

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ РЕШЕНИЙ
С ПЕРЕХОДНЫМИ СЛОЯМИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ
ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТИПА УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА
И ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ*

Н. Н. Нефедов, В. Т. Волков

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

nefedov@phys.msu.ru, volkovvt@mail.ru

В докладе представлены результаты современных исследований сингулярно возмущенных задач реакция-диффузия-адвекция, базирующиеся на дальнейшем развитии асимптотического принципа сравнения (этот подход также называют асимптотическим методом дифференциальных неравенств). Обсуждается общая схема асимптотического метода дифференциальных неравенств (см. [1] и ссылки в этой работе) для периодических параболических задач, которая применяется к ряду новых случаев. Доказаны теоремы существования периодических решений с внутренними слоями, построены их асимптотические приближения и исследована устойчивость по Ляпунову таких решений.

Полученные результаты проиллюстрированы для уравнений типа уравнения Бюргерса, применяемого, например, для описания нелинейных волн в среде без дисперсии с модульной нелинейностью (модульной адвекцией):

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial |u|}{\partial x} - B(u, x, t) &= 0, \\ (x, t) \in \mathcal{D} &:= \{x \in (-1, 1); t \in \mathbb{R}\}, \\ u(-1, t; \varepsilon) &= h^{(-)}(t), \quad u(1, t; \varepsilon) = h^{(+)}(t), \quad t \in \mathbb{R}, \\ u(x, t; \varepsilon) &= u(x, t + T; \varepsilon), \quad x \in [-1, 1], \quad t \in \mathbb{R}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $0 < \varepsilon \ll 1$ — малый параметр, а функции $B(u, x, t)$, $h^{(-)}(t)$ и $h^{(+)}(t)$ достаточно гладкие и T -периодические по переменной t .

Полученные результаты применены к задаче с линейным периодическим источником (линейным усилением).

Асимптотический анализ для этого случая задачи (1) применен для построения асимптотического решения задачи граничного управления. Построено асимптотическое приближение граничного условия, при котором требуемый режим движения фронта достигается с заданной точностью.

Список литературы

1. Нефедов Н.Н. Развитие методов асимптотического анализа переходных слоев в уравнениях реакция-диффузия-адвекция: теория и применение // ЖВМиМФ. 2021. Т. 61, № 12. С. 2074–2094.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-11-00042).