

Ю.В.Сохоцкий – первый профессор
математики Института гражданских
инженеров

Соловьева Ольга Валентиновна

Родился в Варшаве 24 января (5 февраля н.ст.) 1842 г.



В 1860 г. зачислен на физико-математический факультет Петербургского университета



12 октября 1861 г. за участие в студенческих беспорядках помещён под стражу

До 17 октября содержался в Петропавловской крепости. Затем переведен в Кронштадт, где сидел до 6 декабря. После этого был вынужден уехать на Родину, прервав обучение.



В 1862-1863 гг. принимал участие в Польском восстании



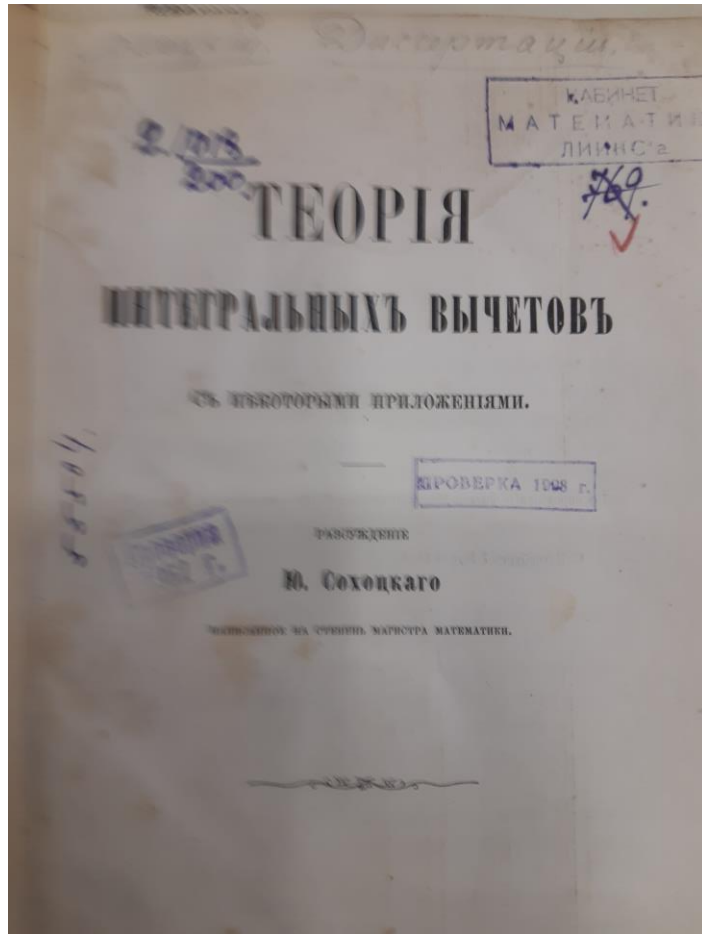
1864 г. – Сохоцкий вернулся в Петербург и предпринял неудачную попытку восстановиться в университете

1866 г. - степень кандидата математики

В 1865 г. сдал кандидатские экзамены по математике и механике и представил кандидатскую диссертацию по эллиптическим функциям

12 июня 1868 г. – магистерская диссертация «Теория интегральных вычетов с некоторыми приложениями»

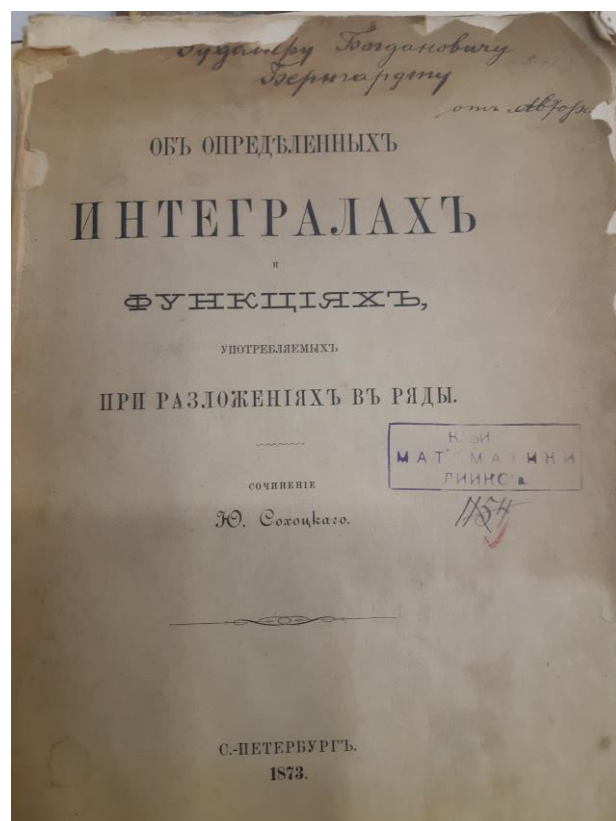
В октябре и ноябре 1867 г. сдал магистерские экзамены по математике и механике. Принимал П.Л. Чебышев, исполнявший в то время обязанности декана.



Теорема о поведении функции в окрестности существенно особой точки: «Если данная функция $f(z)$ в некоторой точке z_0 обращается в бесконечность бесконечного порядка, то непременно в этой же точке функция $f(z)$ должна принимать всевозможные значения»

11 ноября 1873 г. — докторская диссертация «Об определенных интегралах и функциях, употребляемых при разложении в ряды»

Оппонентами были П.Л.Чебышев и А.Н.Коркин. П.Л. Чебышев высоко оценил работу в своем отзыве



В работе содержатся так называемые формулы Сохоцкого (позже названные формулами Сохоцкого-Племеля), поныне используемые в квантовой физике.

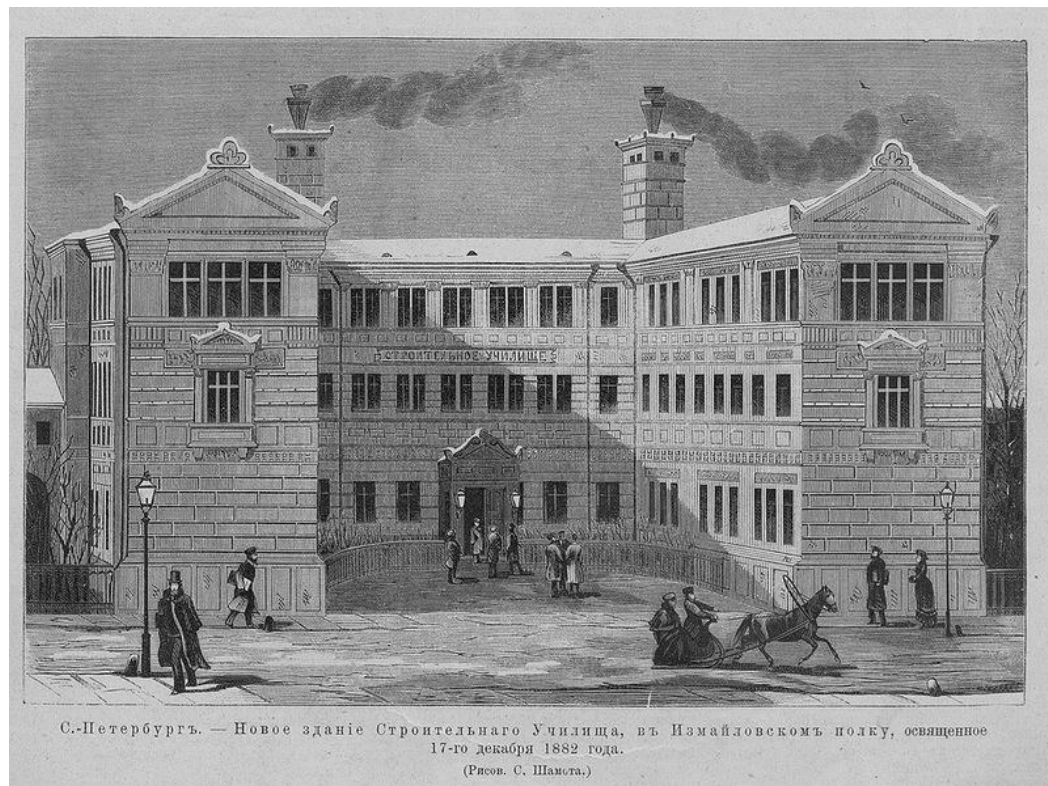
С работами Ю.В.Сохоцкого, посвященными ТФКП, можно подробно ознакомиться в исследованиях Н.С.Ермолаевой.

Преподавательская деятельность

С 1869 г.— Строительное училище



В 1882 году Строительное училище переименовано в Институт гражданских инженеров



Преподавательская деятельность

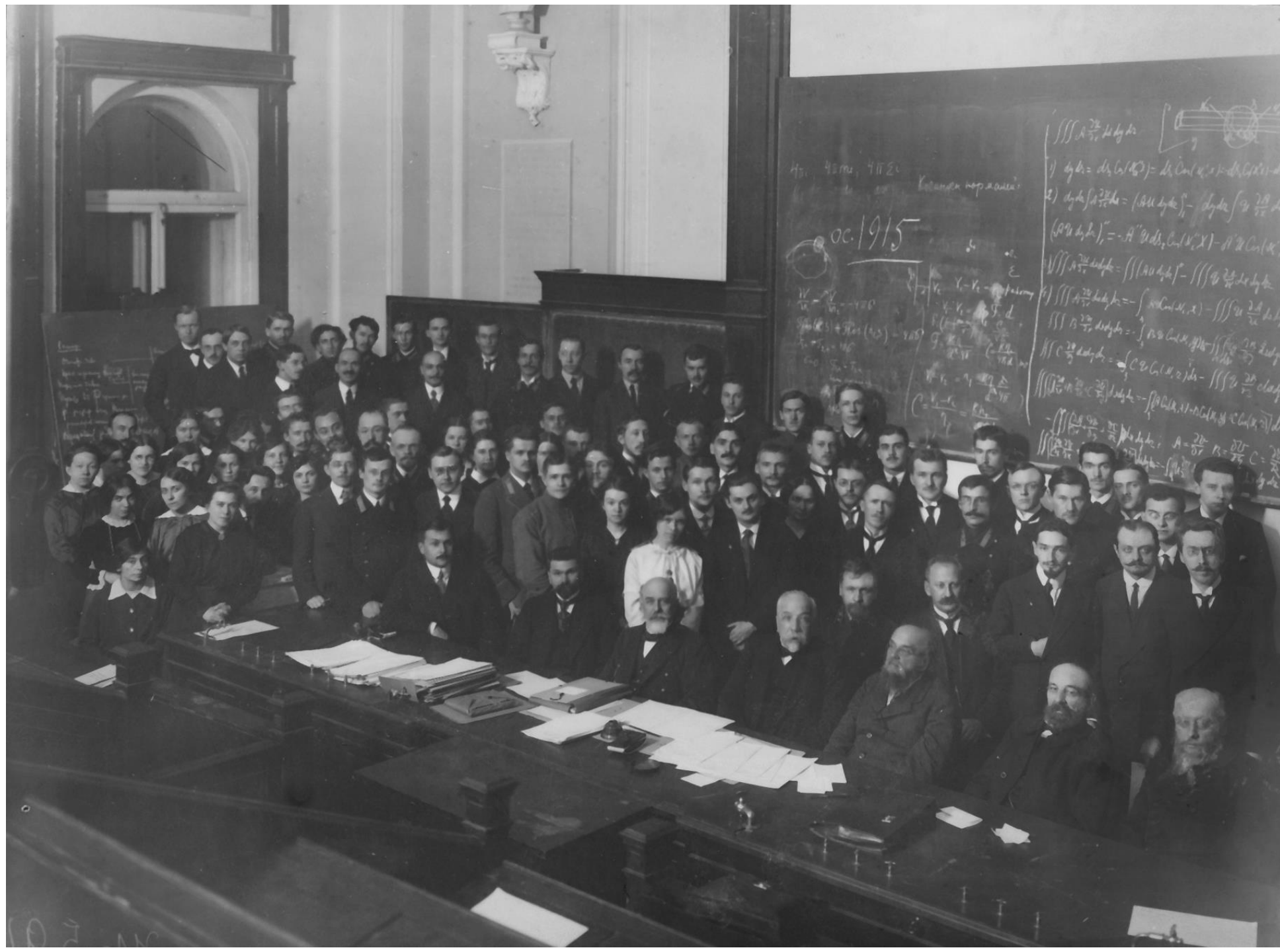
С 1868 г. Петербургский университет





Ю. В. Сохоцкий





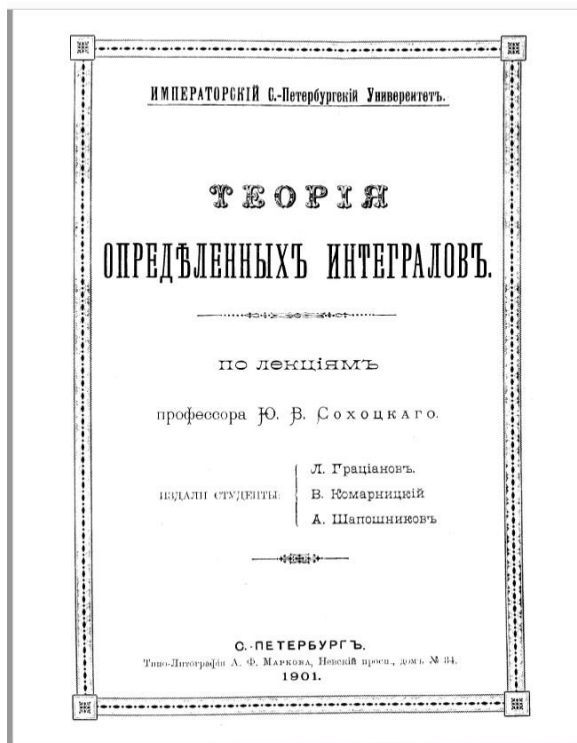
Учебные курсы

Высшая алгебра / [Соч.] Ю. Сохоцкого. Ч. 1-2. - Санкт-Петербург : тип. Акад. наук, 1882-1888. - 2 т.

Сохоцкий, Ю.В. Теория определенных интегралов/ по лекциям Ю. В. Сохоцкого. - СПб. : Тип.-литогр.

А. Ф. Маркова, 1901. - 148 с.

были рекомендованы в качестве учебных пособий в Петербургском, Казанском, Харьковском университетах.



15.
на, то при дифференцировании вместо про-
важныхъ надо брать полные дифференциалы.

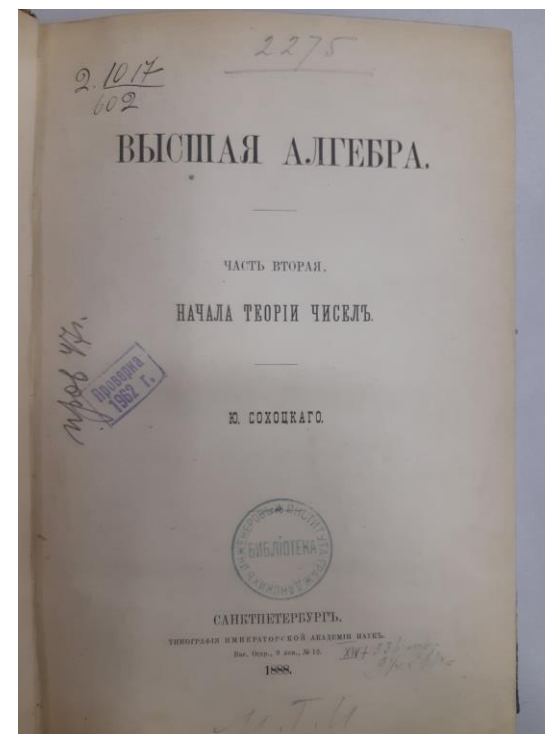
Интегрирование по пара-
метру.

Если дано
$$F(k) = \int_a^b f(x, k) dx,$$

гдѣ a, b и k суть параметры, при чемъ a и b
или будутъ считаться постоянными, а k пере-
мѣнливой, и требуется найти
$$\int F(k) dk,$$

то можно подынтегральную функцию сперва
проинтегрировать по параметру k между
предѣлами a и b , а потомъ уже проинте-
грировать полученный результатъ по k
въ предѣлахъ отъ a до b , или наоборотъ, т.е.
порядокъ интегрированій можно помынѣть.
Будемъ писать это такъ
$$(15) \int F(k) dk = \int_a^b dk \int_a^b f(x, k) dx = \int_a^b dx \int_a^b f(x, k) dk.$$

Покажемъ, что $f(x, k)$ остается конечною и
непрерывной въ предѣлахъ интегрированій,
и что предѣлы одного интегрированія не за-
висятъ отъ параметра, по которому про-
водится другое интегрированіе. Рассмотримъ



ОГЛАВЛЕНИЕ.

ГЛАВА I.

Начало общего наибольшего дѣлителя. — Первые приложенія.

§ I. Начало общего наибольшего дѣлителя.

	СТР.
1. Нахожденіе общего наибольшего дѣлителя двухъ чиселъ и основное его свойство.....	1
2. Случай нѣсколькихъ чиселъ.....	4
3. Понятіе о числахъ взаимно простыхъ.....	4
4. Свойства чиселъ взаимно простыхъ.....	5
5. Понятіе о наименьшемъ кратномъ.....	7

§ II. Разложеніе чиселъ на простые множители.

6. Понятіе о простыхъ числахъ; число простыхъ чиселъ бесконечно....	8
7. Основные свойства простыхъ чиселъ....	9

§ III. Условія дѣлимости. Слѣдствія.

8. Условія дѣлимости. Число дѣлителей; ихъ сумма.....	10
9. Наибольшая степень p^m , дѣлящая произведеніе $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$	13
10. Выводъ одной формулы.....	17
11. Число чиселъ, простыхъ съ a и не превышающихъ a	24
12—13. Свойства функцій $\phi(a)$	29
14. Рѣшеніе одной задачи.....	35
15. Примѣры.....	39

VII

ГЛАВА II.

Рѣшеніе въ цѣлыхъ числахъ нѣсколькихъ неопредѣленныхъ задачъ.

§ I. Общее рѣшеніе линейнаго однороднаго уравненія.

	СТР.
16. Выводъ теоремы.....	42
17. Приложеніе къ частному примѣру.....	45

§ II. Составленіе опредѣлителя, значеніе котораго равно 1, при данныхъ элементахъ первой строки.

18. Предварительныя замѣчанія.....	47
19. Способъ рѣшенія задачи.....	49
20. Примѣръ.....	51

§ III. Составленіе опредѣлителя при другихъ условіяхъ.

21. Предварительныя замѣчанія и способъ рѣшенія задачи.....	52
22. Примѣръ.....	55

§ IV. Новое рѣшеніе предыдущей задачи въ частномъ случаѣ, когда опредѣлитель 4-го порядка.

23. Рѣшеніе вспомогательной задачи.....	56
24. Рѣшеніе главнаго вопроса.....	60

ГЛАВА III.

Понятіе о сравненіяхъ. — Сравненія первой степени.

§ I. О сравненіяхъ вообще.

25. Общіе свойства сравненій.....	64
-----------------------------------	----

§ II. О наименьшихъ вычетахъ.

26. Опредѣленіе наименьшихъ вычетовъ.....	70
27. Абсолютно малый вычетъ.....	71
28. Доказательство одного предложенія.....	73
29. Распределеніе чиселъ на классы.....	74

§ III. Теорема Фермата.

30. Первое доказательство.....	76
31. Второе доказательство.....	78
32. Теорема Эйлера.....	79

§ IV. Слѣдствія изъ теоремы Фермата.

83. Первое слѣдствіе изъ теоремы Фермата. Символь Лежандра.....	стр. 81
84. Теорема Вильсона.....	81
85. Всякое простое число вида $4n+1$ разлагается на сумму двухъ квадратовъ.....	83
86. Новое доказательство теоремы Вильсона.....	91
	96

§ V. Рѣшеніе сравненій первой степени.

37. Общія замѣчанія.....	98
38. Доказательство основной теоремы.....	99
39. Число рѣшеній какого угодно сравненія первой степени.....	102
40. Рѣшеніе нѣсколькихъ совокупныхъ сравненій первой степени съ различными модулями.....	104
41. Частный случай. Примѣръ.....	106
42. Сравненіе съ модулемъ сложнымъ приводится къ нѣсколькимъ сравненіямъ, модули которыхъ суть степени простыхъ чиселъ.....	107

§ VI. Рѣшеніе совокупныхъ сравненій съ нѣсколькими неизвѣстными.

43. Приведеніе къ простѣйшему виду.....	110
44. Случай, когда опредѣлитель системы и модуль взаимно простые. Примѣръ.....	113

ГЛАВА IV.

Сравненія 2-ой степени. — Законъ взаимности простыхъ чиселъ.

§ I. Приведеніе сравненія къ простѣйшему виду. Условіе рѣшимости при модуль простомъ.

45. Простѣйшая форма сравненій второй степени.....	116
46. Число рѣшеній.....	118
47. Условіе возможности сравненія.....	119

§ II. Символь Лежандра.

48. Основные свойства символа Лежандра.....	121
49. Приведеніе символа Лежандра.....	129
50—52. Доказательства закона взаимности.....	130

§ III. Символь Якоби.

53. Опредѣленіе символа Якоби.....	142
54. Свойства символа Якоби.....	145
55. Вычисленіе величины символа.....	151

*

§ IV. Рѣшеніе сравненія второй степени въ двухъ частныхъ случаяхъ.

56. Случай, когда можно получить прямо рѣшеніе сравненія съ помощью теоремы Вильсона или теоремы Фермата.....	стр. 153
---	----------

ГЛАВА V.

Квадратичные вычеты и невычеты. — О дѣлителяхъ формы $t^2 - Dn^2$.

§ I. О квадратичныхъ вычетахъ.

57. Опредѣленіе квадратичнаго вычета и нѣкоторыя его свойства.....	155
58. Квадратичные вычеты при сложномъ модуль.....	157
59. О корняхъ уравненія $\left(\frac{x}{p}\right) = \pm 1$	158

§ II. О рѣшеніяхъ уравненія $\left(\frac{D}{x}\right) = \pm 1$.

60. Свойства выраженія $\left(\frac{D}{x}\right)$	161
61. Число рѣшеній уравненія $\left(\frac{D}{x}\right) = \pm 1$	165
62. О дѣлителяхъ формы $t^2 - Dn^2$	170

ГЛАВА VI.

Сравненіе второй степени при сложномъ модуль.

§ I. Случай, когда модуль есть степень простаго числа.

63. Случай, когда модуль есть степень простаго числа, приводится къ случаю, когда модуль есть число простое.....	173
64. Рѣшеніе сравненія $x^2 \equiv q \pmod{p^m}$	176
65. Рѣшеніе сравненія $x^2 \equiv q \pmod{2^m}$	178

§ II. Число рѣшеній сравненія второй степени при сложномъ модуль. Слѣдствія.

66. Число рѣшеній.....	184
67. Доказательство двухъ теоремъ.....	185

ГЛАВА VII.

О сравненіяхъ высшихъ степеней. — Двучленные сравненія.

§ I. Теорема Лагранжа.

68. Число корней сравненія не превышаетъ его степени.....	стр. 190
---	-------------

§ II. Разложеніе функцій на множители по данному модулю.

69. О функціяхъ, сравнимыхъ по модулю p	193
70. Основныя дѣйствія надъ функціями по модулю p	195
71. Доказательство одной теоремы.....	198
72. Общій наибольшій дѣлитель по модулю p	200
73. О функціяхъ неприводимыхъ по модулю p	203
74—75. Разложеніе функцій на неприводимые множители по модулю p ...	204

§ III. Пониженіе степени сравненія.

76. Условія, чтобы сравненіе было возможно.....	213
77. Число рѣшеній какого угодно сравненія.....	214

§ IV. О двучленныхъ сравненіяхъ.

78. Условіе рѣшимости, необходимое и достаточное.....	216
---	-----

ГЛАВА VIII.

Теорія первообразныхъ корней. — Свойства индексовъ.

§ I. О показателяхъ чиселъ по данному модулю.

79. Опредѣленіе показателя числа по данному модулю.....	221
80—82. Разныя свойства означеннаго показателя.....	226

§ II. О первообразныхъ корняхъ простыхъ чиселъ.

83. Доказательство существованія первообразнаго корня.....	231
84. Слѣдствія изъ предыдущаго.....	234
85. Таблица первообразныхъ корней.....	235

§ III. О первообразныхъ корняхъ чиселъ вида p^m или $2p^m$.

86. Распространеніе понятія о первообразныхъ корняхъ.....	235
87. О показательномъ сравненіи.....	236

88—89. Доказательство существованія первообразныхъ корней.....	стр. 237
90. Опредѣленіе наибольшаго показателя при модуль вида 2^m	242
91—93. Слѣдствія, вытекающія изъ предыдущаго.....	244

§ IV. Опредѣленіе наибольшаго показателя при какомъ угодно модуль.

94. Доказательство вспомогательныхъ теоремъ.....	246
95. Рѣшеніе вопроса о наибольшемъ показателѣ.....	248
96. Пониженіе степени сравненія при сложномъ модуль.....	249

§ V. Обобщеніе теоремы Вильсона.

97. Доказательство одной леммы.....	250
98. Теорема Вильсона въ обобщенной формѣ.....	251

§ VI. Теорія индексовъ.

99. Опредѣленіе индекса даннаго числа.....	254
100—102. Свойства и употребленіе индексовъ.....	255
103. Теорія индексовъ для модуля вида $2^m \geq 8$	261
104. Переходъ отъ одной системы индексовъ къ другой.....	264

ГЛАВА IX.

О функциональныхъ сравненіяхъ и неприводимыхъ функціяхъ.

§ I. Сравненія съ двойнымъ модулемъ.

105. Опредѣленіе и основныя свойства сравненія съ двойнымъ модулемъ.....	267
106. Теорема Фермата для функциональныхъ сравненій.....	268
107. Функциональныя сравненія съ одной неизвѣстной.....	270

§ II. Теорема Лагранжа.

108. Теорема Лагранжа.....	272
109—111. Слѣдствія изъ теоремъ Лагранжа и Фермата.....	273

§ III. Разложеніе функцій $x^p - x$ на неприводимые множители по модулю p .

112. Доказательство основной теоремы.....	278
113—116. Произведеніе всѣхъ неприводимыхъ функцій данной степени.....	279
117. Число неприводимыхъ функцій данной степени.....	286
118. Доказательство неприводимости одной функцій.....	287

§ IV. О показателях функций по данному модулю.

119. Определеніе показателя и характеристическія его свойства 288

стр.

§ V. О надпоказателях функций по данному модулю.

120. Определеніе надпоказателя и свойства его 290

§ VI. Число функций, принадлежащих къ данному надпоказателю.

121. Искомое число дѣлится на данный надпоказатель 294
 122. Рѣшеніе вопроса 296
 123—124. Новый способ рѣшенія вопроса 297
 125. Составленіе неприводимыхъ функций данной степени 303

§ VII. О порядкахъ неприводимыхъ функций.

126. Определеніе порядка. Порядокъ опредѣляетъ собою степень 304
 127. Произведеніе всѣхъ функций m -го порядка 306
 128. Число функций m -го порядка 307
 129. Разложеніе функций ψ_m въ случаѣ, когда m дѣлится на p 308
 130. Примѣръ 309

ГЛАВА X.

О функцияхъ абсолютно неприводимыхъ.

§ I. Начала дѣлимости.

- 131—132. Начальныя понятія 313
 133—137. Разложеніе функций на абсолютно неприводимые множители ... 315

§ II. Доказательство одного сравненія.

138. Результаты сравнимыхъ функций сравнимы 323
 139. Теорема Шенемана 325

§ III. Разложеніе функции $x^m - 1$ на неприводимые множители.

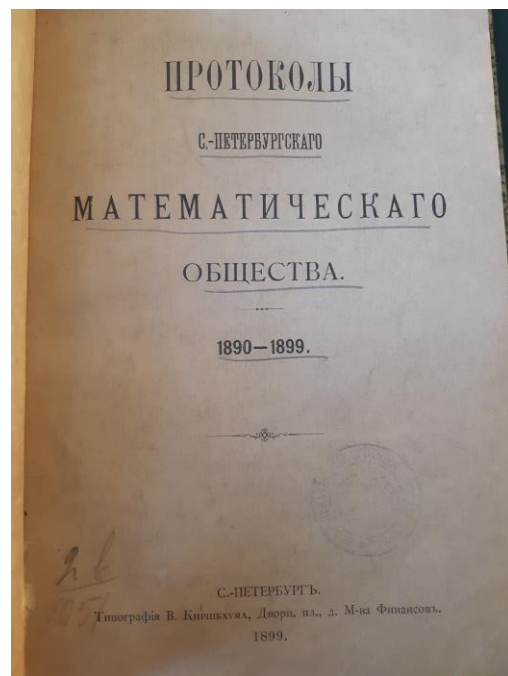
140. Разложеніе функции $x^m - 1$ на произведеніе функций ψ_d 327
 141—142. Свойства корней функции ψ_d 328
 143. Доказательство Дедекинда неприводимости функции ψ_m 330

**

§ IV. Новое доказательство неприводимости функций ψ_m при m равному степени простаго числа.

144. Доказательство вспомогательной леммы 331
 145—146. Доказательство неприводимости функций ψ_{p^2} 332
 147. Функция $x^{p^2} + 1$ по всякому модулю разлагается на множители 335

Работы по теории чисел



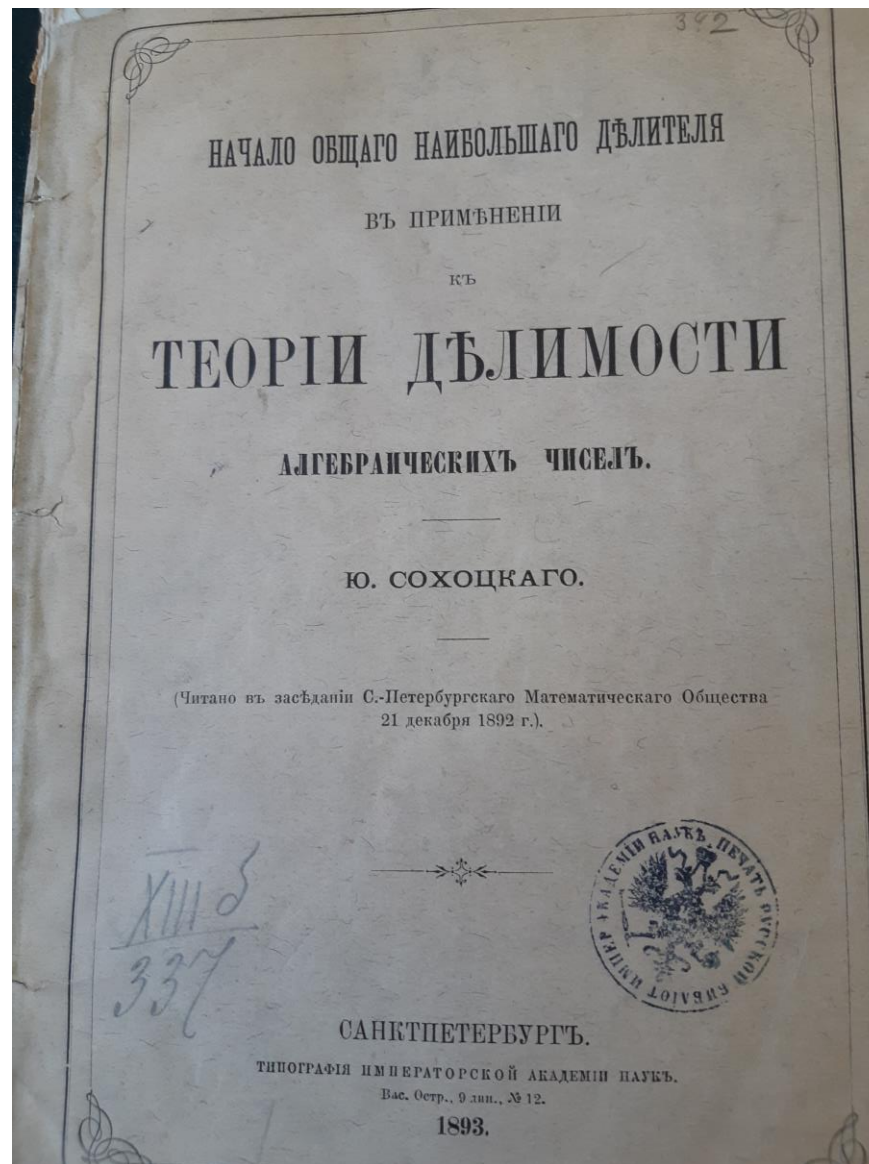
Протоколъ засѣданія 21 декабря 1892 года.

Были сдѣланы слѣдующія сообщенія:

- 1) Ю. В. Сохоцкій. «Принципъ общаго наибольшаго дѣлителя въ теоріи алгебраическихъ чиселъ. Очеркъ».
- 2) В. А. Марковъ. «О рѣшеніи въ цѣлыхъ числахъ уравненія: $x^n + y^n = z^n$ ».

Въ бібліотеку Общества доставлены слѣдующія книги:

- 1) Сборникъ Московскаго Математическаго Общества т. XVI вып. 3.
- 2) Соколовъ Н. П. Теорія симметрическихъ многогранниковъ



Всякая величина, удовлетворяющая уравненію вида

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n = 0,$$

гдѣ $a_1, a_2, \dots, a_n$ цѣлыя обыкновенныя числа, называется *цѣлымъ алгебраическимъ* числомъ, или, просто, *цѣлымъ числомъ*.

Главныя свойства цѣлыхъ алгебраическихъ чиселъ суть слѣдующія:

- 1) Сумма или разность двухъ цѣлыхъ чиселъ есть число цѣлое.
- 2) Произведеніе двухъ цѣлыхъ чиселъ есть число цѣлое.
- 3) Всякая величина, удовлетворяющая уравненію вида

$$x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2 x^{n-2} + \dots + \alpha_n = 0$$

съ цѣлыми алгебраическими коэффициентами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, есть число цѣлое.

$$z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

$$\beta = x_1 + x_2 z + x_3 z^2 + \dots + x_n z^{n-1} \quad (1)$$

$$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n :$$

$$\beta = x_1 \omega_1 + x_2 \omega_2 + \dots + x_n \omega_n \quad (2)$$

обозначим n значений числа ω_1
через $\omega_1, \omega_1', \omega_1'', \dots, \omega_1^{(n-1)}$

$$\begin{vmatrix} \omega_1 & \omega_1' & \omega_1'' & \dots & \omega_1^{(n-1)} \\ \omega_2 & \omega_2' & \omega_2'' & \dots & \omega_2^{(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_n & \omega_n' & \omega_n'' & \dots & \omega_n^{(n-1)} \end{vmatrix} = 0$$

$$l_1 \omega_1 + l_2 \omega_2 + \dots + l_n \omega_n = 0$$

24. La notion des nombres complexes entiers étant établie, nous indiquons comment on doit concevoir leur division.

Un nombre complexe entier ξ sera dit divisible par un autre nombre α , si le quotient est encore un nombre entier.

Cela posé, nous allons démontrer une proposition qui nous sera utile dans ce qui suit.

Soient p un nombre premier ordinaire et α un nombre complexe dont la norme est divisible par p . Supposons $N(\alpha) = p^\lambda b$, b étant un entier non divisible par p .

Maintenant, s'il existe un autre nombre complexe ξ qui, étant multiplié par un nombre quelconque ordinaire H , premier avec p , devienne divisible par α , le produit $b\xi$ le sera aussi.

En effet, H étant premier avec p , on peut toujours trouver deux nombres entiers P et Q tels qu'ils satisfassent à l'équation

$$PH - p^\lambda Q = 1.$$

De ce que le nombre $H\xi$ est divisible par α il suit que le nombre $\frac{HP\xi}{\alpha} = \frac{\xi}{\alpha} + \frac{p^\lambda Q\xi}{\alpha}$ et par conséquent le nombre $\frac{b\xi}{\alpha} + \frac{p^\lambda bQ\xi}{\alpha}$ sont des nombres entiers. Mais, en désignant par $\alpha', \alpha'', \dots, \alpha^{(n-1)}$ les valeurs de α quand on y remplace x par les autres racines de l'équation (1) du n° 22, on aura

$$\frac{p^\lambda bQ\xi}{\alpha} = \alpha' \alpha'' \dots \alpha^{(n-1)} Q\xi.$$

Or, $\frac{p^\lambda bQ\xi}{\alpha}$ est un nombre entier: donc $\frac{b\xi}{\alpha}$ le sera.

Теорема. — Пусть

$$N(\beta) = p^b h$$

причем h не дѣлится на p .

Для того чтобы данное число α дѣлилось по mod. p на β достаточно и необходимо, чтобы отношение

$$\frac{h\alpha}{\beta}$$

было числомъ цѣлымъ.

Что условіе достаточно, это очевидно; остается только показать, что оно необходимо.

Допустимъ, что существуетъ число γ , простое съ p , такое, что отношеніе

$$\frac{\gamma\alpha}{\beta} = \delta$$

есть число цѣлое; умножимъ обѣ части равенства на γ_1 , число сопряженное съ γ ,

$$\frac{N(\gamma)\alpha}{\beta} = \gamma_1 \delta;$$

отыщемъ два обыкновенныхъ цѣлыхъ числа x и y , которыя удовлетворяли бы условію

$$xN(\gamma) - yp^b = 1,$$

и исключимъ $N(\gamma)$ изъ послѣднихъ уравненій; находимъ

$$\frac{yp^b\alpha}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta} = x\gamma_1\delta,$$

отсюда, умноживъ обѣ части на h , выводимъ

$$\frac{h\alpha}{\beta} = hx\gamma_1\delta - \frac{yN(\beta)\alpha}{\beta}.$$

Вторая часть представляетъ число цѣлое, ибо $N(\beta)$ дѣлится на β , следовательно отношеніе

$$\frac{h\alpha}{\beta}$$

есть число цѣлое.

Такъ теорема доказана.

Слѣдствіе. — Число α тогда только дѣлится по mod. p на p , когда оно дѣлится на p въ обыкновенномъ смыслѣ слова.

Тоже самое имѣетъ мѣсто, когда β число однородное, не простое съ p .

9. Два какихъ угодно числа α и β будемъ называть *равносильными по mod. p* , если одновременно, по mod. p , α дѣлится на β и β дѣлится на α , и будемъ для этого употреблять обозначеніе такое:

$$\alpha \equiv \beta \pmod{p},$$

называя его *уравненіемъ по mod. p* .

II. Дѣлимость по mod. p и распределеніе чиселъ на классы.

7. Принявъ во вниманіе какое угодно обыкновенное простое число p , мы назовемъ его *модулемъ*.

Наивысшая степень модуля p , дѣлящая норму числа α , называется *порядкомъ* числа α ; изобразивъ его чрезъ a , имѣемъ

$$N(\alpha) = p^a h,$$

причемъ h есть обыкновенное цѣлое число не дѣлящееся на p .

Теорема. — *Всякое данное число имѣетъ конечное число дѣлителей по mod. p , неравносильныхъ между собой (различныхъ), и всѣ эти дѣлители могутъ быть получены съ помощью конечнаго числа дѣйствій.*

Между всѣми дѣлителями даннаго числа особеннаго вниманія заслуживаетъ тотъ, порядокъ котораго есть наименьшій; такой дѣлитель не можетъ имѣть никакого дѣлителя по mod. p , и слѣдовательно представляетъ число *неразложимое* по mod. p .

И такъ, мы пришли къ заключенію, что цѣлыя числа относительно модуля p распредѣляются на числа *разлагающіяся* и *не-разлагающіяся* по mod. p .

13. **Теорема.** — Пусть α и β изображают два целых числа, изъ коихъ β не дѣлится по mod. p на α .

Можно найти такое целое число ω , что порядокъ разности

$$\frac{\alpha}{\beta} - \omega$$

будетъ ниже порядка отношенія $\frac{\alpha}{\beta}$.

IV. Общій наибольшій дѣлитель и законы дѣлимости по mod. p .

14. Примѣнимъ доказанную нами теорему къ двумъ произвольно взятымъ цѣлымъ числамъ α и β , предполагая при этомъ, что ни α не дѣлится по mod. p на β , ни β на α ; получаемъ нѣкоторое новое цѣлое число ρ_2 ,

$$\rho_2 = \alpha - \beta \omega,$$

котораго порядокъ ниже порядка числа α .

Предположимъ, что, по mod. p , ни ρ_2 не дѣлится на β , ни β на ρ_2 ; получаемъ новое число ρ_3 ,

$$\rho_3 = \beta - \rho_2 \omega',$$

порядка ниже чѣмъ β .

Предположимъ далѣе, что, по mod. p , ни ρ_3 не дѣлится на ρ_2 , ни ρ_2 на ρ_3 ; получаемъ

$$\rho_4 = \rho_2 - \rho_3 \omega''.$$

Продолжая такимъ образомъ, мы дойдемъ до двухъ чиселъ ρ_{m-1} и ρ_m такихъ, что одно изъ нихъ будетъ дѣлиться по mod. p

Теорема 1. — Для того чтобы число α делилось на β , необходимо и достаточно, чтобы α делилось на β по каждому из модулей, входящихъ въ составъ $N(\beta)$.

21. **Теорема 2.** — Для того чтобы два числа α и β были взаимно простыми, необходимо и достаточно, чтобы α и β были взаимно простыми по каждому изъ модулей, входящихъ одновременно въ составъ $N(\alpha)$ и $N(\beta)$.

VII. Теорія идеальныхъ чиселъ.

24. Переходя къ подробному разсмотрѣнію свойствъ идеальныхъ чиселъ, мы примемъ во вниманіе условія, опредѣляющія собой идеальное число x ,

$$(1) \dots\dots\dots \left\{ \begin{array}{l} x \equiv \alpha \pmod{p}, \\ x \equiv \beta \pmod{q}, \\ x \equiv \gamma \pmod{r}, \\ \pm N(x) = p^a q^b r^c, \end{array} \right.$$

гдѣ a представляетъ порядокъ числа α по mod. p , и т. д.

Идеальное число, опредѣляемое условіями (1), согласимся изображать такъ:

$$(2) \dots\dots\dots x = \begin{vmatrix} \alpha & p \\ \beta & q \\ \gamma & r \end{vmatrix}.$$

VIII. Объ идеалахъ.

25. Дедекиндъ, основатель теоріи идеаловъ, называетъ *идеаломъ* собраніе безконечнаго множества различныхъ цѣлыхъ чиселъ, обладающихъ двумя свойствами:

1) Сумма или разность двухъ чиселъ, принадлежащихъ къ собранію, принадлежитъ также къ тому же собранію.

2) Произведеніе числа, принадлежащаго къ собранію, на какое угодно цѣлое число даетъ число, принадлежащее къ тому же собранію.

Мы изложимъ здѣсь главнѣйшія свойства идеаловъ, основываясь на новыхъ началахъ, а именно, покажемъ, что ученіе о идеалахъ можетъ быть выведено непосредственно изъ теоріи идеальныхъ чиселъ.

26. Пусть дано будет идеальное число δ . Совокупность всѣхъ существующихъ цѣлыхъ чиселъ, дѣлящихся на δ составляетъ идеалъ, ибо очевидно обладаетъ двумя характеристическими свойствами идеала. Такимъ образомъ полученный идеалъ можетъ быть рассматриваемъ, какъ нѣкотораго рода функція отъ δ ; мы будемъ изображать его чрезъ $J(\delta)$.

Теорема. — Для всякаго данного идеала J можно найти одно такое число δ , что $J = J(\delta)$.

Теорема. — Пусть α и β изображаютъ два какихъ угодно идеальныхъ числа.

Произведеніе $J(\alpha) J(\beta)$ равно идеалу $J(\alpha\beta)$.

Теорема. — Если всѣ числа, заключающіяся въ идеалъ J_1 , заключаются также и въ идеалъ J_2 , то можно найти такой новый идеалъ J_3 , что будемъ имѣть

$$J_1 = J_2 J_3.$$

Этимъ мы заканчиваемъ настоящій нашъ трудъ: основы теоріи дѣлимости алгебраическихъ чиселъ, какъ слѣдствіе изъ начала дѣлимости чиселъ по данному модулю, установлены вполне, и этимъ цѣль наша достигнута.



**Егор Иванович
Золотарёв (1847—1878)**

Теория целых комплексных чисел с приложением к интегральному исчислению. 1874 (докторская диссертация). Sur la théorie des nombres complexes. (опубликовано после смерти в 1880)



**Иванов Иван Иванович
(1862-1939)**

Целые комплексные числа. Рассуждение на степень магистра чистой математики, Спб, 1991

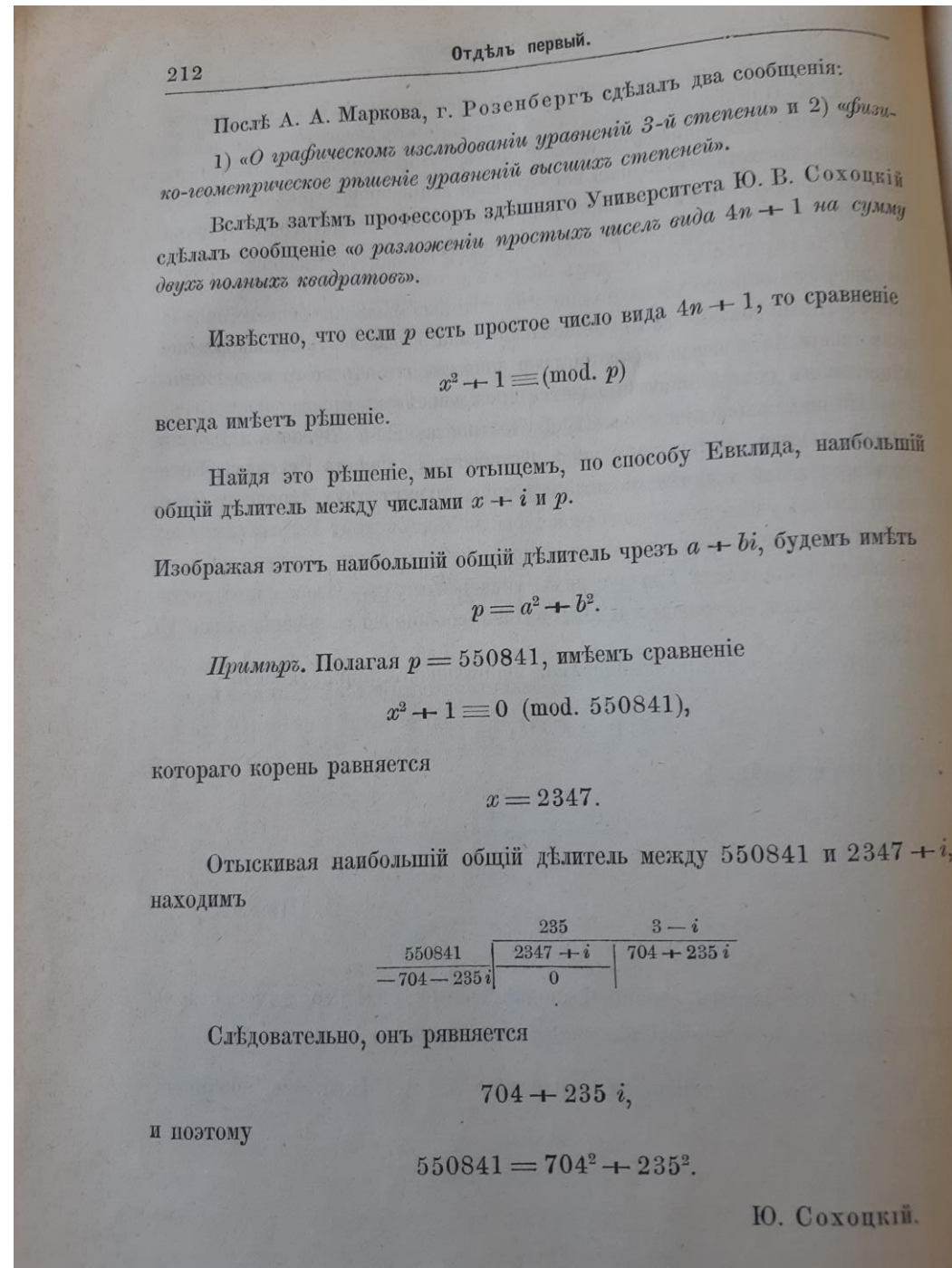
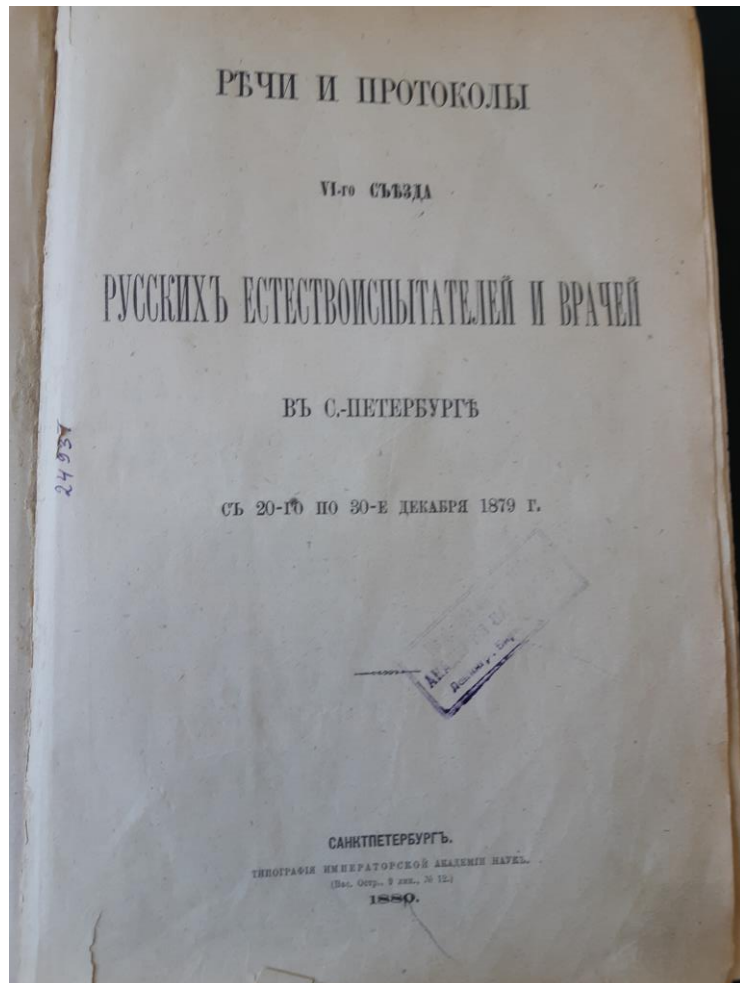
К теории целых комплексных чисел (Прилож. к LXXII тому Запис. Акад. Паук, № 9, стр. 1—14), 1993



**Richard Julius Wilhelm
Dedekind (1831 - 1916)**

Vorlesungen über Zahlentheorie / von P.G. Lejeune Dirichlet ; herausgegeben und mit zusätzen versehen von R. Dedekind, Braunschweig :, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, 1879

«О разложении простых чисел вида $4n+1$ на сумму двух полных квадратов» 1880 г.



Умер Ю В. Сохоцкий 14 декабря 1927 года.
Похоронен на Новодевичьем кладбище



Спасибо за внимание!