Об уплотнении метрических пространств на σ-компактные

А. Е. Липин

ИММ УрО РАН

9 ноября,
2022

Теорема (Раухваргер, 1949)

Для всякого метрического компакта X и любого счетного множества $H \subseteq X$ подпространство $X \setminus H$ уплотнимо на метрический компакт.

Теорема (Раухваргер, 1949)

Для всякого метрического компакта X и любого счетного множества $H \subseteq X$ подпространство $X \setminus H$ уплотнимо на метрический компакт.

- **Вопрос.** (Белугин, Осипов, Пыткеев, 2021) Можно ли ослабить условие счетности H до условия $|H| \leq \kappa$ для какого-нибудь несчетного κ?

Теорема (Пыткеев, 1977)

Всякое метрическое сепарабельное континуальное пространство возможно разбить на два континуальных подпространства, не уплотнимых на полное метрическое.

Теорема (Пыткеев, 1977)

Всякое метрическое сепарабельное континуальное пространство возможно разбить на два континуальных подпространства, не уплотнимых на полное метрическое.

- $\kappa < \mathfrak{c}$.

Теорема

Пусть X — полное метрическое пространство и для множества $H \subseteq X$ выполняется $w(X) < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на σ-компактное пространство.

Теорема

Пусть X — полное метрическое пространство и для множества $H \subseteq X$ выполняется $w(X) < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на σ-компактное пространство.

Теорема (Пыткеев, 1976)

Всякое сепарабельное абсолютно борелевское не σ-компактное пространство уплотнимо на компакт.

Теорема

Пусть X — полное метрическое пространство и для множества $H \subseteq X$ выполняется $w(X) < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на σ-компактное пространство.

Теорема (Пыткеев, 1976)

Всякое сепарабельное абсолютно борелевское не σ-компактное пространство уплотнимо на компакт.

Следствие

Пусть X — полное метрическое пространство и для множества $H \subseteq X$ выполняется $w(X) < |H| < \mathfrak{c}$. Тогда подпространство $X \setminus H$ невозможно уплотнить на сепарабельное абсолютно борелевское пространство.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0, 1]$.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0, 1]$.
- $Q \subseteq [0, 1]$ счетное.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0,1]$.
- $Q \subseteq [0,1]$ счетное.
- $Y = [0,1] \times [0,1] \setminus A \times Q$.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0,1]$.
- $Q \subseteq [0,1]$ счетное.
- $Y = [0,1] \times [0,1] \setminus A \times Q$.
- A_n гомеоморфны A ($n \in \mathbb{N}$).

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0,1]$.
- $Q \subseteq [0,1]$ счетное.
- $Y = [0,1] \times [0,1] \setminus A \times Q$.
- A_n гомеоморфны A ($n \in \mathbb{N}$).
- X — сумма Y и всех A_n.

Пример. Метрическое сепарабельное пространство X и его подмножество H ($\aleph_0 < |H| < \mathfrak{c}$) такие, что X и $X \setminus H$ гомеоморфны и уплотняются на метрический компакт.

- $A \subseteq [0,1]$.
- $Q \subseteq [0,1]$ счетное.
- $Y = [0,1] \times [0,1] \setminus A \times Q$.
- A_n гомеоморфны A ($n \in \mathbb{N}$).
- X — сумма Y и всех A_n.
- $H = A_1$.

Спасибо за внимание