями некоторых ковариантных функторов

Шейповые свойства бесконечных компактов и Z- свойств замкнутых подмножеств пространства $P(X)$, позволило доказать о равенство шейпов бесконечный компактов.

Теорема 16. Для любых бесконечных компактов X и Y имеет место: $Sh(X) = sh(Y)$ тогда и только тогда, когда $P(X) \setminus P_f(X) \approx P(Y) \setminus P_f(Y)$.

Изучение бесконечномерных выпуклых компактов и Z–свойств бесконечномерных многообразий, позволил дать критерий топологической эквивалентности пар. т.е.

Теорема 17. Пусть X - выпуклый бесконечномерный компакт, а Y_i – растущая последовательность его выпуклых бесконечномерных подкомпактов, такая, что 1) Y_i есть Z- множество в $Y_{i+\ell}$; 2) $\bigcup_{i=1}^{\infty} Y_i$ всюду плотно в X. Тогда пара $(X, \bigcup_{i=1}^{\infty} Y_i)$ гомеоморфна паре $(Q, r\operatorname{int} Q)$.

Третьией параграф четвертой главы посвящен непрерывным отображениям, функторам и свойствам неподвижных точек пространств.

Теорема 18. Если компакт X аппроксимируется классом континуумов Пеано со свойством неподвижной точки, то $P_f(X)$ и $P_{f,n}(X)$ обладают свойством неподвижной точки.

Известно, что отображение $P(f): P(X) \to P(Y)$ является тривиалными Q–расслоениями для непрерывного отображения между конечномерными компактами X и Y с бесконечномерными слоями $f^{-1}(Y)$.

Теорема 19. Пусть $f: X \to Y$– открытое отображение между конечномерными компактами X и Y с бесконечными слоями $f^{-1}(y)$. Тогда отображение $P_\omega(f): P_\omega(X) \to P_\omega(Y)$ является $B(Q)$-расслоением.

Пятая глава диссертации, названная «**Геометрические и топологические свойства пространств, являющихся значениями проективно факторных функторов**», посвящена определению нового класса конечно-открытых, проективно открытых, проективно индуктивно замкнутых, и проективно факторных и проективно $\sigma - p.i.c.$ ковариантных функторов. Дано функториальное описание этих функторов и изучены топологические, геометрические свойства пространств, являющиеся значениями этого класса ковариантных функторов в категориях паракомпактных $\sum -$пространств, паракомпактных p-пространств, паракомпактных $\sigma -$пространств, стратифицируемых пространств и метризуемых пространств.

В первом параграфе пятой главы определяются проективно факторные функторы в категории $Tych$ пространств и непрерывные отображении в себя.

Нам нужны следующие общеизвестные понятия

Определение 12. Отображение $f: X \to Y$ пространства X на пространства Y называется факторным, если

(1) Множество $V \subseteq Y$ открыто в Y тогда и только тогда, когда открыто в X множество $f^{-1}(V)$;

Очевидно, в силу равенство $X \setminus f^{-1}(V) = f^{-1}(Y \setminus V)$ условие (1) эквивалентно условию.

(2) множество $\phi \subseteq Y$ замкнуто в Y тогда и только тогда, когда замкнуто в X множество $f^{-1}(\phi)$;

Функтор F назовем конечно-открытым, если для натурального числа k множество $F_k(\{k+1\})$ было открыто в $F(\{k+1\})$. Примерами конечно-открытых функторов являются финитные функторы, т.е. функторы F, для которых множество $F(\{k\})$ конечно для всякого натурального числа k. Функтор F назовем проективно факторным, если для всякого тихоновского пространства X и всякого натурального числа k отображение $\pi_{F,X,k}: C(\{k\}, X) \times F(\{k\}) \to F_k(X) -$ факторно.

Теорема 20. Всякий непрерывный сохраняющий пустое множество и прообразы, конечно-открытый функтор $F: Comp \to Comp$ является проективно факторным.

Теорема 21. Никакой непрерывный, сохраняющий прообразы функтор F с непрерывными носителями не является проективно замкнутым.

Во втором параграфе пятой главы исследуются паракомпактные пространства и проективно индуктивно замкнутые функторы

Из определения паракомпактных $\sigma -$пространств можем заключить, что замкнутое подмножество $\sigma -$пространства есть $\sigma -$пространство т.е. $\sigma -$пространства наследуются по замкнутым множествам.

Определение 13. Топологическое пространство X называется Σ-пространством, если в нем имеется σ-дискретное семейство N и покрытие C пространства X, состоящее из замкнутых счетно-компактных множеств, таких, что $C \in C$ и $C \subset U$ – открыто. Тогда $C \subset F \subset U$ для некоторого $F \in N$.

Из характеризаций стратифицируемых пространств и из теоремы Майкла характеризуются паракомпактные пространства, имеющие σ-консервативное покрытие. Следовательно, каждое стратифицируемое пространство нормально. С другой стороны, каждое замкнутое подмножество пространства X есть G_δ-множество.

Определение 14. Эпиморфизм $f: X \to Y$ называется индуктивно замкнутым, если существует такое замкнутое подмножество A пространства X такое, что $f(A) = Y$ и ограничение $f|_A$ есть замкнутое отображение.

Определение 15. Функтор F_β называется проективно индуктивно замкнутым (коротко- *p.i.c.*), если отображение $\pi_{F_\beta, X, k}$ индуктивно замкнуто для каждого тихоновского пространства X и положительно целого числа k.

В следующих теоремах показано какие функторе являются *p.i.c.* функтором и сохраняет класс паракомпактных $\sum$- и $p-$пространств.

Теорема 22. Каждый непрерывный, мономорфный, конечно-открытый, сохраняющий пустое множество, пересечения и прообразы функтор $F_\beta : Comp \to Comp$ является *p.i.c.*-функтором.

Теорема 23. Пусть F_β есть *p.i.c*-функтор конечной степени. Тогда функтор F_β сохраняет класс паракомпактных $\sum$-пространств и класс паракомпактных p-пространств.

В третьей параграфе пятой главы изучается паракомпактные пространства, проективно индуктивно замкнутые функторы и размерность.

В следующем результате дано значение размерности $\dim$ для *p.i.c.*-функторов степени m для паракомпактных $\sum$-пространств.

Теорема 24. Пусть F_β есть *p.i.c.*-функтор степени m и $X-$ паракомпактное $\sum$-пространство. Тогда

$$\dim F_\beta(X) \le m \dim X + \dim F_\beta(\{m\}). \tag{10}$$

Если *p.i.c.*-функтор переводит конечномерное пространства в конечномерное пространства, то показано что такие функторы сохраняет слабосчетномерные пространства. т.е. имеет место

Теорема 25. Пусть F есть *p.i.c.*-функтор конечной степени, переводящий конечное множество в конечной размерности пространство, X есть слабосчетномерное пространство и является одним из следующего класса пространств:

a) $\Sigma-$паракомпактные пространства; b) p-паракомпактные пространства; c) σ-паракомпактные пространства; d) стратифицируемые пространства; e) метризуемые пространства.

Тогда $F_\beta(X)$ является слабосчетномерным пространством.

Четвертый параграф пятой главы посвящен изучению размерности $\dim$ и σ-p.i.c.-функторам.

В этой параграфе мы вводим понятие σ-p.i.c.-функтор. Доказано, что функтор P_k вероятностных мер, носители которых в $\le k$ точках, является а σ - p.i.c.-функтором, а логарифмический закон для размерности *dim* имеет место для P_k и паракомпактных p-пространств и стратифицируемых пространств. Рассматривается также вопрос сохранения класса слабосчетномерных пространств некоторыми σ-p.i.c - функторами.

Определение 16. Функтор $F: Tych \to Tych$ называется компактным ($\sigma-$ компактным), если $F(K)$ компактен ($\sigma-$компактным) для любого пространства $X \in Comp$.

Пусть $F: Tych \to Tych$- функтор и $F^n \subset_{cl} F, n \in \omega$. Мы говорим, что F – объединение $F^n (F = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} F^n)$, если $F(X) = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} F^n(X)$ для любого тихоновского пространства *X*.

Определение 17. Функтор $F: Tych \to Tych$ называется функтором σ-*p.i.c.*-, если $F = \bigcup\limits_{n=0}^{\infty} (F^n)_\beta$, где каждый F^n является p.i.c-функтором конечной степени.

Функтор $\exp_\omega = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \exp_n$ является σ-p.i.c.функтором.

Для функтора P_k имеет место

Теорема 26. Функтор P_k является σ-p.i.c.-функтором для любого натурального числа k.

В следующей теореме для паракомпактных $P-$пространств и метризуемых пространств показывается значение размерности для функтора P_k и его подфунктор

Теорема 27. Пусть *F*-нормальный подфунктор P_k в *Comp*, пусть *X*-паракомпактное *p*-пространство (в частности, метризуемое пространство). Тогда $\dim F_\beta(X) \le k \dim X + \dim F(k)$. Если $F = P_k$, то $\dim P_k(X) \le k \dim X + k - 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена геометрическим и топологическим свойствам пространств, являющихся значениями некоторых ковариантных функторов.

В заключение можно сделать следующие выводы по результатам исследований:

1. Используя функториальные свойства, выявлен критерий метризуемости бикомпактов;

2. Применяя топологические спектры, определена размерность конечного произведения топологических пространств;

3. Модифицируя ранее полученные методы и применяя характеристики бесконечномерных многообразий, описана топологическая эквивалентность пар топологических пространств;

4. Применением методов ковариантных функторов конечными носителями охарактеризованы топологические и геометрические свойства значений некоторых ковариантных функторов, действующих в категориях топологических пространств и их непрерывных отображений;

5. Используя экстензорные и шейповые свойства подмножеств множества вероятностных мер, соответствующие характеристики и гомеоморфности дополнения бесконечномерных многообразий, найден критерий равенства шейпов бесконечных компактов;

6. Исследуя ряд общих функториалных свойств ковариантных функторов, действующих в категории $Tych$-тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя, выделены (определены) ковариантные функторы, сохраняющие более общее свойства и широкие категории топологических пространств;

7. Применяя методы нормальных ковариантных функторов и модифицируя методы геометрии и конструкции топологии, о характеризованы гомотопические и экстензорные свойства топологических пространств, являющихся значениями функтора P вероятностных мер и его подфункторов;

8. Описаны подмножества всех вероятностных мер $P(X)$ в бесконечном компакте X, которые топологически эквивалентны бесконечномерным $\ell_2^f-, \ell_2-, \Sigma-$ и $Q-$многообразиям.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 AT V.I.ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

INSTITUTE OF MATHEMATICS
TASHKENT STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY

ZHURAEV TURSUNBOY FAYZIEVICH

GEOMETRIC AND TOPOLOGICAL PROPERTIES SPACES WHICH VALUE SOME COVARIANT FUNCTORS

01.01.06 – Geometry and topology

DISSERTATION ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT–2021

The theme of dissertation of doctor of science (DSc) on physical and mathematical sc was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Re of Uzbekistan under number B2021.2.DSc/FM73.

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics named after V.I.Romanovskiy.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)) on the website http://kengash.mathinst.uz and in the website of "ZiyoNet" Information and educational portal http://www.ziyonet.uz.

Scientific consultant:	**Ayupov Shavkat Abdullaevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician
Official opponents:	**1.**
	2.
	3.
Leading organization:	

Defense will take place « ___ » ____ 2021 at ____ at the meeting of Scientific council number DSc.02/30.12.2019.FM.86.01 at V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (Address: University str. 9, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871)- 207-91-40). E-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre of V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics (is registered № 122) (Address: University str. 9, Almazar district, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871)-207-91-40). E-mail: uzbmath@umail.uz, Website: www.mathinst.uz).

Abstract of dissertation sent out on « ____ » October _____.
(mailing report № ___ on « ___ » October ____).

U.A.Rozikov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Sc., Professor

Zh.K. Adashev
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Sc., Senior researcher

Deputy Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Sc., Senior researcher

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The aim of the research work is to describe the geometric and topological properties of spaces that are the values of some covariant functors.

The object of the research work Dimension of a product of a finite number of topological spaces, metrization of topological spaces, extensor and shape properties of values of spaces under the influence of covariant functors.

Scientific novelty of the research work is as follows:
the values of the dimension of the finite product are determined in the classes of paracompact σ-spaces, stratified spaces, paracompact Moor spaces and paracompact Nagata spaces, for the dimension the logarithmic law is true: $\dim X \times Y \leq \dim X + \dim Y$; metrizability of compact spaces of type $F(X)$, where F - is some covariant functor and X is compact;

the boundary sets of the space $P(X)$ of probability measures and its subspaces are shown; it is proved that functors preserve finite supports of stratified spaces; the preservation of weakly-countable-dimensional spaces by functors by finite supports is proved;

the class of projectively factorial, projectively inductively closed, $\sigma - p.i.c.$ functors is defined and distinguished; Functors with finite supports are found that preserve the shapes of infinite compact sets;

it is shown that the extensor properties of topological spaces are preserved by functors by finite carriers;

it was proved that a compact space X is metrizable if and only if $X^n \setminus \Delta$ is hereditarily normal, where Δ is the diagonal of a compact space X in X^n and $n \geq 3$.

Implementation of research results. The results related to the geometric and topological properties of spaces that are the values of some covariant functors were used in the following research projects:

The results related to the space $P(X)$ of all probabilistic measures, the *dim* dimension of the class of projective factorial, projectively inductively closed, $\sigma - p.i.c.$ functors were used by scientists of the Faculty of Mathematics of Samarkand State University (Reference: 18.11.2021 No. 10-4632) when performing research in the OT-F4- project 69 "Harmonic analysis, power geometry and their applications to problems of mathematical physics". Using the above research results, it was possible to find an infinite number of generalized solutions of the Cauchy problem in the class of measures, for some systems of nonlinear equations, and to apply these results to study the behavior of the Fourier transform of Borel measures concentrated on smooth surfaces.

The results related to the space $P(X)$ of all probabilistic measures, the *dim* dimension of the class of projective factorial, projectively inductively closed, $\sigma - p.i.c.$ functors were used in the foreign scientific project "Plasma Technologies" at the Department of "Higher Mathematics" of the Samara State

Technical University (Reference: 25.10. 01.0202 / 3277). Using the results of the study, we managed to find a variant of the optimal parametrization of the compacted discrete – ion flux, consider the differentiable mapping for the manifold for discretizing fluxes as a topological situation for the motion of a charged particle in a topological nontrivial magnetic field under the action of a functor of probability measures with finite carriers. Along with them, new topological properties - homotopically dense subsets - determine the classes of isoenergy manifolds and the topological reasons for the evolution of vortices in He flows.

The results related to new topological properties - homotopically negligible subsets that define the classes of isoenergetic manifolds that allow the study of the space of solutions of ordinary differential equations - were used in the foreign research work of the laboratory of mathematical physics "Samara National Research University named after S.P. Korolev" (Reference: 07.12. 2021 # 02-07-3954 4/04). Using research, it was possible to optimize the properties of solutions to differential equations when matching boundary conditions for limited and infinite sources of doping of heterostructures.

Geometric and topological properties of the space $P(X)$ of probability measures and its subspaces were used in articles of foreign scientific journals (Uspekhi Matematicheskikh Nauk, 1991, 46 (1), 71-80; Topology and its Applications, 2000, 106, 115-134). Application of these results made it possible to determine the subsets of $P(X)$, which are the boundary set of $P(X)$; The results related to the metrizability of compacts of the form $F(X)$ were used in articles of foreign scientific journals (Mathematical Notes: 1) 2015, 98 (5), 794-796; 2004, 76 (4), 147-149, 2) Fundamental and Applied Mathematics, 2003, V.9 (2), 57-98, 3) Siberian Mathematical Journal, 2008, V.49 (4), 813-824, 2010, V.51, (4), 778-784, 4) Proceedings of Petrozavodsk State University, 2006 (3), 82-89, 2012 (2), 104-108, 5) PhD thesis, fundamental library, 2014, FSBEI HPE Lomonosov Moscow State University.

Application of these scientific results made it possible to find the meaning of covariant functors acting in various categories of topological spaces.

The structure and volume of the thesis. The dissertation consists of an introduction, five chapters, a conclusion and a bibliography. The volume of the thesis is 198 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть ; 1 part)

1. Жураев Т.Ф. Пространство всех вероятностных мер с конечными носителями-гомеоморфно бесконечномерному линейному пространству. // В кн. Общая топология. Пространства и отображения. М. из-во МГУ. –1989. –С. 66-71.
2. Жураев Т.Ф. Некоторые основные свойства функтора P_f . Вестник МГУ. Сер. мех.-мат. (Moscow University Mathematics Bulletin). –1989. № 6. С 29-33. (3.Scopus. IF=0.314).
3. Жураев Т.Ф. Некоторые геометрические свойства подфункторов функтора P вероятностных мер. // 60 ст., Деп. в ВИНИТИ АН СССР (Journal of Mathematical Sciences). –1989. № 4471-В89. (3.Scopus. IF=0.330).
4. Жураев Т.Ф.О функторе P вероятностных мер. // Вестник МГУ. Сер. мех.-мат (Moscow University Mathematics Bulletin). –1990. № 1. –С. 26-30. (3.Scopus. IF=0.314).
5. Жураев Т.Ф. Некоторые основные свойства функтора P_f для некомпактных пространств Известия АН УзССР, 1990. № 2. С 15-21
6. Жураев Т.Ф. О ковариантных функторах конечной степени, сохраняющих $A(N)R(\mathfrak{M})$ пространства. Доклады Болгарской академии наук (Comptes Rendus de L'Academie Bulgare des Sciences). –1990. Т.43(9). – С. 5-8. (3.Scopus. IF=0.244).
7. Жураев Т.Ф. Пространства всех вероятностных мер с конечными носителями произвольного сепарабельного σ - компактного пространства гомеоморфно безконечномерному линейному пространству. // В кн. Геометрия. Топология. Приложения. М. из-во МГУ. –1990. –С. 105-110.
8. Жураев Т.Ф. Размерность паракомпактных σ-пространств и функторы конечной степени. // Доклады АН РУз. – 1992. № 4-5. – С. 15-18. (01.00.00, № 7).
9. Жураев Т.Ф. Некоторые основные свойства ковариантных функторов конечной степени в категориях M – метризуемых и S_t–стратифицируемых пространств. // В книге: Общая топология. Пространства, отображения и функторы. М. из-во МГУ. –1992. –С. 45-53.
10. Жураев Т.Ф. О топологии и геометрии некоторых функторов вероятностных мер с конечными носителями. // Доклады АН РУз. – 1993. № 11. – С. 11-16. (01.00.00, № 7).
11. Жураев Т.Ф. О некоторых топологических и геометрических свойствах функторов конечной степени. // Узбекский математический журнал. –1993. №3. –С. 24-37. (01.00.00, № 6).

12. Жураев Т.Ф. Функтор λ иметризуемость бикомпактов. // Вестник МГУ. Сер. мех.-мат (Moscow University Mathematics Bulletin). –1999. № 4. С 54-56. (3.Scopus. IF=0.314).
13. Жураев Т.Ф. Нормальные функторы и метризуемость бикомпактов Вестник МГУ. Сер. мех-мат (Moscow University Mathematics Bulletin). –2000. № 4. С 8-11. (3.Scopus. IF=0.314).
14. Zhuraev T.F. On projectively quotrient functors. // Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2001. –Vol. 42(3). –P. 561-573. (3.Scopus. IF=0.189).
15. Zhuraev T.F. On paracompact spaces and projectively inductively closed functors. // Applied General Topology. –2002. –Vol.3(1). –P. 33-44. (3.Scopus. IF=0.638).
16. Жураев Т.Ф. Функторы конечной степени и паракомпактные постранства. // Узбекский математический журнал. –2003. №3. –С. 17-24. (01.00.00, № 6).
17. Жураев Т.Ф. Геометрические и топологические свойства некоторых ковариантных функторов. Международная топологическая конференция. Вестник КРСУ. Т.10. № 9. Бишкек, 2010, с. 38-40.
18. Жураев Т.Ф. О метризуемых ковариантных функторах. // Узбекский математический журнал. –2014. №1. –С. 135-140. (01.00.00, № 6).
19. Жураев Т.Ф. Некоторые геометрические и топологические свойства ковариантных функторов. // Узбекский математический журнал. –2014. №2. –С. 43-54. (01.00.00, № 6).
20. Жураев Т.Ф. Проективно индуктивно замкнутые функторы и размерность. Вестник Киргизского Националъного Университета имени Жасупа Баласагына. –2014. №1. –С. 17-22.
21. ZhuraevT.F. On dimension and $\sigma - p.i.c$ functors. // Mathematica Aeterna, International Journal for Pure and Applied Mathematics. Bulgariya. –2014. №6. –P. 577-596.
22. ZhuraevT.F. On paracompact spaces, projectively inductively closed functors, and dimension. // Mathematica Aeterna, International Journal for Pure and Applied Mathematics. Bulgariya. –2015. №6. –P. 175-189.
23. Жураев Т.Ф. Турсунова З.О. Некоторые геометрические и топологические свойства пространства вероятностных мер, определенные в бесконечном компакте. // Узбекский математический журнал. –2016. №1. –С. 39-48. (01.00.00, № 6).
24. Жураев Т.Ф. О свойствах некоторых кампактов вида F(X). // Узбекский математический журнал. –2017. №1. –С. 67-76. (01.00.00, № 6).
25. Жураев Т.Ф. Турсунова З.О. Некоторые топологические свойства функторов конечной степени и компактов. // УзМУ Хабарлари. –2017. №2/1. –С. 88-92. (01.00.00, № 8).
26. Ayupov Sh. A. Zhuraev T. F. On projectively inductively closed subfunctors of the functor P of probability measures. // Journal of Mathematical Sciences (United States). –2020. –Vol. 245(3). –P. 382–389. (3.Scopus. IF=0.330).

27. Жураев Т.Ф. Ковариантные функторы конечной степени и A(N)R(M) пространства. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. –2017. –Vol. 16(148) –P. 34-37.
28. Zhuraev T. F., Jumaev.E.E. Covariant Functors Finite Degree Anyumaed Stratifiable Spaces. // Journal of Physical Mathematics. –2017. –Vol. 8(4). –P. 1-3.
29. Zhuraev T. F. Zhuvonov Q. R. Ruziev Zh. Kh. Shape properties of the space of probability measures and its subspaces. // Vestn. Samar. Univ. Estestvennonauchn. –2018. Ser. 24(2). –P. 24–27.
30. Zhuraev T. F. Rakhmatullaev A. Kh. Tursunova Z. O. Corrected title: Some values subfunctors of functor probabilities measures in the categories COMP. // Vestn. Samar. Univ. Estestvennonauchn. –2018. Ser. 24(2). –P. 28–32.
31. Zhuraev T. F. Covariant functors and the shapes in the Category of compacts. // Ilm sarchashmalari, Urganch Davlat Universitetining ilmiy metodik jurnali. –2018. №10. –C. 8-14.
32. Жураев Т.Ф. Пространства Дугунджи и абсолютные экстензоры в категории $Tych$. // Бюллетень института математика. – 2019. №5. – С. 22-27. (01.00.00, № 17).
33. Жураев Т.Ф., Турсунова О., Жувонов К. Р. Ковариантные функторы и шейпы в категории компактов. // СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ, Современные проблемы математики и физики (Journal of Mathematical Sciences). –2019. Том 65(1) –С. 21-33. (3.Scopus. IF=0.330).
34. Жураев Т.Ф., Жувонов К.Р. О топологических свойствах подпространств пространства $P(X)$ вероятностных мер носители которых лежащих в одной из компоненте связности бесконечного компакта X. // Илм сарчашмалари, Урганч Давлат Университетининг илмий методик журнали (Математика). –2020. – Б. 3-14.
35. Жураев Т.Ф. О различных типах однородности и топологических пространств. // Илм сарчашмалари, Урганч Давлат Университетининг илмий методик журнали (Математика). –2021. №2. – Б. 3-14.
36. Жураев Т.Ф., Жувонов К.Р., Размерностные и экстензорные свойства подпространств пространства вероятностных мер, Тошкент давлат педагогика университети илмий ахборотлари илмий-назарий журнали № 2, 2018. 9-15 б.
37. Жураев Т.Ф. Функториальные значения пространств при действия некоторых ковариантных функторов вероят-ностных мер на категории Comp, Тошкент давлат педагогика университети илмий ахборотлари журнали 4 – сон. 2017. 21-31 б.
38. Жураев Т.Ф., Рахматуллаев А.Х., Некоторые геометрические и топологические свойства ковариантных функторов конечной степени действующие на категории стратифицируемых пространствах, Тошкент

давлат педагогика университети илмий ахборотлари журнали № 2(11) – сон. 2017 й. 2-6 б.

39. Жураев Т.Ф., Мадиримов М., Некоторые геометрические и топологические свойства ковариантного функтора P вероятностных мер действующего на категории стратифицируемых пространств, Тошкент давлат педагогика университети илмий ахборотлари журнали № 4 – сон. 2017 й

IIбўлим (2 часть ; 2 part)

40. Жураев Т.Ф. Сохранение функторами вероятностных мер свойства неподвижной точки. Теория чисел и ее приложения Тезисы докл. респуб. научно- теор. конф. 26-28 сентября, Ташкент, 1990, с. 45.
41. Жураев Т.Ф. Пространства Дугунджи и ковариантные функторы. Тезисыдокл. International conference o some topics of Mathmatics. 13-17 октября. Самарканд, 1996, с. 13-17.
42. Жураев Т.Ф. Некоторые геометрические свойства функтора суперрасширения. Актуальные проблемы теоретической и прикладной метематики. Международная конференция, 18-20 ноября. Самарканд, 1997, с. 17.
43. Жураев Т.Ф. О некоторых свойствах проективно факторных функторов. Тезисы докладов международной конференции Геометрия в Одессе. Одесса, 26-28 мая, 2011 г., с. 40.
44. ZhuraevT.F. Some properties of quotient functors. International topological conference “Alexandroff Readings”. Moscow, may 21-25, 2012, p. 84-85.
45. Zhuraev T.F. Some topological properties of functors of finite degree. Тезисы докладов международной конференции Геометрия в Одессе. Одесса, 25-26 мая, 2012 г., с. 102.
46. Жураев Т.Ф. Функтор вероятностных мер и его подфункторы с конечными носителями. Материалы республиканской научно-практической конференции “Статистика и её применения”. Ташкент, 17-18 октября, 2012 г., с.108-111.
47. Zhuraev T.F. On extension of actions of topological G-spaces. Problems of modern topology and applications. 20-24 мая. Tashkent, 2013, p. 97-98.
48. ZhuraevT.F. О некоторых свойствах $\sigma - p.i.c$ функторов. Problems of modern topology and applications. 20-24 мая. Tashkent, 2013, с. 152-154.
49. Zhuraev T.F. Dimension properties of some $\sigma - p.i.c$-functors. Geometry in Odessa-2013. 27 май-1 июнь. Одесса, 2013, р, 100.
50. Жураев Т.Ф. Функтор P вероятностных мер и граничные свойства гильбертова куба Q. Материалы республиканской научно-практической конференции “Статистика и её применения”. Ташкент, 17-18 октября, 2013 г., с.153-157.

51. Zhuraev T.F. On paracompact spaces, projectively inductively closed functors and dimension. Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения. Ташкент, 21-23 ноября, 2013 г., с. 347-348.
52. Zhuraev T.F. On shape properties of covariant functors. “Амалий математика ва информацион технологияларнинг долзарб муаммолари-Ал-Хоразмий” халқаро анжуман тезислари тўплами. Самарқанд, 15-17 сентябрь 2014 й.,138б.
53. Zhuraev T.F. Some geometric and topological properties of subspaces of probability measures. Abstracts of the International Conference Geometry in Odessa-2014. Одесса. 26-31 мая, 2014 г., с. 90.
54. Жураев Т.Ф., Турсунова З.О., Некоторые геометрические свойства пространства вероятностных мер определенных на бесконечном компакте, Algebra, Analysis and Quantum probability, Ташкент, 10-12 сентября, 2015 г. с.170-171.
55. Жураев Т.Ф. С – пространства и ковариантные функторы конечной степени, Тезисы докладов научной конференции с участием зарубежных ученых проблемы современной топологии и её приложения. Ташкент, 5-6 мая 2016 г.
56. Жураев Т.Ф., Турсунова З.О., Проективно индуктивно замкнутые функторы и С – пространства, Александровские чтения Москва, 22-26 мая 2016 г, с 20.
57. Жураев Т.Ф., Турсунова З.О., О нормальности подпространств компактов вида $F(X)$, Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий–Аль–Хорезми, Бухара, 9-10 ноября, 2016 г. с.89-90.
58. Жураев Т.Ф., Progectively Inductively Closed Functors and C –property of Topological spaces, Abstracts of the V International Scientific Conference «Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics», Бишкек, september 13, 2016. с.11.
59. Жураев Т.Ф., Абдурашидова А.С. Геометрические свойства подфунктора $P_{f,n}^{c}$ функтора вероятностных мер. Abstracts of the International Conference “Geometry and Topology in Odessa” 19-21 июня, 2016 г., с.68.
60. Жураев Т.Ф., Мадиримов М., Хужаев А., Некоторые геометрические и топологические свойства ковариантных функторов действующие на категориях стратифицируемых пространствах, Сборник материалов республиканской научно – практической конференции. Ташкент, 15 марта, 2017 г., с.280-281.
61. Жураев Т.Ф., Турсунова З.О., О сохранении некоторыми функторами мягких и обратимых отображений, Тезисы докладов научной конференции с участием зарубежных ученых «Проблемы современной топологии и её приложения». Ташкент, 11-12 мая, 2017 г., с. 202-203.
62. Аюпов Ш. Жураев Т.Ф. О проективно индуктивно замкнутых подфункторах функтора P вероятностных мер. Тезисы докладов

научной конференции с участием зарубежных ученых «Проблемы современной топологии и её приложения». Ташкент, 11-12 мая, 2017 г., с. 13.

63. Жураев Т.Ф., Турсунова З.О., О некоторых свойствах подфунктора P_f функтора P вероятностных мер имеющих конечные носители не обладающий конечной степени, Abstracts of the Uzbek – Israel International Scientific Conference «Contemporary problems in Mathematics and physics», Ташкент, 6-10 октября, 2017 г., с.159-161.
64. Zhuraev T.F., Zhuvonov K.R., Saparov U.B., I-type topological spaces, International Conference on Topology and its Applications, July 7-11, 2018, Greece, pp.227-228.
65. Жураев Т.Ф., Жувонов К.Р. Компоненты связности компактов и шейпы пространства вероятностных мер, International conference, Mathematical analysis and its application to mathematical physics, Самарканд, 17-20 сентября 2018., с.92-94.
66. Аюпов Ш.А, Жураев Т.Ф. Пространства Дугунджи и проективно–индуктивно замкнутые функторы в категории Tych, Abstracts of the international conference "Modern problems of geometry and topology and its applications", Ташкент, 21-23 ноября, 2019 г. с.10-11.
67. Аюпов Ш.А, Жураев Т.Ф. О плотных выпуклых подпространствах пространства вероятностных мер. Тезисы докладов Международной научной конференции на тему «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежный разделов математики», Фергана, 12-13 марта, 2020 г. с.32-33.
68. Жураев Т.Ф. Шейповые свойство пространств (компактов) при воздействие функторов. Все Российская Научная конференция. Университет Дружба Народов, Москва 1999, с. 6-7.