ОБ АСИМПТОТИКЕ ВЕРОЯТНОСТИ НЕВЫХОДА СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ЗА КРИВОЛИНЕЙНУЮ ГРАНИЦУ

Саханенко Александр Иванович

✧ *Email: aisakh@mail.ru; Институт Математики им. С.Л. Соболева, Новосибирск, Россия.*

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ – независимые случайные величины. Будем предполагать, что случайное блуждание $S_n := X_1 + \ldots + X_n,\ n = 1, 2, \ldots,$ принадлежит области притяжения нормального распределения, т.е. что существует возрастающая стремящаяся к бесконечности последовательность $\{b_n > 0\}$ такая, что S_n/b_n при $n \to \infty$ сходится по распределению к стандартному нормальному закону.

Пусть $T := \inf\{k \geq 1 : S_k \leq g_k\}$ – момент первого пересечения случайным блужданием $\{S_n\}$ движущейся границы $\{g_n = o(b_n)\}$. В докладе мы рассмотрим асимптотическое поведение правого хвоста $\mathbf{P}(T > n)$.

Известный классический случай – это случай, когда случайное блуждание имеет нулевое среднее, конечную дисперсию и $B_n^2 := \mathbf{E}[S_n^2] \to \infty$. Если выполнено условие Линдберга, то

$$\mathbf{P}(T > n) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{U_n}{B_n}, \quad \text{где} \quad U_n := \mathbf{E}[S_n - g_n; T_g > n]. \tag{1}$$

(См. *Ann. Probab.*, 2018, pp. 3313-3350.)

В настоящем докладе мы сконцентрируемся на дальнейших результатах в этом направлении.

В частности, мы не будем предполагать, что все слагаемые имеют конечную дисперсию или, даже, конечное среднее. Обозначим через $X_n^{[u_n]}$ срезку случайной величины X_n на уровнях $\pm u_n$, где $u_n/b_n \to 0$ достаточно медленно. В этом случае

$$\mathbf{P}(T > n) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{U_n(u_n)}{b_n} + J_n(u_n, b_n), \tag{2}$$

где $U_n(u_n)$ определяется аналогично U_n в (1), но для случайного блуждания $X_1^{[u_n]} + \cdots + X_n^{[u_n]}$ вместо S_n. Отметим, что величина $J_n(u_n, b_n)$ из (2) найдена в явном виде как функция распределений положительных частей случайных величин $X_1 - u_n, \ldots, X_n - u_n$.

Доклад основан на совместных работах с Д. Э. Денисовым и В. И. Вахтелем. Исследование выполнено при поддержке РФФИ и DFG в рамках научного проекта №20-51-12007.