Теоремы о разбиениях для арифметических полугрупп

(Аддитивной) арифметической полугруппой называется прямая сумма

$$G = \bigoplus_{j=1}^{\infty} \mathbb{Z}_+$$

счетного числа экземпляров аддитивной полугруппы $\mathbb{Z}_+$ неотрицательных целых чисел вместе с гомоморфизмом $\partial : G \to \overline{\mathbb{R}}_+$, таким, что $N_G(t) = \#\{\partial^{-1}([0,t])\} < \infty$ для всех t. *Абстрактными простыми числами* называются элементы $p_j \in G$ вида $p_j = (\underbrace{0,\cdots,0}_{j\text{-1 нулей}}, 1, 0, 0, \cdots),$ $j = 1, 2, \cdots$ *Абстрактной задачей о разбиениях* назовем задачу о вычислении считающей функции $N_G(t)$ или ее асимптотики по заданной считающей функции $\pi_G^{\#}(t) = \#\{p \in P \mid \partial(p) \le t\}$ абстрактных простых, а *ограниченной абстрактной задачей о разбиениях* – задачу о вычислении считающей функции $N_{G_k}(t)$, где $G_k \subset G$ – подполугруппа, равная прямой сумме первых k экземпляров полугруппы $\mathbb{Z}_+$. Абстрактная задача о разбиениях включает в себя классическую задачу о числе разбиений натуральных чисел на натуральные слагаемые, решение которой было дано Харди, Рамануджаном и Радемахером. В докладе будут приведены некоторые результаты для абстрактных задач о разбиениях и указаны возможные приложения.