

# Математическое моделирование неустойчивого состояния жидкого кристалла в неоднородном электрическом поле

В. М. Садовский, О. В. Садовская



*Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск*



*РНОМЦ "Красноярский математический центр"*

sadov@icm.krasn.ru

**Вторая конференция Математических центров России**  
(7 – 11 ноября 2022 г., Москва, МГУ, МИАН)

# Жидкие кристаллы



**Жидкий кристалл** – это фазовое состояние вещества между твердым кристаллом и изотропной жидкостью, в котором при определенном диапазоне температур проявляются одновременно свойства упругости и текучести.

Жидкокристаллическая фаза существует в интервале от температуры плавления до некоторой более высокой температуры, при нагреве до которой вещество переходит в обычную жидкость. Ниже этого интервала вещество является твердым кристаллом.

## Применение жидких кристаллов



*Устройства для отображения, обработки и хранения информации*



*Технические диагностические инструменты*

## Классы жидких кристаллов



*Нематический, смектический и холестерический ЖК*



*Медицинские диагностические инструменты*



# Изучение жидких кристаллов

Жидкие кристаллы находятся в сфере интересов физиков, инженеров и математиков из-за их широкой области применения. Физические свойства жидких кристаллов, их реакция на внешние воздействия различной физической природы описаны в монографиях:



*de Gennes P. G. The Physics of Liquid Crystals.* Clarendon Press, Oxford, 1974.



*Blinov L. M. Structure and Properties of Liquid Crystals.* Springer, Dordrecht – Heidelberg – London – New York, 2011. DOI: [10.1007/978-90-481-8829-1](https://doi.org/10.1007/978-90-481-8829-1)

Изменение пространственной ориентации удлинённых молекул жидкого кристалла под действием электрического поля является физической основой для большинства технических приложений жидких кристаллов в электрооптических устройствах отображения и хранения информации.

Это явление носит название *эффекта Фредерикса*.



*Fréedericksz V., Zolina V. Forces causing the orientation of an anisotropic liquid.* Trans. Faraday Soc. 1933. Vol. 29. P. 919–930. DOI: [10.1039/TF9332900919](https://doi.org/10.1039/TF9332900919)

# Переориентация молекул жидкого кристалла

## Эффект Фредерикса состоит в следующем:

В процессе воздействия электрическим полем происходит своеобразная конкуренция между электромагнитными силами, которые пытаются сориентировать молекулы вдоль электрического поля, и силами упругости, стремящимися сохранить первоначальное положение молекул.

Если в некоторой области жидкого кристалла направление электрического поля оказывается перпендикулярным начальной ориентации молекул, то процесс переориентации носит пороговый характер. В этом случае в силу симметрии равноправными являются оба направления вращения молекул – по направлению и против направления часовой стрелки, и их вращение начинается в момент потери устойчивости равновесия.

**Целью работы** является численное моделирование эффекта Фредерикса в неоднородном электрическом поле конденсатора с короткими несимметрично расположенными обкладками при произвольном начальном распределении углов ориентации молекул в слое нематического жидкого кристалла.

В этом случае невозможно заранее определить области, в которых произойдет потеря устойчивости равновесия, и процесс переориентации может оказаться как пороговым, так и непрерывным процессом во всем слое.



# Моделирование ЖК на основе уравнений статики



При математическом моделировании **статического состояния** жидких кристаллов наибольшее распространение получила континуальная теория Озеена–Франка, основные уравнения которой вытекают из вариационного принципа минимума потенциальной энергии.



*Oseen C. W. The theory of liquid crystals. Trans. Faraday Soc. 1933.  
Vol. 29. P. 883–899. DOI: [10.1039/TF9332900883](https://doi.org/10.1039/TF9332900883)*



*Frank F. C. On the theory of liquid crystals. Discuss. Faraday Soc. 1958.  
Vol. 25. P. 19–28. DOI: [10.1039/DF9582500019](https://doi.org/10.1039/DF9582500019)*

В этой теории учитываются вращательные степени свободы молекул и обусловленные ими моментные взаимодействия. Исключаются из рассмотрения поступательные степени свободы и соответствующие механические напряжения.

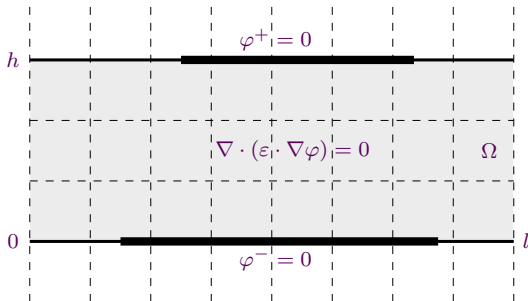
Круг задач, к решению которых применима теория Озеена–Франка, ограничен. Невозможно, например, описать изменение ориентации молекул в слое жидкого кристалла за счет действия касательного напряжения на границе, вызванного температурным расширением обкладок конденсатора.



# Постановка задачи

Слой жидкого кристалла толщиной  $h$  помещается между пластинами – обкладками конденсатора. Он считается бесконечным в горизонтальном направлении, а система пластин периодической с периодом  $l$ . Внутри слоя известно начальное распределение углов ориентации молекул  $\theta_0(x, y)$  относительно оси  $x$ .

$$\nabla^2 \varphi = 0$$



$$\nabla^2 \varphi = 0$$

Схема возмущения ЖК слоя

$\Omega$  – прямоугольная область, выделенная с учетом симметрии задачи

$\varphi$  – потенциал электрического поля

$\epsilon$  – тензор диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon = \epsilon^\perp I + (\epsilon^\parallel - \epsilon^\perp) n_\theta n_\theta$$

$\epsilon^\parallel$  и  $\epsilon^\perp$  – диэлектрические проницаемости вдоль молекул ЖК и поперек молекул

$I$  – единичный тензор

$n_\theta = (\cos \theta, \sin \theta)$  – вектор – директор абсолютного положения

$\theta$  – угол ориентации молекул, отсчитываемый от оси  $x$

# Функционал потенциальной энергии

В соответствии с теорией Озеена – Франка, распределение углов ориентации молекул в равновесном состоянии ЖК слоя под воздействием электрического поля, создаваемого зарядами на пластинах, удовлетворяет условию стационарности функционала потенциальной энергии:

$$J = \iint_{\Omega} \left( F - \frac{1}{2} D \cdot E \right) dx dy.$$

$E = -\nabla\varphi$  – вектор электрического поля

$D = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot E$  – вектор электрической индукции

( $\varepsilon_0 = 8.8541878172206 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – диэлектрическая постоянная)

$F$  – свободная энергия Франка (в одноконстантном приближении):

$$F = \frac{\gamma}{2} (|\nabla \cdot n|^2 + |\nabla \times n|^2)$$

$n = (\cos(\theta - \theta_0), \sin(\theta - \theta_0))$  – вектор–директор относительно начального положения молекул

$\gamma$  – модуль упругого сопротивления изменению кривизны

$$D \cdot E = \varepsilon_0 \varepsilon^{\perp} E^2 + \varepsilon_0 (\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}) (n_{\theta} \cdot E)^2$$

# Варьирование функционала

После простых преобразований функционал  $J$  записывается в развернутом виде:

$$J = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left( \gamma \left( (\theta - \theta_0)_x^2 + (\theta - \theta_0)_y^2 \right) - \varepsilon_0 \varepsilon^\perp (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) - \varepsilon_0 (\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp) (\varphi_x \cos \theta + \varphi_y \sin \theta)^2 \right) dx dy.$$

(нижними индексами  $x$  и  $y$  обозначены частные производные по соответствующим переменным)

Условие стационарности функционала приводит к двум вариационным уравнениям:

$$\delta_\theta J(\theta, \varphi) = 0, \quad \delta_\varphi J(\theta, \varphi) = 0.$$

Первое из них принимает вид:

$$- \frac{2\gamma}{\varepsilon_0 (\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp)} \nabla^2 (\theta - \theta_0) = 2\varphi_x \varphi_y \cos 2\theta - (\varphi_x^2 - \varphi_y^2) \sin 2\theta. \quad (1)$$

Второе уравнение

$$- \frac{2\varepsilon^\perp}{\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp} \nabla^2 \varphi = \frac{\partial}{\partial x} (2\varphi_x \cos^2 \theta + \varphi_y \sin 2\theta) + \frac{\partial}{\partial y} (\varphi_x \sin 2\theta + 2\varphi_y \sin^2 \theta) \quad (2)$$

является частным случаем общего уравнения  $\nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla \varphi) = 0$  для потенциала электрического поля при отсутствии объемных зарядов.

( $\nabla$  – оператор Гамильтона,  $\nabla^2$  – двумерный оператор Лапласа)

# Граничные условия задачи

Во внешности слоя электрический потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0 \quad \text{при } y < 0 \text{ и при } y > h.$$

На пластинах конденсатора он распределен равномерно:

$$\varphi^+ = \varphi = \varphi^0 \quad \text{при } y = h, \quad \varphi = \varphi^- = -\varphi^0 \quad \text{при } y = 0.$$

$\varphi^\pm$  – предельные значения потенциала на границах сверху и снизу относительно слоя

$\varphi$  – предельные значения потенциала на этих же границах изнутри слоя

$\varphi^0$  – постоянная, зависящая от интенсивности электрического поля

При переходе через границы раздела “диэлектрик – вакуум” выполняются условия непрерывности электрического потенциала и непрерывности нормальной составляющей вектора электрической индукции:

$$\varphi^+ = \varphi, \quad \varepsilon^{xy} \varphi_x + \varepsilon^{yy} \varphi_y = \varphi_y^+ \quad \text{при } y = h;$$

$$\varphi = \varphi^-, \quad \varepsilon^{xy} \varphi_x + \varepsilon^{yy} \varphi_y = \varphi_y^- \quad \text{при } y = 0.$$

$\varepsilon^{xx}$ ,  $\varepsilon^{yy}$  и  $\varepsilon^{xy}$  – компоненты анизотропного тензора диэлектрической проницаемости, зависящего от ориентации молекул ЖК

$$\varepsilon^{xx} = \varepsilon^\parallel \cos^2 \theta + \varepsilon^\perp \sin^2 \theta, \quad \varepsilon^{yy} = \varepsilon^\parallel \sin^2 \theta + \varepsilon^\perp \cos^2 \theta, \quad \varepsilon^{xy} = (\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp) \cos \theta \sin \theta$$

На боковых сторонах прямоугольника  $\Omega$  ставятся граничные условия периодичности:

$$\varphi(l, y) = \varphi(0, y), \quad \varphi_x(l, y) = \varphi_x(0, y).$$

# Направление электрического поля

Пусть  $\theta_\varphi(x, y)$  – распределение углов ориентации молекул в области  $\Omega$ , найденное через электрический потенциал по формулам:

$$\sin 2\theta_\varphi = \frac{2\varphi_x \varphi_y}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}, \quad \cos 2\theta_\varphi = \frac{\varphi_x^2 - \varphi_y^2}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}.$$

Тогда уравнение (1) преобразуется к виду:

$$-\frac{2\gamma}{\varepsilon_0(\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp})} \nabla^2(\theta - \theta_0) = (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta). \quad (3)$$

Из тригонометрических формул

$$\sin \theta_\varphi = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta_\varphi}{2}} = \frac{\varphi_y}{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}}, \quad \cos \theta_\varphi = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta_\varphi}{2}} = \frac{\varphi_x}{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}}$$

следует, что при  $\theta = \theta_\varphi$  молекулы жидкого кристалла ориентированы вдоль электрического поля. Это согласуется с уравнением (3), в котором правая часть характеризует электростатические силы, а левая – силы упругости.

Уравнение для угла  $\theta$  можно преобразовать к эквивалентной форме:

$$-\nabla^2(\theta - \theta_0) = \lambda (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta), \quad \lambda = \varepsilon_0(\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}) \frac{\varphi_0^2}{2\gamma}. \quad (4)$$

$\phi(x, y)$  – решение уравнения  $\varphi(x, y) = \varphi_0 \phi(x, y)$  с  $\varphi_0 = 1$ ; электрический потенциал м.б. представлен в таком виде, т.к. уравнение (2) однородно относительно  $\varphi$

# Вычисление потенциала во внешности слоя

При численном решении уравнения Лапласа для электрического потенциала во внешности слоя (т. е. при  $y > h$  и  $y < 0$ ) применяется метод прямых.

Для этого вводится равномерное разбиение отрезка  $[0, l]$  по оси  $x$  с шагом  $\Delta x = l/m$ .

Производные по  $x$  в уравнении заменяются конечными разностями второго порядка аппроксимации:

$$\frac{\varphi_{j+1} - 2\varphi_j + \varphi_{j-1}}{\Delta x^2} + \frac{d^2\varphi_j}{dy^2} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

$\varphi_j$  – искомые функции, зависящие от переменной  $y$  и удовлетворяющие условию периодичности:

$$\varphi_m(y) = \varphi_0(y), \quad \varphi_{m+1}(y) = \varphi_1(y)$$

Система векторов

$$W^{(s)} = (1, w^{-s}, w^{-2s}, \dots, w^{-(m-1)s}) \quad w = e^{2\pi i/m} \quad (s = 0, 1, \dots, m-1)$$

образует ортогональный базис в  $m$ -мерном комплексном евклидовом пространстве.

Можно представить  $\varphi(y) = (\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{m-1})$  в виде разложения по базису:

$$\varphi_j(y) = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \chi_s(y) w^{-js} \quad \text{с коэффициентами} \quad \chi_s = \sum_{j=0}^{m-1} \varphi_j w^{js}. \quad (6)$$

Это формулы дискретного преобразования Фурье и обратного дискретного преобразования.



# Вычисление потенциала внутри слоя

Подстановка (6) в систему уравнений (5) приводит к независимым уравнениям для коэффициентов Фурье:

$$\frac{d^2 \chi_s}{dy^2} = \lambda_s \chi_s, \quad \lambda_s = \frac{4}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{\pi s}{m},$$

$$\chi_s = C_s^+ e^{-\sqrt{\lambda_s}(y-h)} + C_s^- e^{\sqrt{\lambda_s}y}, \quad C_s^\pm - \text{произвольные постоянные интегрирования}$$

Из соображений ограниченности электрического потенциала во внешности слоя ЖК следует положить  $C_s^- = 0$  для верхней полуплоскости ( $y > h$ ) и  $C_s^+ = 0$  для нижней полуплоскости ( $y < 0$ ).

При решении уравнения для электрического потенциала внутри слоя реализуется итерационный процесс, в котором на каждом шаге с учетом граничных условий решается уравнение Пуассона относительно нового приближения потенциала  $\varphi^{p+1}$ , с правой частью, вычисленной по предыдущему приближению  $\varphi^p$ :

$$\nabla^2 \varphi^{p+1} = \frac{\varepsilon_{||} - \varepsilon^\perp}{\varepsilon_{||} + \varepsilon^\perp} \left( \nabla^2 \varphi^p - \frac{\partial}{\partial x} \left( 2 \varphi_x^p \cos^2 \theta + \varphi_y^p \sin 2\theta \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \varphi_x^p \sin 2\theta + 2 \varphi_y^p \sin^2 \theta \right) \right). \quad (7)$$

Процесс продолжается до тех пор, пока относительная погрешность вычислений не становится достаточно малой.



# Разностная схема

Численное решение уравнения (7) строится на равномерной сетке, согласованной с сеткой прямых на основе вариационно-разностной схемы:

$$\frac{\varphi_{j+1,k}^{p+1} - 2\varphi_{j,k}^{p+1} + \varphi_{j-1,k}^{p+1}}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{j,k+1}^{p+1} - 2\varphi_{j,k}^{p+1} + \varphi_{j,k-1}^{p+1}}{\Delta y^2} = f_{j,k}^p \quad (8)$$

$$(j = 1, 2, \dots, m-1; \quad k = 1, 2, \dots, r-1);$$

$$\begin{aligned} f_{j,k}^p = \frac{\varepsilon_{||} - \varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{||} + \varepsilon_{\perp}} & \left( \frac{\varphi_{j+1,k}^p - 2\varphi_{j,k}^p + \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{j,k+1}^p - 2\varphi_{j,k}^p + \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta y^2} - \right. \\ & - \frac{1}{\Delta x} \left( 2 \frac{\varphi_{j+1,k}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta x} \cos^2 \theta_{j,k} + \frac{\varphi_{j,k+1}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta y} \sin 2\theta_{j,k} - \right. \\ & - 2 \frac{\varphi_{j,k}^p - \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta x} \cos^2 \theta_{j-1,k} - \left. \frac{\varphi_{j-1,k+1}^p - \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta y} \sin 2\theta_{j-1,k} \right) - \\ & - \frac{1}{\Delta y} \left( \frac{\varphi_{j+1,k}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta x} \sin 2\theta_{j,k} + 2 \frac{\varphi_{j,k+1}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta y} \sin^2 \theta_{j,k} - \right. \\ & \left. - \frac{\varphi_{j+1,k-1}^p - \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta x} \sin 2\theta_{j,k-1} - 2 \frac{\varphi_{j,k}^p - \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta y} \sin^2 \theta_{j,k-1} \right) \Bigg). \end{aligned}$$

Применение к решению (7) не согласованных с вариационным принципом (невариационных) разностных схем, может приводить к расходящемуся итерационному процессу.

# Прямое и обратное преобразования Фурье

Решение разностного аналога уравнения Пуассона (8) строится с помощью дискретного разложения Фурье по базисным векторам  $W^{(s)}$ :

$$\varphi_{j,k}^{p+1} = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \chi_{s,k} w^{-js}.$$

Для коэффициентов разложения выполняется система уравнений

$$-\lambda_s \chi_{s,k} + \frac{\chi_{s,k+1} - 2\chi_{s,k} + \chi_{s,k-1}}{\Delta y^2} = g_{s,k}, \quad g_{s,k} = \sum_{j=0}^{m-1} f_{j,k}^p w^{js}.$$

К решению этой системы применяется метод трехточечной прогонки.

Сначала вычисляется частное решение  $\chi_{s,k}^0$  неоднородной системы с нулевыми граничными условиями при  $k = 0$  и  $k = r$ . Затем аналогично вычисляются два решения однородной системы  $\chi_{s,k}^+$  и  $\chi_{s,k}^-$  с граничными условиями  $\chi_{s,0}^+ = 0$ ,  $\chi_{s,r}^+ = 1$  и  $\chi_{s,0}^- = 1$ ,  $\chi_{s,r}^- = 0$ .

В силу линейности общее решение системы принимает вид:

$$\chi_{s,k} = \chi_{s,k}^0 + C_s^+ \chi_{s,k}^+ + C_s^- \chi_{s,k}^-.$$

Коэффициенты  $C_s^\pm$ , через которые электрический потенциал определяется во внешности слоя, находятся из граничных условий на обкладках конденсатора и условий склейки (сшивки) решений на свободной границе ЖК.

# Алгоритм склейки решений на границах

Условия на пластинах конденсатора приводятся к уравнениям:

$$\sum_{s=0}^{m-1} C_s^+ w^{-js} = m \varphi^0, \quad \text{если} \quad x^+ < j \Delta x < x^+ + l^+;$$

$$\sum_{s=0}^{m-1} C_s^- w^{-js} = -m \varphi^0, \quad \text{если} \quad x^- < j \Delta x < x^- + l^-.$$

$x^\pm$  – координаты левых концов верхней и нижней пластин конденсатора,  $l^\pm$  – длины пластин

Остальные условия склейки с учетом формул

$$\frac{d\varphi_j^\pm}{dy} = \mp \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \sqrt{\lambda_s} C_s^\pm w^{-js}, \quad \frac{d\varphi_j^\pm}{dx} \approx \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} C_s^\pm (1 - w^s) w^{-js}$$

преобразуются к уравнениям:

$$\sum_{s=0}^{m-1} \left( C_s^+ \left( \sqrt{\lambda_s} + \varepsilon_{j,r}^{xy} (1 - w^s) + \varepsilon_{j,r}^{yy} \frac{1 - \chi_{s,r-1}^+}{\Delta y} \right) - \varepsilon_{j,r}^{yy} \frac{\chi_{s,r-1}^0 + C_s^- \chi_{s,r-1}^-}{\Delta y} \right) w^{-js} = 0$$

для значений индекса  $j$ , не попадающих в указанные пределы на верхней границе слоя

$$\sum_{s=0}^{n-1} \left( C_s^- \left( -\sqrt{\lambda_s} + \varepsilon_{j-1,0}^{xy} (1 - w^s) - \varepsilon_{j,0}^{yy} \frac{1 - \chi_{s,1}^-}{\Delta y} \right) + \varepsilon_{j,0}^{yy} \frac{\chi_{s,1}^+ + C_s^+ \chi_{s,1}^+}{\Delta y} \right) w^{-js} = 0$$

для  $j$ , не попадающих в указанные пределы на нижней границе

# Итерационный процесс для угла ориентации

В итоге получается замкнутая система уравнений для определения  $C_s^\pm$ , которая решается методом исключения Гаусса. В процессе реализации алгоритма величины  $g_{s,k}$  в правых частях уравнений и сеточные значения потенциала электрического поля восстанавливаются с помощью стандартных процедур вычисления быстрого преобразования Фурье.

Уравнение (4) для угла ориентации молекул в прямоугольнике  $\Omega$  с соответствующими граничными условиями решается аналогично с помощью быстрого преобразования Фурье, автоматически обеспечивающего периодичность решения по переменной  $x$ , на основе дискретного варианта итерационного процесса

$$\nabla^2 \theta^{q+1} = (1 - \alpha) \nabla^2 \theta^q + \alpha \nabla^2 \theta_0 - \alpha \lambda (\phi_x^2 + \phi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta^q), \quad q = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Чтобы обеспечить сходимость последовательности приближений  $\theta^q$ , значение параметра  $\alpha \leq 1$  выбиралось методом половинного деления, начиная с  $\alpha = 1$ .

Для ускорения счета при реализации двух, вложенных друг в друга итерационных процессов (7) и (9), строилась диагональная последовательность, т. е. на шаге с номером  $q$  итерационного процесса для угла  $\theta$  вычислялось  $q$  приближений для потенциала  $\varphi$ , если на предыдущих итерациях не срабатывало условие окончания процесса в связи с достижением заданной погрешности вычислений.

Разработанный численный алгоритм реализован в виде параллельной программы на языке C++ по технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями.

# Точное решение

В простейшем случае, когда пластины конденсатора бесконечны и задан нулевой начальный угол ориентации молекул  $\theta_0 = 0$ , уравнение (4) описывает классический вариант эффекта Фредерикса. В этом случае  $\phi_x = 0$  и  $\phi_y = 2/h$ .

После линеаризации задача приводится к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$-h^2 \frac{d^2\theta}{dy^2} = 8\lambda\theta, \quad \theta(0) = \theta(h) = 0.$$

Отсюда с учетом того, что  $\theta = A \sin \pi y/h$  ( $A = \text{const}$ ), следует известная формула для разности потенциалов:

$$2\varphi_0 = \pi k_\gamma, \quad k_\gamma = \sqrt{\frac{\gamma}{\varepsilon_0 (\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp})}}, \quad (10)$$

при которой происходит потеря устойчивости тривиального решения.

Эта формула применялась при верификации вычислительного алгоритма и программы.

По результатам расчетов для жидкого кристалла 5ЦБ с параметрами  $\varepsilon^{\parallel} = 16.7$ ,  $\varepsilon^{\perp} = 7$  и  $\gamma = 6 \cdot 10^{-12}$  Н было получено близкое значение  $\varphi_0 = 0.41$  В.



# Выбор масштаба сетки

Проведены расчеты переориентации молекул жидкого кристалла 5ЦБ в неоднородном электрическом поле при различных положениях обкладок конденсатора.

Прямоугольник  $\Omega$  с соотношением сторон  $l/h = 2.5$  разбивался равномерной конечно-разностной сеткой. Качество сетки оценивалось с помощью параметра ориентационного порядка Цветкова  $S = (3 \langle \cos^2 \theta \rangle - 1)/2$ , в котором среднее значение квадрата косинуса вычислялось по прямоугольному шаблону:

$$\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{(2z+1)^2} \sum_{\alpha=-z}^z \sum_{\beta=-z}^z \cos^2 \theta_{j+\alpha, k+\beta}.$$

Если минимальное по всем  $j$  и  $k$  значение параметра  $S$  при  $z = 1$  и при  $z = 2$  (т.е. на шаблонах из 9 и 25 узлов) превышало 0.97, то считалось, что масштаб используемой сетки обеспечивает необходимую точность, поскольку в этом случае молекулы жидкого кристалла имеют близкую ориентацию на выбранных шаблонах.

Представленные далее расчеты выполнены на сетке из  $640 \times 256$  узлов, удовлетворяющей этому критерию.

Длины обкладок конденсатора  $l^+ = 0.1l$  и  $l^- = 0.25l$  выбирались так, чтобы электрическое поле заметно менялось при перемещении верхней обкладки вдоль границы слоя. Положение нижней обкладки фиксировалось в средней части прямоугольника  $\Omega$ .

В расчетах напряженность электрического поля  $\varphi_0 = 1.2$  В превышала пороговое значение эффекта Фредерикса.

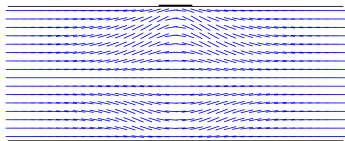


# Результаты расчетов

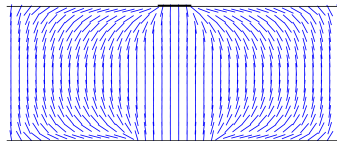


Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой  
с горизонтальной начальной ориентацией молекул

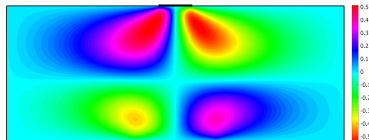
*Центральное положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 0$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



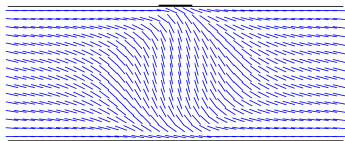
*линии уровня углов ориентации молекул*

# Результаты расчетов

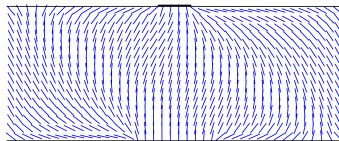


Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой  
с горизонтальной начальной ориентацией молекул

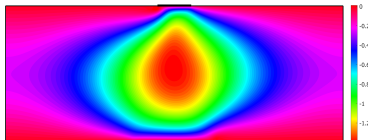
*Центральное положение верхней обкладки конденсатора,  
альтернативное решение с начальным углом  $\theta_0 = 0$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



*линии уровня углов ориентации молекул*



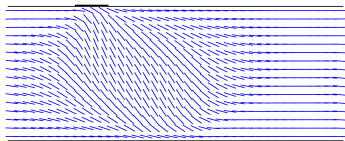


# Результаты расчетов

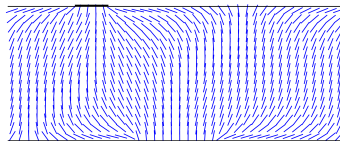


Воздействие электрическим полем на жидкокristаллический слой  
с горизонтальной начальной ориентацией молекул

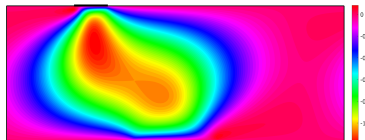
*Левое положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 0$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



*линии уровня углов ориентации молекул*

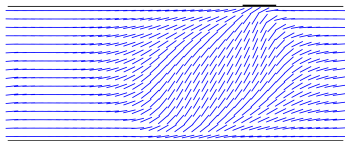


# Результаты расчетов

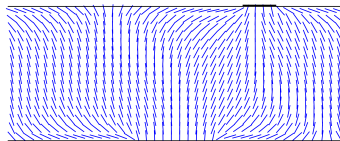


Воздействие электрическим полем на жидкокristаллический слой  
с горизонтальной начальной ориентацией молекул

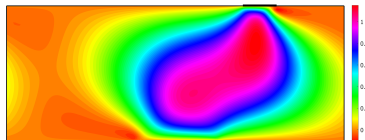
*Правое положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 0$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



*линии уровня углов ориентации молекул*

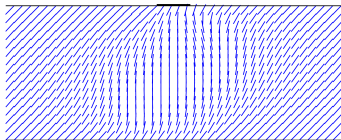


# Результаты расчетов

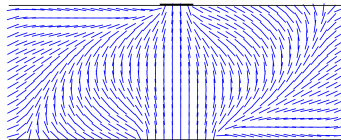


Воздействие электрическим полем на жидкокristаллический слой  
с постоянным начальным углом ориентации молекул

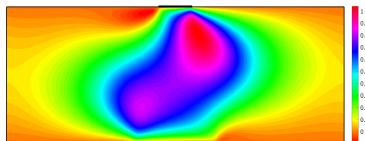
*Центральное положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 45^\circ$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



$\theta - \theta_0$

*линии уровня углов ориентации молекул*

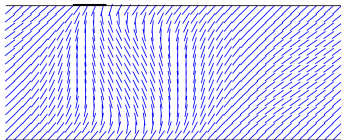


# Результаты расчетов

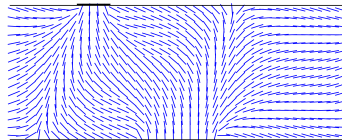


Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой  
с постоянным начальным углом ориентации молекул

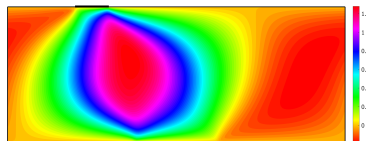
*Левое положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 45^\circ$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



$\theta - \theta_0$

*линии уровня углов ориентации молекул*

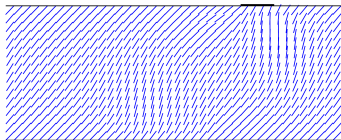


# Результаты расчетов

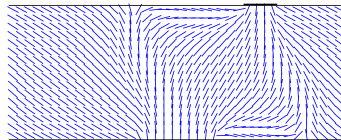


Воздействие электрическим полем на жидкокristаллический слой  
с постоянным начальным углом ориентации молекул

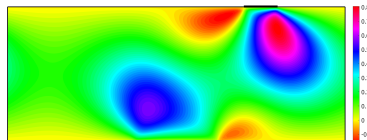
*Правое положение верхней обкладки конденсатора,  $\theta_0 = 45^\circ$*



*распределение углов ориентации молекул*



*направление электрического поля*



$\theta - \theta_0$

*линии уровня углов ориентации молекул*



## Заключение (статика)

- ✓ Разработан параллельный вычислительный алгоритм и компьютерная программа по технологии CUDA для расчета в 2D постановке статического состояния ЖК слоя под действием электрического поля. Во внешности слоя электрическое поле рассчитывается по методу прямых. Внутри слоя нелинейные уравнения в частных производных для потенциала электрического поля и угла ориентации молекул жидкого кристалла решаются итерационным методом на основе вариационно-разностной схемы с применением быстрого преобразования Фурье.
- ✓ С помощью разработанной вычислительной методики выполнена серия расчетов переориентации молекул в плоском ЖК слое, находящемся в неоднородном электрическом поле конденсатора с короткими обкладками.
- ✓ Результаты расчетов показали, что центрами больших доменов сориентированных молекул (роев) в жидком кристалле служат локализованные группы молекул, начальная ориентация которых перпендикулярна направлению поля, и что в зависимости от числа таких центров за счет потери устойчивости может образовываться один или несколько роев.



*Sadovskii V. M., Sadovskaya O. V. Mathematical modeling of inhomogeneous electric field impact on a liquid crystal layer. ZAMM (Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik). 2022. Art. e202200248. DOI: [10.1002/zamm.202200248](https://doi.org/10.1002/zamm.202200248)*

# Моделирование динамики жидкого кристалла



Простейшая математическая модель динамики жидкого кристалла строится путем упрощения нелинейных уравнений редуцированного континуума Коссера, которые применяются при моделировании структурно неоднородных материалов типа гранулированных сред с независимыми вращениями частиц без учета моментных напряжений.



Садовский В. М., Садовская О. В. Об акустическом приближении термомеханической модели жидкого кристалла. Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16, № 3. С. 55–62. DOI: 10.1134/S102995991304005X (перевод)

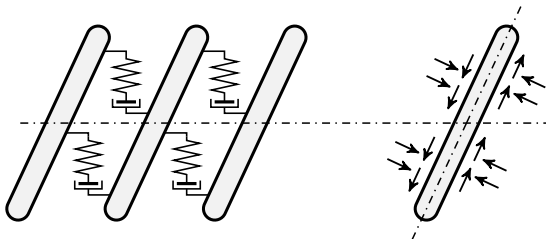


Схема взаимодействия молекул  
(доменов молекул) жидкого кристалла

Схема действия касательных  
напряжений и давления



# Уравнения акустического приближения

Уравнения движения и определяющие уравнения жидкого кристалла выводятся из интегральных законов сохранения с привлечением неравенства Клаузиуса – Дюгема, характеризующего термодинамически необратимый процесс вязкой диссипации энергии.

Система уравнений для скоростей и напряжений (в плоском случае):

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial y} + f_x, & \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} &= \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\
 J \frac{\partial \omega}{\partial t} &= 2\tau + g, & \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} + \beta \frac{\partial T}{\partial t}, \\
 \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \tau}{\partial t} &= \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} - 2\left(\omega + \frac{\tau}{\eta}\right).
 \end{aligned} \tag{11}$$

$v_x$  и  $v_y$  – компоненты вектора скорости,  $\omega$  – угловая скорость

$p$  – гидростатическое давление,  $\tau$  – касательное напряжение

$T$  – абсолютная температура

$\rho$  – плотность среды,  $J$  – объемная плотность момента инерции

$\kappa$  – модуль объемного сжатия,  $\alpha$  – модуль упругого сопротивления вращению частиц

$\beta$  – коэффициент теплового расширения

$\eta$  – коэффициент вязкости

$f_x$ ,  $f_y$  и  $g$  – проекции вектора объемных сил и момента сил,

зависящие от координат и времени



# Уравнение теплопроводности

Уравнение для температуры учитывает анизотропию жидкого кристалла – теплопроводность вдоль длинной оси молекул выше, чем в поперечном направлении:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa^{xx} \frac{\partial T}{\partial x} + \kappa^{xy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa^{xy} \frac{\partial T}{\partial x} + \kappa^{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q; \quad (12)$$

$$\kappa^{xx} = \kappa^{\parallel} \cos^2 \theta + \kappa^{\perp} \sin^2 \theta,$$

$$\kappa^{yy} = \kappa^{\parallel} \sin^2 \theta + \kappa^{\perp} \cos^2 \theta,$$

$$\kappa^{xy} = (\kappa^{\parallel} - \kappa^{\perp}) \sin \theta \cos \theta,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega.$$

$c$  – коэффициент теплоемкости

$\kappa^{\parallel}$  и  $\kappa^{\perp}$  – коэффициенты теплопроводности вдоль и поперек домена

$\theta$  – угол поворота домена относительно оси  $x$

$q$  – удельное производство тепла

# Учет моментных взаимодействий

За счет неоднородности поля поворотов контактные напряжения распределяются линейно вдоль доменов, и в результате появляются моментные напряжения, пропорциональные кривизне.

## Уточненная система уравнений

К (11), (12) нужно добавить уравнения

$$J \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial \mu_x}{\partial x} + \frac{\partial \mu_y}{\partial y} + 2\tau + g, \quad \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mu_x}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mu_y}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad (13)$$

исключив прежнее уравнение вращательного движения.

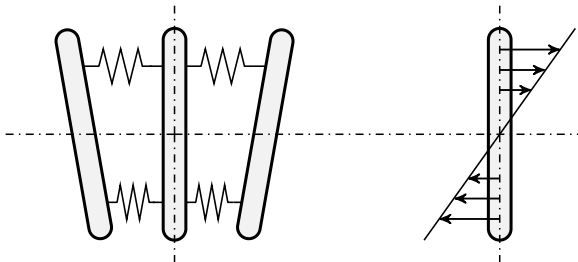


Схема моментных взаимодействий доменов молекул жидкого кристалла

Эпюра нормального напряжения, вызванного изменением кривизны

# Объемные силы и моменты

За счет электрического поля  $E$  молекулы жидкого кристалла испытывают действие объемных сил  $f = (P \cdot \nabla)E$  и моментов  $g = P \times E$ .

$P = \varepsilon_0 \chi E$  – вектор электрической поляризации

$\chi = \varepsilon - I$  – тензор диэлектрической восприимчивости

В плоском случае

$$(f_x, f_y) = \varepsilon_0 \left( \chi^{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \chi^{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right) + \varepsilon_0 \left( \chi^{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \chi^{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)$$

$$g = \varepsilon_0 (\chi^{xx} - \chi^{yy}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \varepsilon_0 \chi^{xy} \left( \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right)$$

Силы и моменты входят в качестве правых частей в уравнения акустического приближения жидкого кристалла. Они возбуждают поступательное и вращательное движение доменов.

В свою очередь изменение пространственной ориентации доменов за счет действия сил и моментов приводит к изменению тензора диэлектрической проницаемости, и, таким образом, к изменению электрического поля.

# Численная реализация полной модели

Разработан вычислительный алгоритм и параллельная компьютерная программа с использованием технологии CUDA для решения полной системы уравнений, описывающей поведение жидких кристаллов при термомеханических и электростатических воздействиях. Уравнения (11), (13) аппроксимировались на прямоугольной сетке по схеме Годунова с применением уточняющей ENO – корректировки.

Для решения уравнения теплопроводности (12) использовалась неявная разностная схема типа “предиктор – корректор”, построенная с помощью оригинального метода Иванова.

Это позволило проводить расчеты связанных термомеханических процессов на одной и той же сетке с одним и тем же шагом по времени, удовлетворяющим условию Куранта – Фридрихса – Леви для гиперболической подсистемы.



**Sadovskii V., Sadovskaya O. Acoustic Approximation of the Governing Equations of Liquid Crystals under Weak Thermomechanical and Electrostatic Perturbations.** In: *Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures* (Eds. F. dell'Isola, V.A. Eremeyev and A. Porubov). Ser.: *Advanced Structured Materials*, vol. 87, chapt. 17, pp. 297 – 341. Springer, Cham, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-73694-5\_17 [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-73694-5\\_17](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-73694-5_17)



**Садовский В. М., Садовская О. В., Смолехо И. В. Моделирование динамики жидкого кристалла под действием слабых возмущений. Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62, № 1. С. 193 – 206.**  
DOI: 10.15372/PMTF20210121

# Результаты расчетов

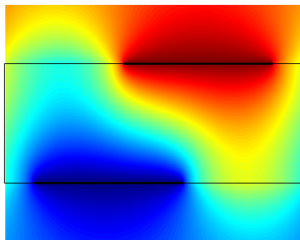


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

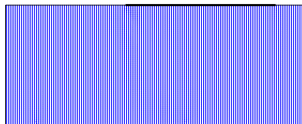
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

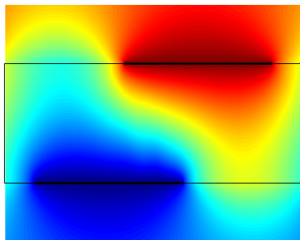
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

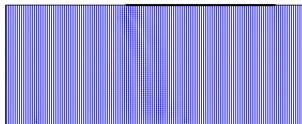
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

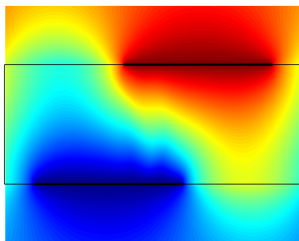
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

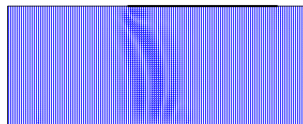
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

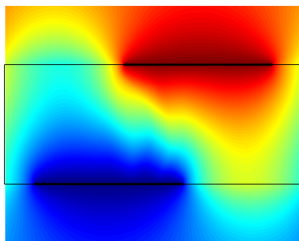
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

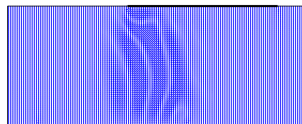
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$





# Результаты расчетов

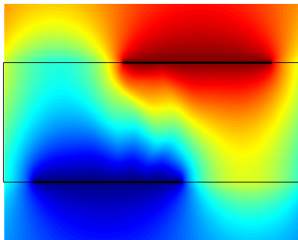


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

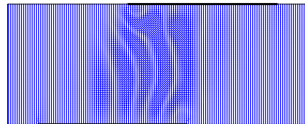
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

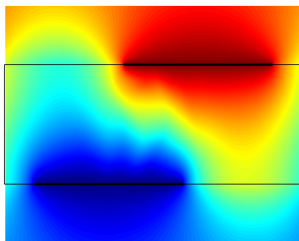
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

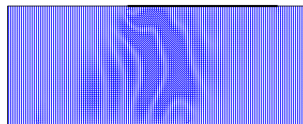
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

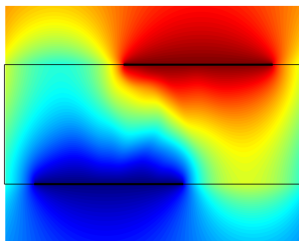
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

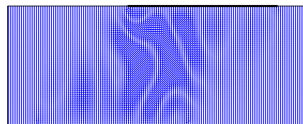
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов

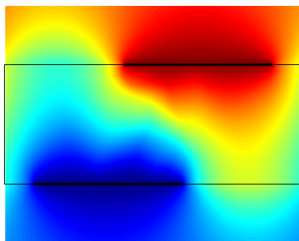


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

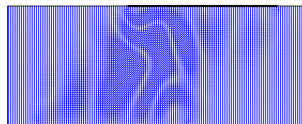
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

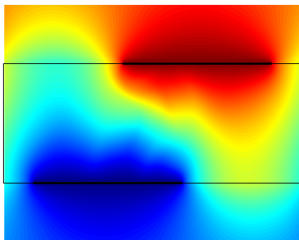


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

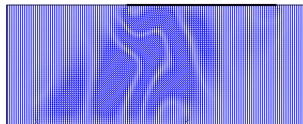
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50$  мкм  
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40$ ,  $x_1^{-} = 10$  мкм  
 размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

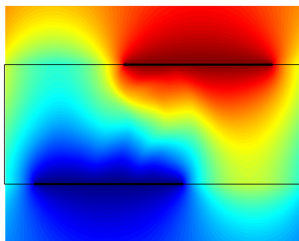
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

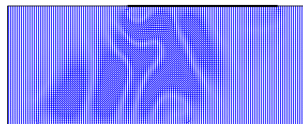
Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

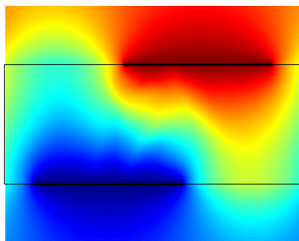
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

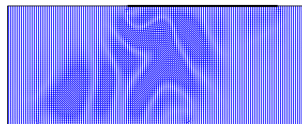
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

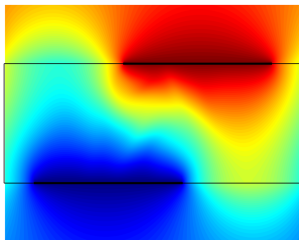


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

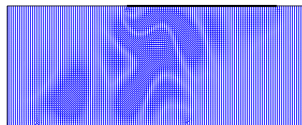
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50$  мкм  
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40$ ,  $x_1^{-} = 10$  мкм  
 размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

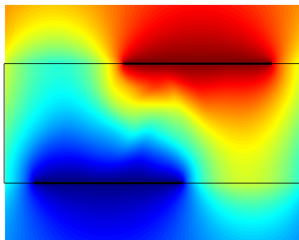
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

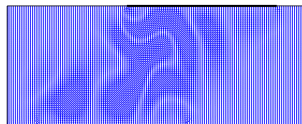
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

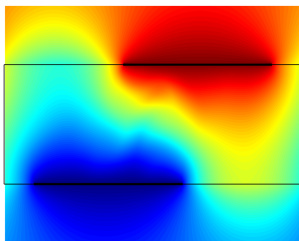
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

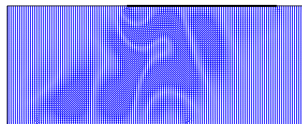
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

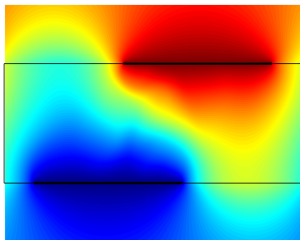


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

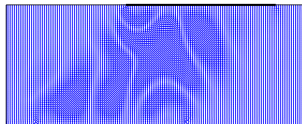
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50$  мкм  
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40$ ,  $x_1^{-} = 10$  мкм  
 размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

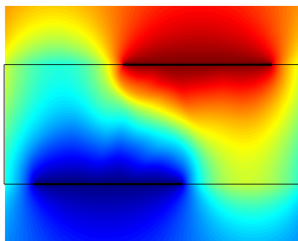
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

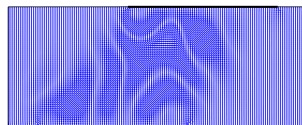
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

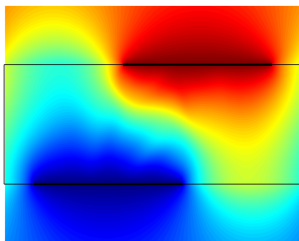
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

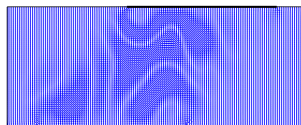
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

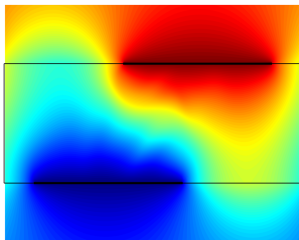
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

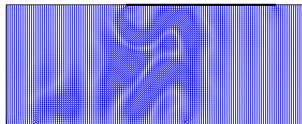
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

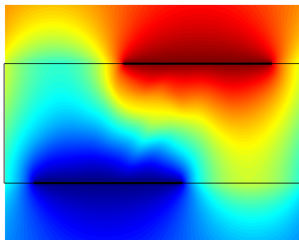
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

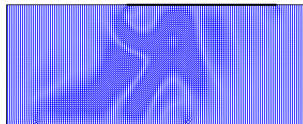
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

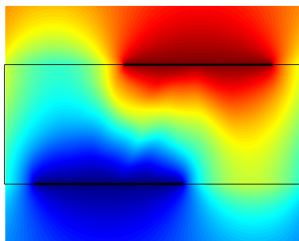
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

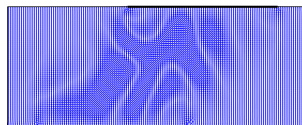
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$





# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

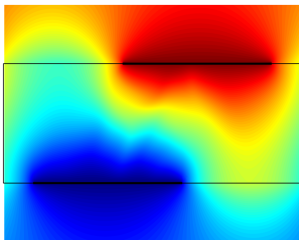
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

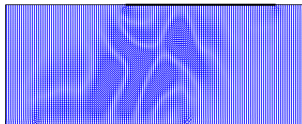
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

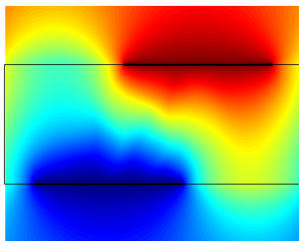
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

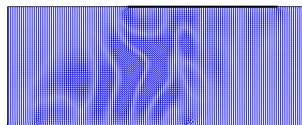
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

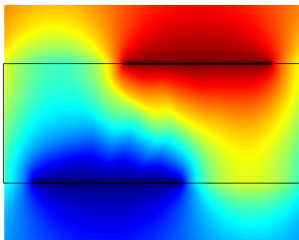


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

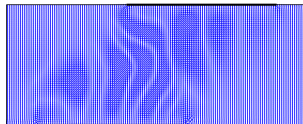
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

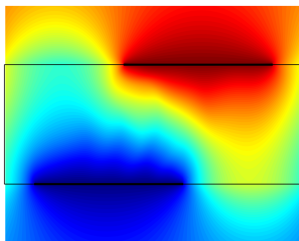
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

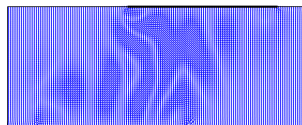
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

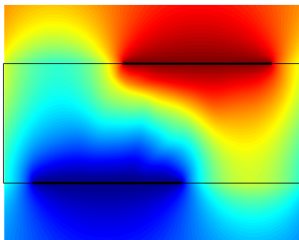
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

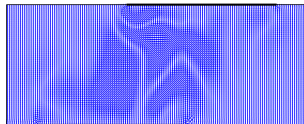
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

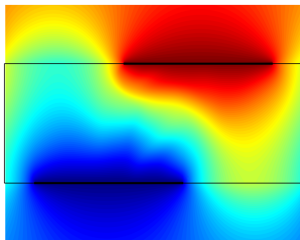
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

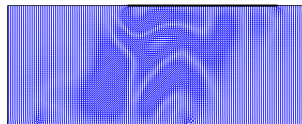
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

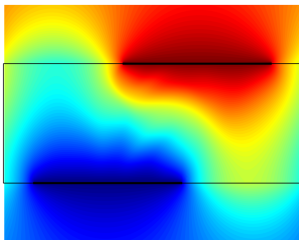


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

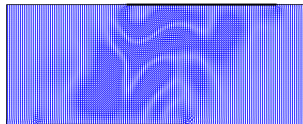
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

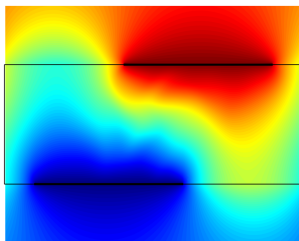
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

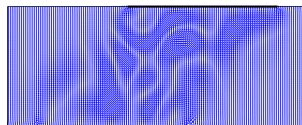
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$





# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

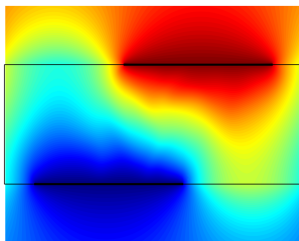
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

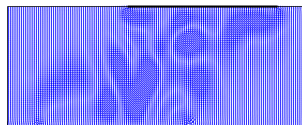
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

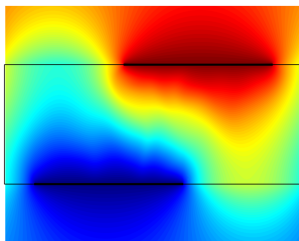
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

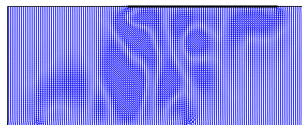
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

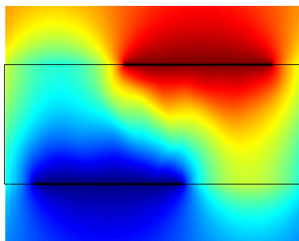
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

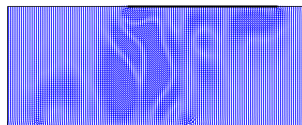
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов

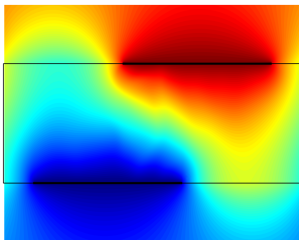


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

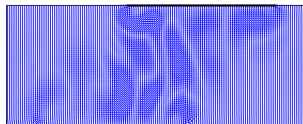
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50$  мкм  
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40$ ,  $x_1^{-} = 10$  мкм  
 размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

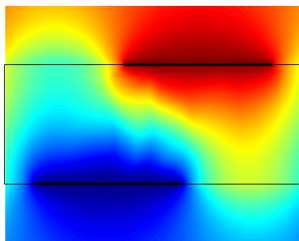
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

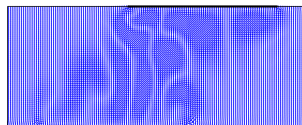
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов

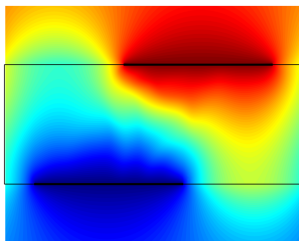


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

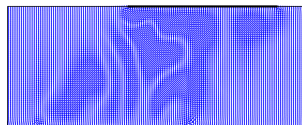
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

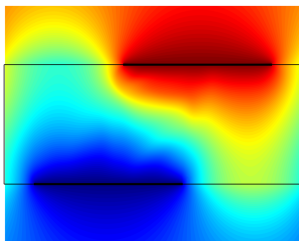
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

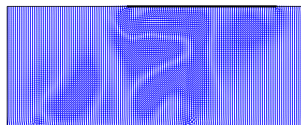
Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

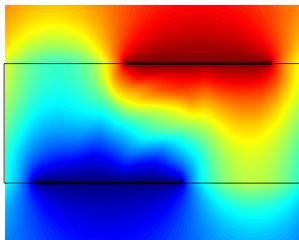
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

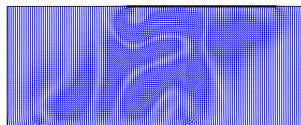
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$





# Результаты расчетов

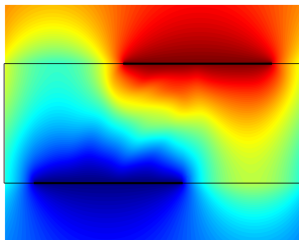


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

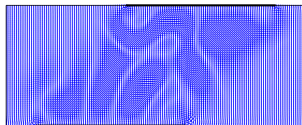
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40, x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$   
 размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

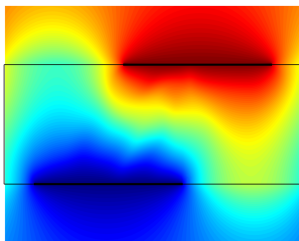
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

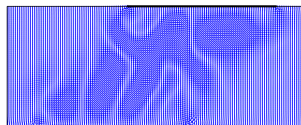
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов



## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

### Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \quad \alpha = 360 \text{ Па}$$

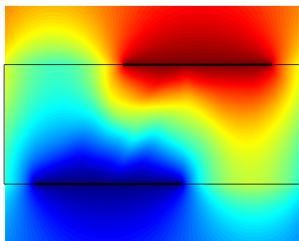
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

$$\text{длина молекул 5ЦБ} \quad \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

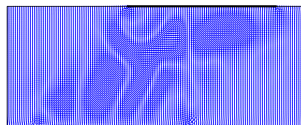
Размер жидкого кристалла 5ЦБ –  $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$   
 длины пластин-обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50 \text{ мкм}$   
 координаты левых концов пластин –

$$x_1^{+} = 40, \quad x_1^{-} = 10 \text{ мкм}$$

размерность разностной сетки –  $160 \times 64$  ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$



# Результаты расчетов

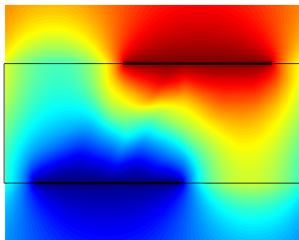


## Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

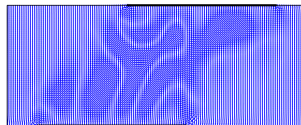
### Параметры среды:

$J = 3 \cdot 10^{-16}$  кг/м,  $\alpha = 360$  Па  
 $\eta = 3.6 \cdot 10^{-4}$  Па · с,  $\varphi_0 = 9$  В  
 длина молекул 5ЦБ  $\delta_0 = 1.87$  нм

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – 100 мкм × 40 мкм  
 длины пластин–обкладок конденсатора –  $l^{\pm} = 50$  мкм  
 координаты левых концов пластин –  
 $x_1^{+} = 40$ ,  $x_1^{-} = 10$  мкм  
 размерность разностной сетки – 160 × 64 ячеек



Линии уровня  
потенциала электрического поля  $\varphi$



Угол поворота  $\theta$

# Заключение (динамика)

- ✓ Для анализа динамических процессов в жидких кристаллах предложена упрощенная математическая модель микрополярной вязкоупругой среды с вращающимися частицами.
- ✓ Разработан вычислительный алгоритм сквозного счета, позволяющий учитывать термомеханические и электростатические воздействия на жидкие кристаллы.
- ✓ Алгоритм реализован в виде параллельной программы с использованием технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями.
- ✓ Численно исследованы особенности поведения ЖК под действием механических, температурных и электрических возбуждений.



Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение № 075-02-2022-873).

Спасибо за внимание!