Неравенство Рубио де Франсиа для произвольных систем Виленкина

Антон Целищев

Системы Виленкина естественно обобщают системы Уолша: как известно, функции из системы Уолша можно рассматривать как характеры на группе $\mathbb{Z}_2^\infty$; системы Виленкина — это характеры на группе $\prod_{j=0}^\infty \mathbb{Z}_{p_j}$, где p_j — произвольные натуральные числа. Можно, однако (аналогично системе Уолша), рассматривать функции из систем Виленикна как функции на отрезке $[0,1]$. Тогда они образуют ортонормированный базис в $L^2([0,1])$.

Различные вопросы стандартного анализа Фурье имеют смысл и для разложения функций по системе Виленкина: можно рассматривать аналог преобразования Гильберта, мультипликаторы Фурье–Виленкина и т.д. При этом часто оказывается, что есть два существенно различных случая: когда порядки циклических групп ограничены (тогда соответствующая система Виленкина называется ограниченной) и когда они произвольны; доказательства разных утверждений в последнем случае оказываются существенно сложнее. В докладе мы обсудим доказательство аналога неравенства Рубио де Франсиа, также известного как “одностороннее неравенство Литтлвуда–Пэли для произвольных интервалов”, в контексте произвольных (не обязательно ограниченных) систем Виленкина.