

Математическое моделирование неустойчивого состояния жидкого кристалла в неоднородном электрическом поле

В. М. Садовский, О. В. Садовская



Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск



РНОМЦ "Красноярский математический центр"

sadov@icm.krasn.ru

Вторая конференция Математических центров России
(7 – 11 ноября 2022 г., Москва, МГУ, МИАН)

Жидкие кристаллы

Жидкий кристалл – это фазовое состояние вещества между твердым кристаллом и изотропной жидкостью, в котором при определенном диапазоне температур проявляются одновременно свойства упругости и текучести.

Жидкокристаллическая фаза существует в интервале от температуры плавления до некоторой более высокой температуры, при нагреве до которой вещество переходит в обычную жидкость. Ниже этого интервала вещество является твердым кристаллом.

Применение жидких кристаллов



Устройства для отображения, обработки и хранения информации

Классы жидких кристаллов



Нематический, смектический и холестерический ЖК



Технические диагностические инструменты



Медицинские диагностические инструменты

Изучение жидкых кристаллов

Жидкие кристаллы находятся в сфере интересов физиков, инженеров и математиков из-за их широкой области применения. Физические свойства жидких кристаллов, их реакция на внешние воздействия различной физической природы описаны в монографиях:

-  *de Gennes P. G. The Physics of Liquid Crystals.* Clarendon Press, Oxford, 1974.
-  *Blinov L. M. Structure and Properties of Liquid Crystals.* Springer, Dordrecht – Heidelberg – London – New York, 2011. DOI: 10.1007/978-90-481-8829-1

Изменение пространственной ориентации удлиненных молекул жидкого кристалла под действием электрического поля является физической основой для большинства технических приложений жидких кристаллов в электрооптических устройствах отображения и хранения информации.

Это явление носит название **эффекта Фредерикса**.

-
-  *Fréedericksz V., Zolina V. Forces causing the orientation of an anisotropic liquid.* *Trans. Faraday Soc.* 1933. Vol. 29. P. 919–930. DOI: 10.1039/TF9332900919



Переориентация молекул жидкого кристалла

Эффект Фредерикса состоит в следующем:

В процессе воздействия электрическим полем происходит своеобразная конкуренция между электромагнитными силами, которые пытаются сориентировать молекулы вдоль электрического поля, и силами упругости, стремящимися сохранить первоначальное положение молекул.

Если в некоторой области жидкого кристалла направление электрического поля оказывается перпендикулярным начальной ориентации молекул, то процесс переориентации носит пороговый характер. В этом случае в силу симметрии равноправными являются оба направления вращения молекул – по направлению и против направления часовой стрелки, и их вращение начинается в момент потери устойчивости равновесия.

Целью работы является численное моделирование эффекта Фредерикса в неоднородном электрическом поле конденсатора с короткими несимметрично расположенными обкладками при произвольном начальном распределении углов ориентации молекул в слое нематического жидкого кристалла.

В этом случае невозможно заранее определить области, в которых произойдет потеря устойчивости равновесия, и процесс переориентации может оказаться как пороговым, так и непрерывным процессом во всем слое.

Моделирование ЖК на основе уравнений статики

При математическом моделировании **статического состояния** жидких кристаллов наибольшее распространение получила континуальная теория Озенна–Франка, основные уравнения которой вытекают из вариационного принципа минимума потенциальной энергии.



Oseen C. W. The theory of liquid crystals. Trans. Faraday Soc. 1933. Vol. 29. P. 883–899. DOI: 10.1039/TF9332900883



Frank F. C. On the theory of liquid crystals. Discuss. Faraday Soc. 1958. Vol. 25. P. 19–28. DOI: 10.1039/DF9582500019

В этой теории учитываются вращательные степени свободы молекул и обусловленные ими моментные взаимодействия. Исключаются из рассмотрения поступательные степени свободы и соответствующие механические напряжения.

Круг задач, к решению которых применима теория Озенна–Франка, ограничен. Невозможно, например, описать изменение ориентации молекул в слое жидкого кристалла за счет действия касательного напряжения на границе, вызванного температурным расширением обкладок конденсатора.



Постановка задачи

Слой жидкого кристалла толщиной h помещается между пластинами – обкладками конденсатора. Он считается бесконечным в горизонтальном направлении, а система пластин периодической с периодом l . Внутри слоя известно начальное распределение углов ориентации молекул $\theta_0(x, y)$ относительно оси x .

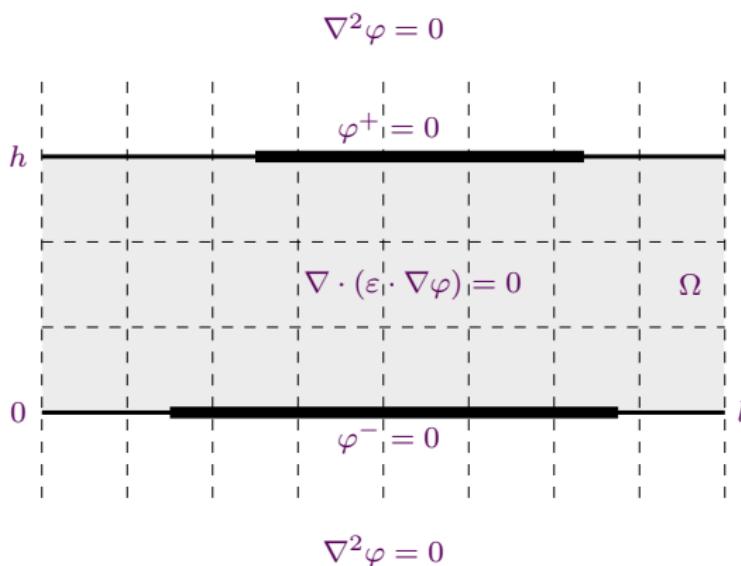


Схема возмущения ЖК слоя

Ω – прямоугольная область, выделенная с учетом симметрии задачи

φ – потенциал электрического поля

ε – тензор диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon = \varepsilon^\perp I + (\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^\perp) n_\theta n_\theta$$

ε^{\parallel} и ε^\perp – диэлектрические проницаемости вдоль молекул ЖК и поперек молекул

I – единичный тензор

$n_\theta = (\cos \theta, \sin \theta)$ – вектор – директор абсолютного положения

θ – угол ориентации молекул, отсчитываемый от оси x

Функционал потенциальной энергии

В соответствии с теорией Озеена – Франка, распределение углов ориентации молекул в равновесном состоянии ЖК слоя под воздействием электрического поля, создаваемого зарядами на пластинах, удовлетворяет условию стационарности функционала потенциальной энергии:

$$J = \iint_{\Omega} \left(F - \frac{1}{2} D \cdot E \right) dx dy .$$

$E = -\nabla\varphi$ – вектор электрического поля

$D = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot E$ – вектор электрической индукции

($\varepsilon_0 = 8.8541878172206 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная)

F – свободная энергия Франка (в одноконстантном приближении):

$$F = \frac{\gamma}{2} \left(|\nabla \cdot n|^2 + |\nabla \times n|^2 \right)$$

$n = (\cos(\theta - \theta_0), \sin(\theta - \theta_0))$ – вектор-директор относительно начального положения молекул

γ – модуль упругого сопротивления изменению кривизны

$$D \cdot E = \varepsilon_0 \varepsilon^\perp E^2 + \varepsilon_0 (\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp) (n_\theta \cdot E)^2$$

Варьирование функционала

После простых преобразований функционал J записывается в развернутом виде:

$$J = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left(\gamma ((\theta - \theta_0)_x^2 + (\theta - \theta_0)_y^2) - \varepsilon_0 \varepsilon^{\perp} (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) - \varepsilon_0 (\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}) (\varphi_x \cos \theta + \varphi_y \sin \theta)^2 \right) dx dy.$$

(нижними индексами x и y обозначены частные производные по соответствующим переменным)

Условие стационарности функционала приводит к двум вариационным уравнениям:

$$\delta_{\theta} J(\theta, \varphi) = 0, \quad \delta_{\varphi} J(\theta, \varphi) = 0.$$

Первое из них принимает вид:

$$-\frac{2\gamma}{\varepsilon_0(\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp})} \nabla^2(\theta - \theta_0) = 2\varphi_x \varphi_y \cos 2\theta - (\varphi_x^2 - \varphi_y^2) \sin 2\theta. \quad (1)$$

Второе уравнение

$$-\frac{2\varepsilon^{\perp}}{\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}} \nabla^2 \varphi = \frac{\partial}{\partial x} (2\varphi_x \cos^2 \theta + \varphi_y \sin 2\theta) + \frac{\partial}{\partial y} (\varphi_x \sin 2\theta + 2\varphi_y \sin^2 \theta) \quad (2)$$

является частным случаем общего уравнения $\nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla \varphi) = 0$ для потенциала электрического поля при отсутствии объемных зарядов.

(∇ – оператор Гамильтона, ∇^2 – двумерный оператор Лапласа)

Границные условия задачи

Во внешности слоя электрический потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0 \quad \text{при } y < 0 \text{ и при } y > h.$$

На пластинах конденсатора он распределен равномерно:

$$\varphi^+ = \varphi = \varphi^0 \quad \text{при } y = h, \quad \varphi = \varphi^- = -\varphi^0 \quad \text{при } y = 0.$$

φ^\pm – предельные значения потенциала на границах сверху и снизу относительно слоя

φ – предельные значения потенциала на этих же границах изнутри слоя

φ^0 – постоянная, зависящая от интенсивности электрического поля

При переходе через границы раздела “диэлектрик – вакуум” выполняются условия непрерывности электрического потенциала и непрерывности нормальной составляющей вектора электрической индукции:

$$\varphi^+ = \varphi, \quad \varepsilon^{xy} \varphi_x + \varepsilon^{yy} \varphi_y = \varphi_y^+ \quad \text{при } y = h;$$

$$\varphi = \varphi^-, \quad \varepsilon^{xy} \varphi_x + \varepsilon^{yy} \varphi_y = \varphi_y^- \quad \text{при } y = 0.$$

ε^{xx} , ε^{yy} и ε^{xy} – компоненты анизотропного тензора диэлектрической проницаемости, зависящего от ориентации молекул ЖК

$$\varepsilon^{xx} = \varepsilon^{\parallel} \cos^2 \theta + \varepsilon^{\perp} \sin^2 \theta, \quad \varepsilon^{yy} = \varepsilon^{\parallel} \sin^2 \theta + \varepsilon^{\perp} \cos^2 \theta, \quad \varepsilon^{xy} = (\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}) \cos \theta \sin \theta$$

На боковых сторонах прямоугольника Ω ставятся граничные условия периодичности:

$$\varphi(l, y) = \varphi(0, y), \quad \varphi_x(l, y) = \varphi_x(0, y).$$

Направление электрического поля

Пусть $\theta_\varphi(x, y)$ – распределение углов ориентации молекул в области Ω , найденное через электрический потенциал по формулам:

$$\sin 2\theta_\varphi = \frac{2\varphi_x \varphi_y}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}, \quad \cos 2\theta_\varphi = \frac{\varphi_x^2 - \varphi_y^2}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}.$$

Тогда уравнение (1) преобразуется к виду:

$$-\frac{2\gamma}{\varepsilon_0(\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp})} \nabla^2(\theta - \theta_0) = (\varphi_x^2 + \varphi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta). \quad (3)$$

Из тригонометрических формул

$$\sin \theta_\varphi = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta_\varphi}{2}} = \frac{\varphi_y}{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}}, \quad \cos \theta_\varphi = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\theta_\varphi}{2}} = \frac{\varphi_x}{\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}}$$

следует, что при $\theta = \theta_\varphi$ молекулы жидкого кристалла ориентированы вдоль электрического поля. Это согласуется с уравнением (3), в котором правая часть характеризует электростатические силы, а левая – силы упругости.

Уравнение для угла θ можно преобразовать к эквивалентной форме:

$$-\nabla^2(\theta - \theta_0) = \lambda(\phi_x^2 + \phi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta), \quad \lambda = \varepsilon_0(\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}) \frac{\varphi_0^2}{2\gamma}. \quad (4)$$

$\phi(x, y)$ – решение уравнения $\varphi(x, y) = \varphi_0 \phi(x, y)$ с $\varphi_0 = 1$; электрический потенциал м. б. представлен в таком виде, т. к. уравнение (2) однородно относительно φ

Вычисление потенциала во внешности слоя

При численном решении уравнения Лапласа для электрического потенциала во внешности слоя (т. е. при $y > h$ и $y < 0$) применяется метод прямых.

Для этого вводится равномерное разбиение отрезка $[0, l]$ по оси x с шагом $\Delta x = l/m$.

Производные по x в уравнении заменяются конечными разностями второго порядка аппроксимации:

$$\frac{\varphi_{j+1} - 2\varphi_j + \varphi_{j-1}}{\Delta x^2} + \frac{d^2\varphi_j}{dy^2} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

φ_j – искомые функции, зависящие от переменной y и удовлетворяющие условию периодичности:

$$\varphi_m(y) = \varphi_0(y), \quad \varphi_{m+1}(y) = \varphi_1(y)$$

Система векторов

$$W^{(s)} = \left(1, w^{-s}, w^{-2s}, \dots, w^{-(m-1)s} \right) \quad w = e^{2\pi i/m} \quad (s = 0, 1, \dots, m-1)$$

образует ортогональный базис в m -мерном комплексном евклидовом пространстве.

Можно представить $\varphi(y) = (\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{m-1})$ в виде разложения по базису:

$$\varphi_j(y) = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \chi_s(y) w^{-js} \quad \text{с коэффициентами} \quad \chi_s = \sum_{j=0}^{m-1} \varphi_j w^{js}. \quad (6)$$

Это формулы дискретного преобразования Фурье и обратного дискретного преобразования.

Вычисление потенциала внутри слоя

Подстановка (6) в систему уравнений (5) приводит к независимым уравнениям для коэффициентов Фурье:

$$\frac{d^2 \chi_s}{dy^2} = \lambda_s \chi_s, \quad \lambda_s = \frac{4}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{\pi s}{m},$$

$$\chi_s = C_s^+ e^{-\sqrt{\lambda_s}(y-h)} + C_s^- e^{\sqrt{\lambda_s}y}, \quad C_s^\pm \text{ -- произвольные постоянные интегрирования}$$

Из соображений ограниченности электрического потенциала во внешности слоя ЖК следует положить $C_s^- = 0$ для верхней полуплоскости ($y > h$) и $C_s^+ = 0$ для нижней полуплоскости ($y < 0$).

При решении уравнения для электрического потенциала внутри слоя реализуется итерационный процесс, в котором на каждом шаге с учетом граничных условий решается уравнение Пуассона относительно нового приближения потенциала φ^{p+1} , с правой частью, вычисленной по предыдущему приближению φ^p :

$$\nabla^2 \varphi^{p+1} = \frac{\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}}{\varepsilon^{\parallel} + \varepsilon^{\perp}} \left(\nabla^2 \varphi^p - \frac{\partial}{\partial x} \left(2 \varphi_x^p \cos^2 \theta + \varphi_y^p \sin 2\theta \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\varphi_x^p \sin 2\theta + 2 \varphi_y^p \sin^2 \theta \right) \right). \quad (7)$$

Процесс продолжается до тех пор, пока относительная погрешность вычислений не становится достаточно малой.



Разностная схема

Численное решение уравнения (7) строится на равномерной сетке, согласованной с сеткой прямых на основе вариационно-разностной схемы:

$$\frac{\varphi_{j+1,k}^{p+1} - 2\varphi_{j,k}^{p+1} + \varphi_{j-1,k}^{p+1}}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{j,k+1}^{p+1} - 2\varphi_{j,k}^{p+1} + \varphi_{j,k-1}^{p+1}}{\Delta y^2} = f_{j,k}^p \quad (8)$$

($j = 1, 2, \dots, m - 1$; $k = 1, 2, \dots, r - 1$);

$$f_{j,k}^p = \frac{\varepsilon^{\parallel} - \varepsilon^{\perp}}{\varepsilon^{\parallel} + \varepsilon^{\perp}} \left(\frac{\varphi_{j+1,k}^p - 2\varphi_{j,k}^p + \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta x^2} + \frac{\varphi_{j,k+1}^p - 2\varphi_{j,k}^p + \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta y^2} - \right. \\ - \frac{1}{\Delta x} \left(2 \frac{\varphi_{j+1,k}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta x} \cos^2 \theta_{j,k} + \frac{\varphi_{j,k+1}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta y} \sin 2 \theta_{j,k} - \right. \\ - 2 \frac{\varphi_{j,k}^p - \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta x} \cos^2 \theta_{j-1,k} - \frac{\varphi_{j-1,k+1}^p - \varphi_{j-1,k}^p}{\Delta y} \sin 2 \theta_{j-1,k} \Big) - \\ - \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{\varphi_{j+1,k}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta x} \sin 2 \theta_{j,k} + 2 \frac{\varphi_{j,k+1}^p - \varphi_{j,k}^p}{\Delta y} \sin^2 \theta_{j,k} - \right. \\ \left. \left. - \frac{\varphi_{j+1,k-1}^p - \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta x} \sin 2 \theta_{j,k-1} - 2 \frac{\varphi_{j,k}^p - \varphi_{j,k-1}^p}{\Delta y} \sin^2 \theta_{j,k-1} \right) \right).$$

Применение к решению (7) не согласованных с вариационным принципом (невариационных) разностных схем, может приводить к расходящемуся итерационному процессу.

Прямое и обратное преобразования Фурье

Решение разностного аналога уравнения Пуассона (8) строится с помощью дискретного разложения Фурье по базисным векторам $W^{(s)}$:

$$\varphi_{j,k}^{p+1} = \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \chi_{s,k} w^{-js}.$$

Для коэффициентов разложения выполняется система уравнений

$$-\lambda_s \chi_{s,k} + \frac{\chi_{s,k+1} - 2\chi_{s,k} + \chi_{s,k-1}}{\Delta y^2} = g_{s,k}, \quad g_{s,k} = \sum_{j=0}^{m-1} f_{j,k}^p w^{js}.$$

К решению этой системы применяется метод трехточечной прогонки.

Сначала вычисляется частное решение $\chi_{s,k}^0$ неоднородной системы с нулевыми граничными условиями при $k = 0$ и $k = r$. Затем аналогично вычисляются два решения однородной системы $\chi_{s,k}^+$ и $\chi_{s,k}^-$ с граничными условиями

$$\chi_{s,0}^+ = 0, \chi_{s,r}^+ = 1 \text{ и } \chi_{s,0}^- = 1, \chi_{s,r}^- = 0.$$

В силу линейности общее решение системы принимает вид:

$$\chi_{s,k} = \chi_{s,k}^0 + C_s^+ \chi_{s,k}^+ + C_s^- \chi_{s,k}^-.$$

Коэффициенты C_s^\pm , через которые электрический потенциал определяется во внешности слоя, находятся из граничных условий на обкладках конденсатора и условий склейки (сшивки) решений на свободной границе ЖК.

Алгоритм склейки решений на границах

Условия на пластинах конденсатора приводятся к уравнениям:

$$\sum_{s=0}^{m-1} C_s^+ w^{-js} = m \varphi^0, \quad \text{если} \quad x^+ < j \Delta x < x^+ + l^+;$$

$$\sum_{s=0}^{m-1} C_s^- w^{-js} = -m \varphi^0, \quad \text{если} \quad x^- < j \Delta x < x^- + l^-.$$

x^\pm – координаты левых концов верхней и нижней пластин конденсатора, l^\pm – длины пластин

Остальные условия склейки с учетом формул

$$\frac{d\varphi_j^\pm}{dy} = \mp \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} \sqrt{\lambda_s} C_s^\pm w^{-js}, \quad \frac{d\varphi_j^\pm}{dx} \approx \frac{1}{m} \sum_{s=0}^{m-1} C_s^\pm (1 - w^s) w^{-js}$$

преобразуются к уравнениям:

$$\sum_{s=0}^{m-1} \left(C_s^+ \left(\sqrt{\lambda_s} + \varepsilon_{j,r}^{xy} (1 - w^s) + \varepsilon_{j,r}^{yy} \frac{1 - \chi_{s,r-1}^+}{\Delta y} \right) - \varepsilon_{j,r}^{yy} \frac{\chi_{s,r-1}^0 + C_s^- \chi_{s,r-1}^-}{\Delta y} \right) w^{-js} = 0$$

для значений индекса j , не попадающих в указанные пределы на верхней границе слоя

$$\sum_{s=0}^{n-1} \left(C_s^- \left(-\sqrt{\lambda_s} + \varepsilon_{j-1,0}^{xy} (1 - w^s) - \varepsilon_{j,0}^{yy} \frac{1 - \chi_{s,1}^-}{\Delta y} \right) + \varepsilon_{j,0}^{yy} \frac{\chi_{s,1}^+ + C_s^+ \chi_{s,1}^+}{\Delta y} \right) w^{-js} = 0$$

для j , не попадающих в указанные пределы на нижней границе



Итерационный процесс для угла ориентации

В итоге получается замкнутая система уравнений для определения C_s^\pm , которая решается методом исключения Гаусса. В процессе реализации алгоритма величины $g_{s,k}$ в правых частях уравнений и сеточные значения потенциала электрического поля восстанавливаются с помощью стандартных процедур вычисления быстрого преобразования Фурье.

Уравнение (4) для угла ориентации молекул в прямоугольнике Ω с соответствующими граничными условиями решается аналогично с помощью быстрого преобразования Фурье, автоматически обеспечивающего периодичность решения по переменной x , на основе дискретного варианта итерационного процесса

$$\nabla^2 \theta^{q+1} = (1 - \alpha) \nabla^2 \theta^q + \alpha \nabla^2 \theta_0 - \alpha \lambda (\phi_x^2 + \phi_y^2) \sin 2(\theta_\varphi - \theta^q), \quad q = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Чтобы обеспечить сходимость последовательности приближений θ^q , значение параметра $\alpha \leq 1$ выбиралось методом половинного деления, начиная с $\alpha = 1$.

Для ускорения счета при реализации двух, вложенных друг в друга итерационных процессов (7) и (9), строилась диагональная последовательность, т. е. на шаге с номером q итерационного процесса для угла θ вычислялось q приближений для потенциала φ , если на предыдущих итерациях не срабатывало условие окончания процесса в связи с достижением заданной погрешности вычислений.

Разработанный численный алгоритм реализован в виде параллельной программы на языке C++ по технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями.

Точное решение

В простейшем случае, когда пластины конденсатора бесконечны и задан нулевой начальный угол ориентации молекул $\theta_0 = 0$, уравнение (4) описывает классический вариант эффекта Фредерикса. В этом случае $\phi_x = 0$ и $\phi_y = 2/h$.

После линеаризации задача приводится к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$-h^2 \frac{d^2\theta}{dy^2} = 8\lambda\theta, \quad \theta(0) = \theta(h) = 0.$$

Отсюда с учетом того, что $\theta = A \sin \pi y/h$ ($A = \text{const}$), следует известная формула для разности потенциалов:

$$2\varphi_0 = \pi k_\gamma, \quad k_\gamma = \sqrt{\frac{\gamma}{\varepsilon_0 (\varepsilon^\parallel - \varepsilon^\perp)}}, \quad (10)$$

при которой происходит потеря устойчивости тривиального решения.

Эта формула применялась при верификации вычислительного алгоритма и программы.

По результатам расчетов для жидкого кристалла 5ЦБ с параметрами $\varepsilon^\parallel = 16.7$, $\varepsilon^\perp = 7$ и $\gamma = 6 \cdot 10^{-12}$ Н было получено близкое значение $\varphi_0 = 0.41$ В.



Выбор масштаба сетки

Проведены расчеты переориентации молекул жидкого кристалла 5ЦБ в неоднородном электрическом поле при различных положениях обкладок конденсатора.

Прямоугольник Ω с соотношением сторон $l/h = 2.5$ разбивался равномерной конечно-разностной сеткой. Качество сетки оценивалось с помощью параметра ориентационного порядка Цветкова $S = (3 \langle \cos^2 \theta \rangle - 1)/2$, в котором среднее значение квадрата косинуса вычислялось по прямоугольному шаблону:

$$\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{(2z+1)^2} \sum_{\alpha=-z}^z \sum_{\beta=-z}^z \cos^2 \theta_{j+\alpha, k+\beta}.$$

Если минимальное по всем j и k значение параметра S при $z = 1$ и при $z = 2$ (т. е. на шаблонах из 9 и 25 узлов) превышало 0.97, то считалось, что масштаб используемой сетки обеспечивает необходимую точность, поскольку в этом случае молекулы жидкого кристалла имеют близкую ориентацию на выбранных шаблонах.

Представленные далее расчеты выполнены на сетке из 640×256 узлов, удовлетворяющей этому критерию.

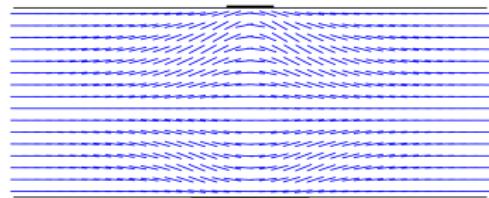
Длины обкладок конденсатора $l^+ = 0.1l$ и $l^- = 0.25l$ выбирались так, чтобы электрическое поле заметно менялось при перемещении верхней обкладки вдоль границы слоя. Положение нижней обкладки фиксировалось в средней части прямоугольника Ω .

В расчетах напряженность электрического поля $\varphi_0 = 1.2$ В превышала пороговое значение эффекта Фредерикса.

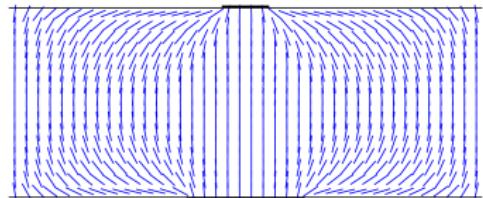
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с горизонтальной начальной ориентацией молекул

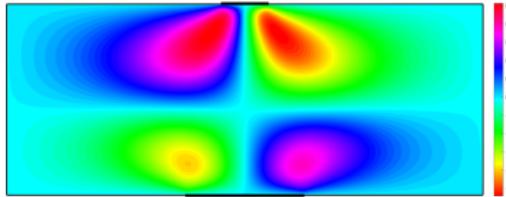
Центральное положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 0$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля

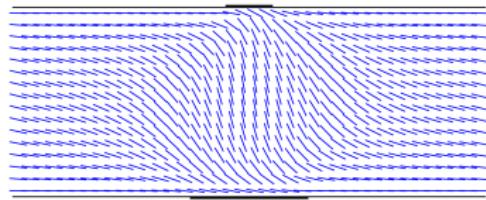


линии уровня углов ориентации молекул

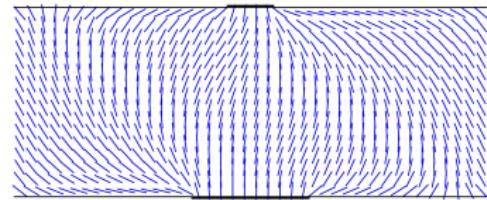
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с горизонтальной начальной ориентацией молекул

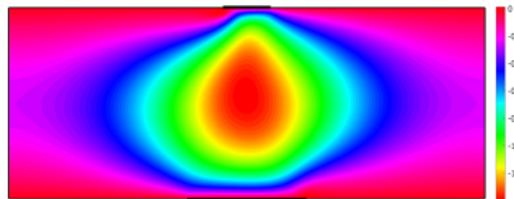
*Центральное положение верхней обкладки конденсатора,
альтернативное решение с начальным углом $\theta_0 = 0$*



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля

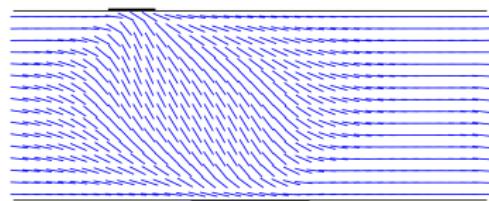


линии уровня углов ориентации молекул

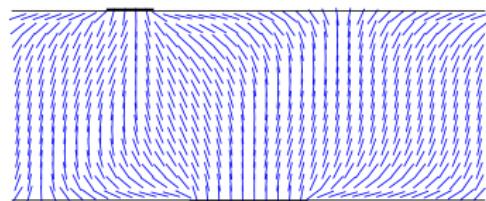
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с горизонтальной начальной ориентацией молекул

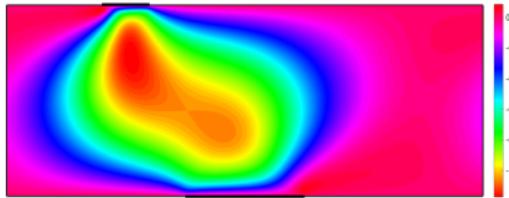
Левое положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 0$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля

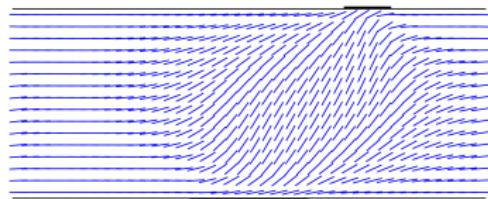


линии уровня углов ориентации молекул

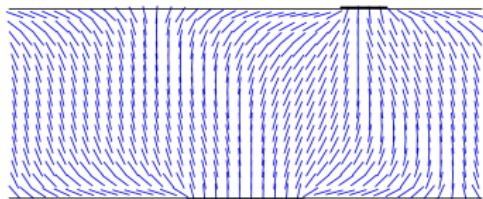
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с горизонтальной начальной ориентацией молекул

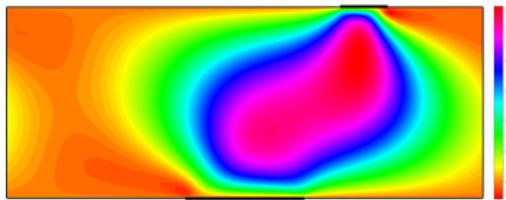
Правое положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 0$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля

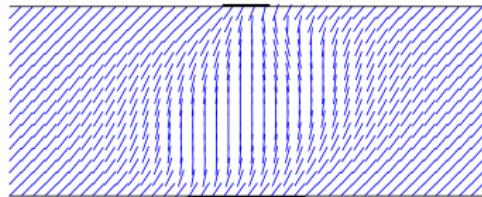


линии уровня углов ориентации молекул

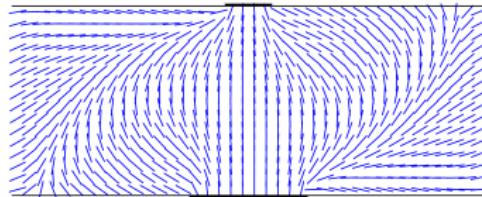
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с постоянным начальным углом ориентации молекул

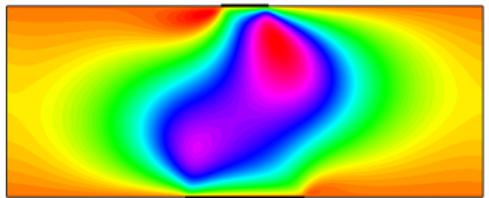
Центральное положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 45^0$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля



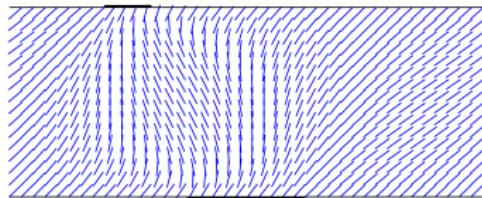
$$\theta - \theta_0$$

линии уровня углов ориентации молекул

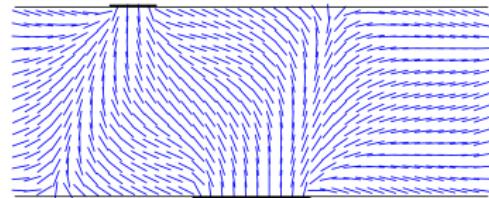
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с постоянным начальным углом ориентации молекул

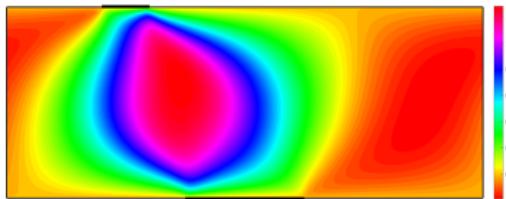
Левое положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 45^\circ$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля



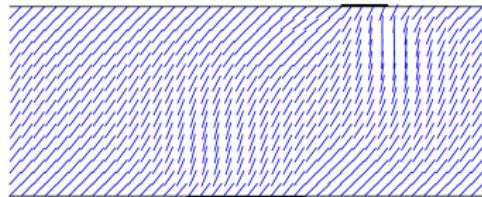
$$\theta - \theta_0$$

линии уровня углов ориентации молекул

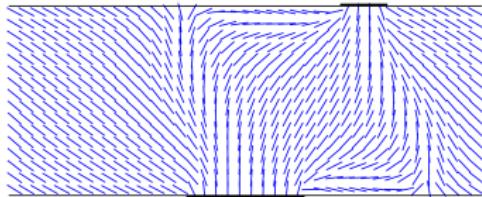
Результаты расчетов

Воздействие электрическим полем на жидкокристаллический слой с постоянным начальным углом ориентации молекул

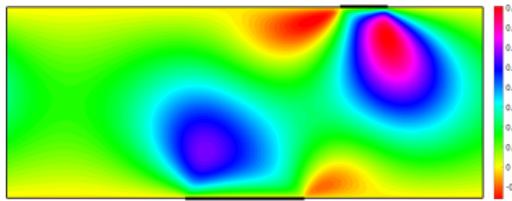
Правое положение верхней обкладки конденсатора, $\theta_0 = 45^\circ$



распределение углов ориентации молекул



направление электрического поля



$$\theta - \theta_0$$

линии уровня углов ориентации молекул

Заключение (статика)

- ✓ Разработан параллельный вычислительный алгоритм и компьютерная программа по технологии CUDA для расчета в 2D постановке статического состояния ЖК слоя под действием электрического поля. Во внешности слоя электрическое поле рассчитывается по методу прямых. Внутри слоя нелинейные уравнения в частных производных для потенциала электрического поля и угла ориентации молекул жидкого кристалла решаются итерационным методом на основе вариационно-разностной схемы с применением быстрого преобразования Фурье.
- ✓ С помощью разработанной вычислительной методики выполнена серия расчетов переориентации молекул в плоском ЖК слое, находящемся в неоднородном электрическом поле конденсатора с короткими обкладками.
- ✓ Результаты расчетов показали, что центрами больших доменов сориентированных молекул (роев) в жидком кристалле служат локализованные группы молекул, начальная ориентация которых перпендикулярна направлению поля, и что в зависимости от числа таких центров за счет потери устойчивости может образовываться один или несколько роев.



Sadovskii V. M., Sadovskaya O. V. Mathematical modeling of inhomogeneous electric field impact on a liquid crystal layer. *ZAMM (Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik)*. 2022. Art. e202200248. DOI: 10.1002/zamm.202200248



Моделирование динамики жидкого кристалла

Простейшая математическая модель динамики жидкого кристалла строится путем упрощения нелинейных уравнений редуцированного континуума Коссера, которые применяются при моделировании структурно неоднородных материалов типа гранулированных сред с независимыми вращениями частиц без учета моментных напряжений.

 Садовский В. М., Садовская О. В. Об акустическом приближении термомеханической модели жидкого кристалла. Физическая мезомеханика.

2013. Т. 16, № 3. С. 55–62. DOI: 10.1134/S102995991304005X (перевод)

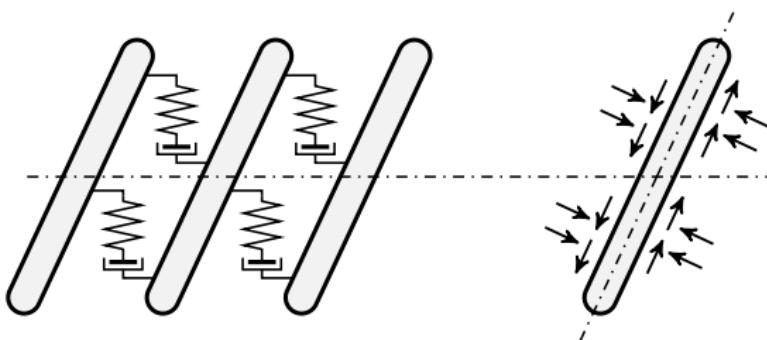


Схема взаимодействия молекул (доменов молекул) жидкого кристалла

Схема действия касательных напряжений и давления

Уравнения акустического приближения

Уравнения движения и определяющие уравнения жидкого кристалла выводятся из интегральных законов сохранения с привлечением неравенства Клаузиуса – Дюгема, характеризующего термодинамически необратимый процесс вязкой диссипации энергии.

Система уравнений для скоростей и напряжений (в плоском случае):

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial y} + f_x, & \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} &= \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + f_y, \\
 J \frac{\partial \omega}{\partial t} &= 2\tau + g, & \frac{1}{\kappa} \frac{\partial p}{\partial t} &= - \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} + \beta \frac{\partial T}{\partial t}, \\
 \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \tau}{\partial t} &= \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} - 2\left(\omega + \frac{\tau}{\eta}\right).
 \end{aligned} \tag{11}$$

v_x и v_y – компоненты вектора скорости, ω – угловая скорость

p – гидростатическое давление, τ – касательное напряжение

T – абсолютная температура

ρ – плотность среды, J – объемная плотность момента инерции

κ – модуль объемного сжатия, α – модуль упругого сопротивления вращению частиц

β – коэффициент теплового расширения

η – коэффициент вязкости

f_x , f_y и g – проекции вектора объемных сил и момента сил, зависящие от координат и времени



Уравнение теплопроводности

Уравнение для температуры учитывает анизотропию жидкого кристалла – теплопроводность вдоль длинной оси молекул выше, чем в поперечном направлении:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha^{xx} \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha^{xy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha^{xy} \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha^{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q; \quad (12)$$

$$\alpha^{xx} = \alpha^{\parallel} \cos^2 \theta + \alpha^{\perp} \sin^2 \theta,$$

$$\alpha^{yy} = \alpha^{\parallel} \sin^2 \theta + \alpha^{\perp} \cos^2 \theta,$$

$$\alpha^{xy} = (\alpha^{\parallel} - \alpha^{\perp}) \sin \theta \cos \theta,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega.$$

c – коэффициент теплоемкости

α^{\parallel} и α^{\perp} – коэффициенты теплопроводности вдоль и поперек домена

θ – угол поворота домена относительно оси x

q – удельное производство тепла



Учет моментных взаимодействий

За счет неоднородности поля поворотов контактные напряжения распределяются линейно вдоль доменов, и в результате появляются моментные напряжения, пропорциональные кривизне.

Уточненная система уравнений

К (11), (12) нужно добавить уравнения

$$J \frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial \mu_x}{\partial x} + \frac{\partial \mu_y}{\partial y} + 2\tau + g, \quad \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mu_x}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \mu_y}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial y}, \quad (13)$$

исключив прежнее уравнение вращательного движения.

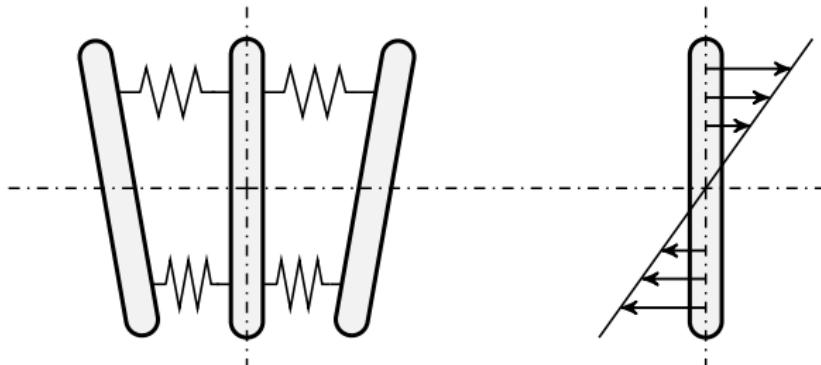


Схема моментных взаимодействий доменов молекул жидкого кристалла

Эпюра нормального напряжения, вызванного изменением кривизны



Объемные силы и моменты

За счет электрического поля E молекулы жидкого кристалла испытывают действие объемных сил $f = (P \cdot \nabla)E$ и моментов $g = P \times E$.

$P = \varepsilon_0 \chi E$ – вектор электрической поляризации

$\chi = \varepsilon - I$ – тензор диэлектрической восприимчивости

В плоском случае

$$(f_x, f_y) = \varepsilon_0 \left(\chi^{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \chi^{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \right) + \varepsilon_0 \left(\chi^{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \chi^{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right)$$

$$g = \varepsilon_0 (\chi^{xx} - \chi^{yy}) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \varepsilon_0 \chi^{xy} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right)$$

Силы и моменты входят в качестве правых частей в уравнения акустического приближения жидкого кристалла. Они возбуждают поступательное и вращательное движение доменов.

В свою очередь изменение пространственной ориентации доменов за счет действия сил и моментов приводит к изменению тензора диэлектрической проницаемости, и, таким образом, к изменению электрического поля.



Численная реализация полной модели

Разработан вычислительный алгоритм и параллельная компьютерная программа с использованием технологии CUDA для решения полной системы уравнений, описывающей поведение жидких кристаллов при термомеханических и электростатических воздействиях. Уравнения (11), (13) аппроксимировались на прямоугольной сетке по схеме Годунова с применением уточняющей ENO-корректировки.

Для решения уравнения теплопроводности (12) использовалась неявная разностная схема типа "предиктор-корректор", построенная с помощью оригинального метода Иванова.

Это позволило проводить расчеты связанных термомеханических процессов на одной и той же сетке с одним и тем же шагом по времени, удовлетворяющим условию Куранта-Фридрихса-Леви для гиперболической подсистемы.



Sadovskii V., Sadovskaya O. Acoustic Approximation of the Governing Equations of Liquid Crystals under Weak Thermomechanical and Electrostatic Perturbations.

In: *Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures* (Eds. F. dell'Isola, V.A. Eremeyev and A. Porubov). Ser.: *Advanced Structured Materials*, vol. 87, chapt. 17, pp. 297–341. Springer, Cham, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-73694-5_17

https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-73694-5_17



Садовский В. М., Садовская О. В., Смолехо И. В. Моделирование динамики жидкого кристалла под действием слабых возмущений. Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62, № 1. С. 193–206.

DOI: 10.15372/PMTF20210121

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

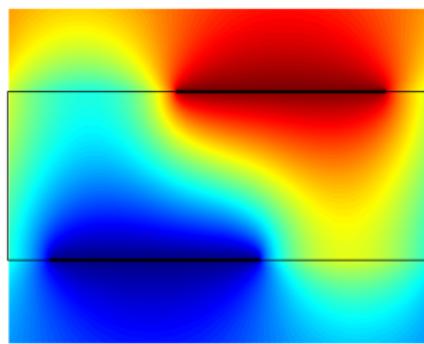
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

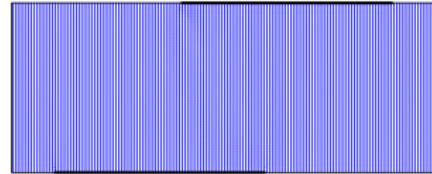
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

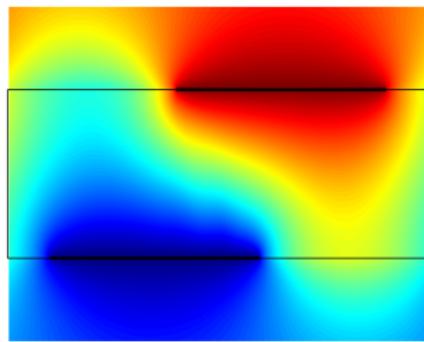
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

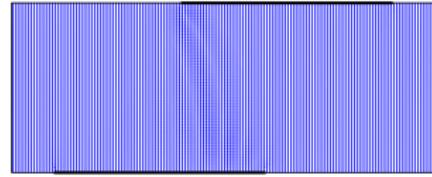
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

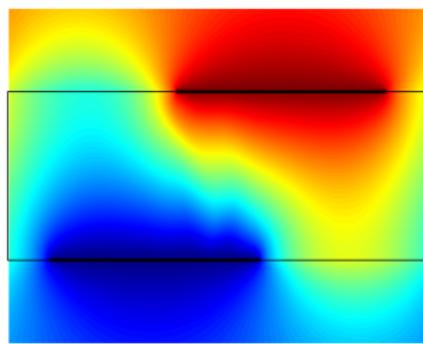
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

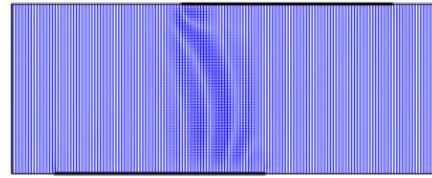
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

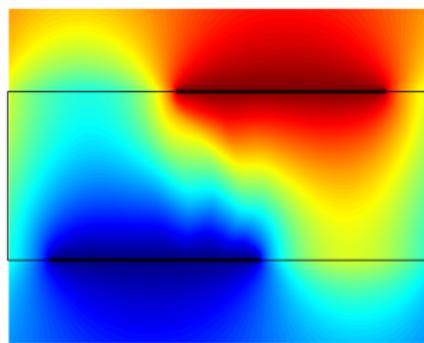
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

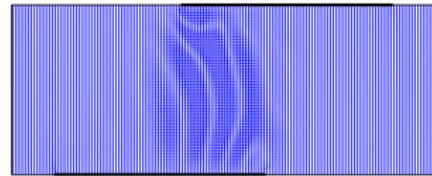
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

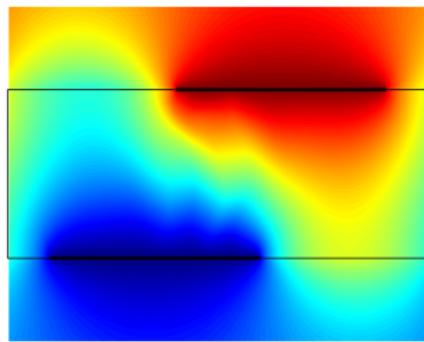
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

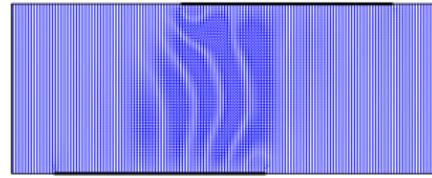
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

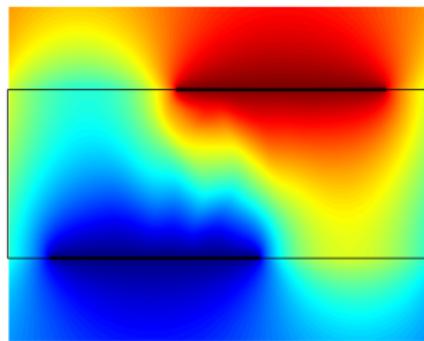
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

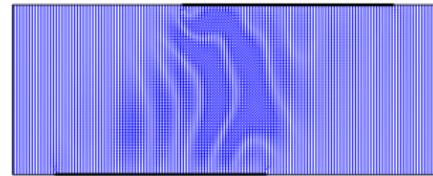
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

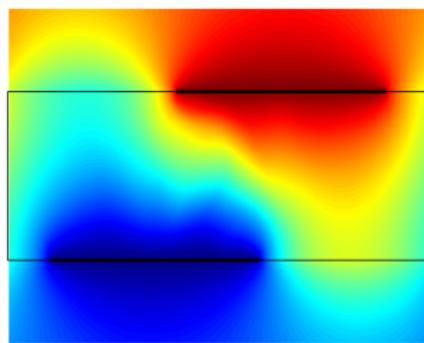
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

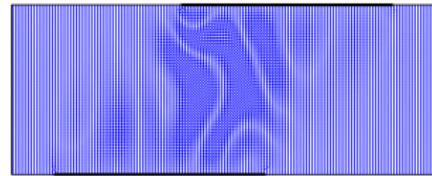
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

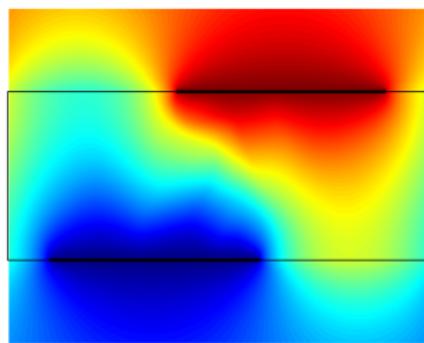
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

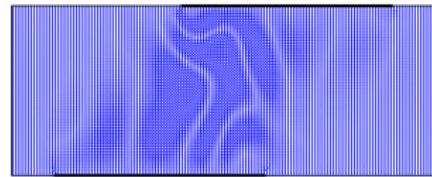
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

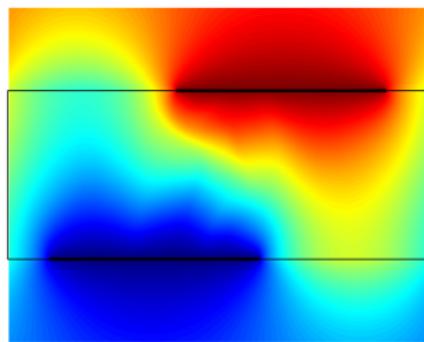
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

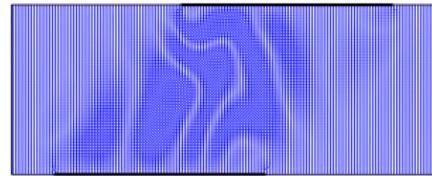
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

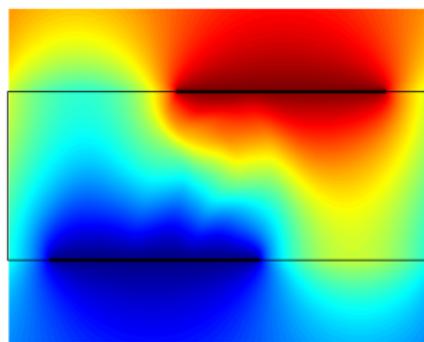
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

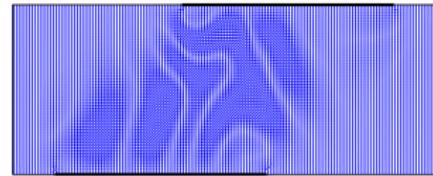
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

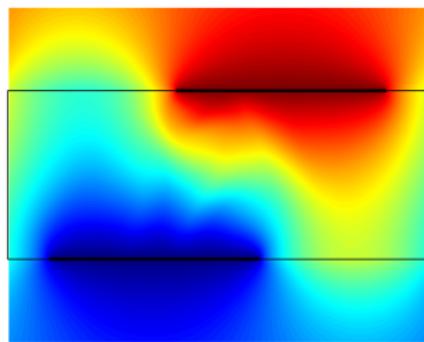
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

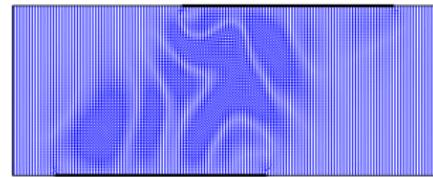
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

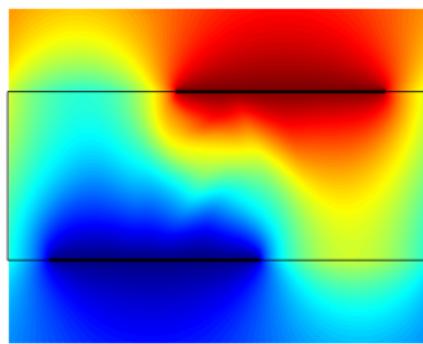
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

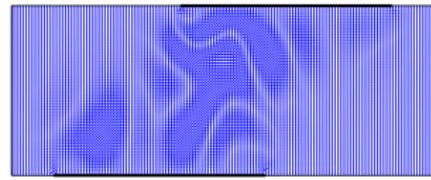
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

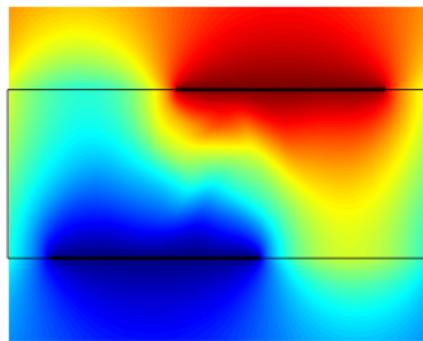
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

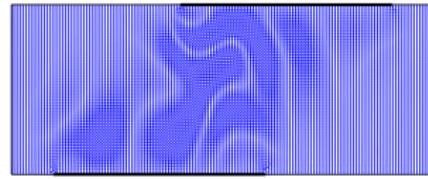
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

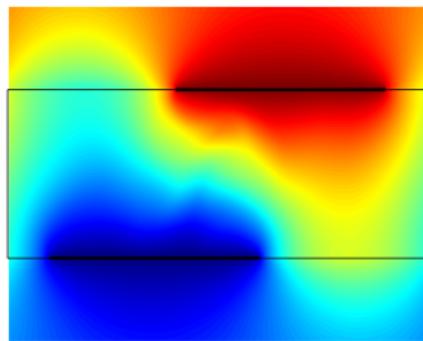
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

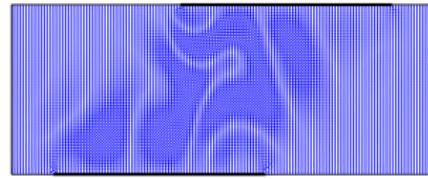
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

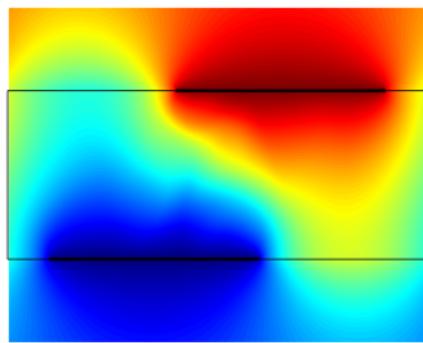
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

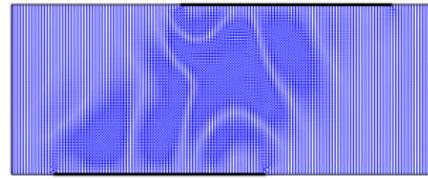
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

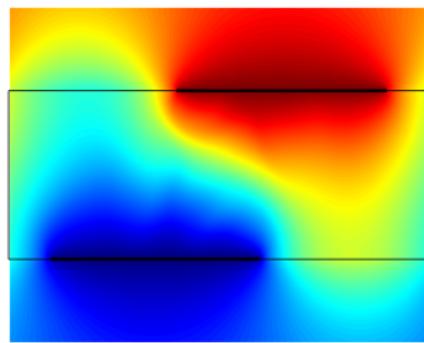
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

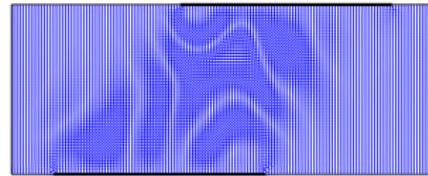
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

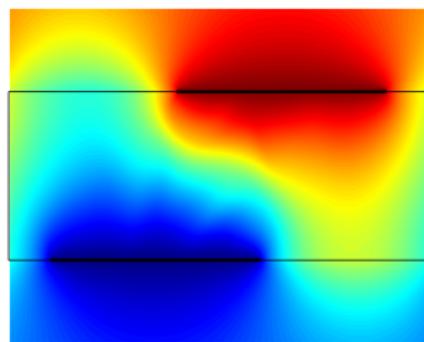
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

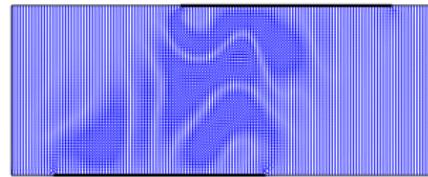
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

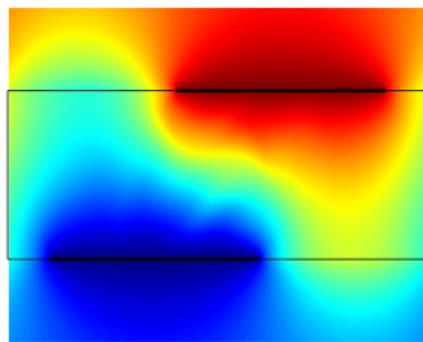
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

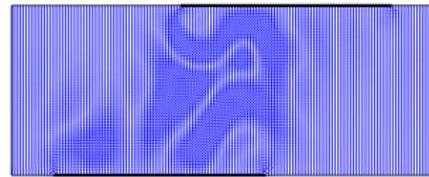
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

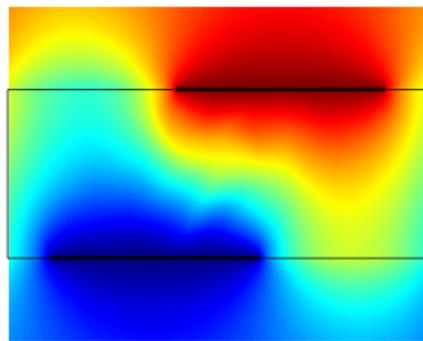
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

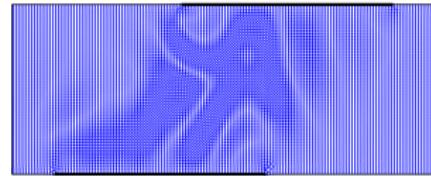
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

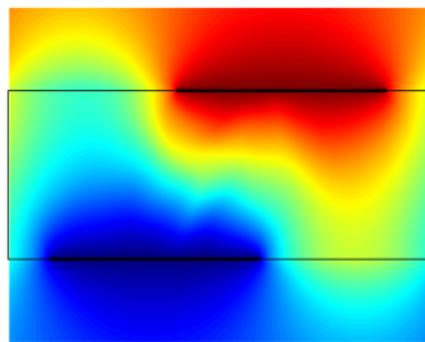
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

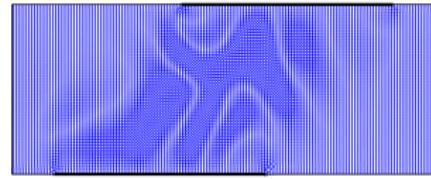
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

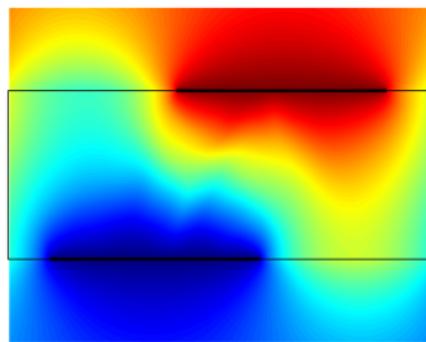
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

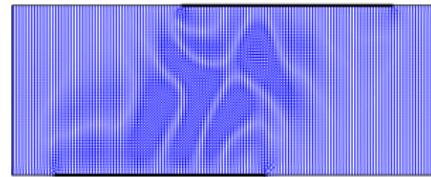
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

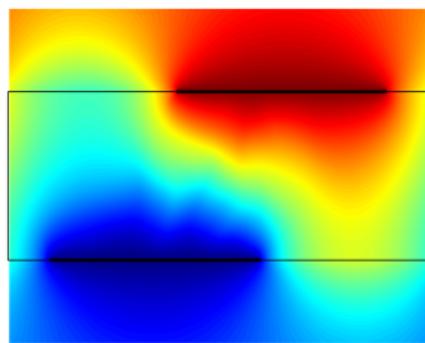
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

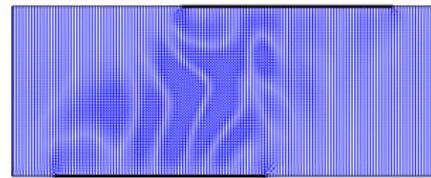
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

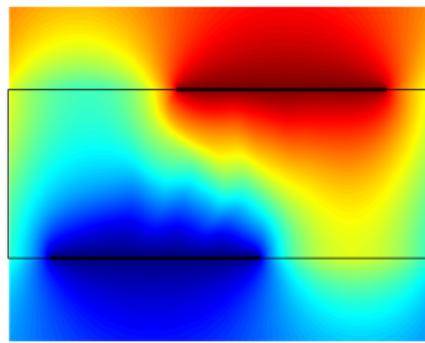
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

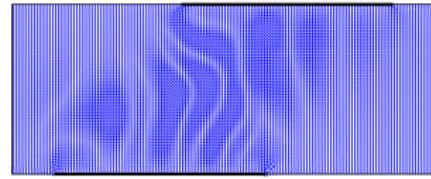
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

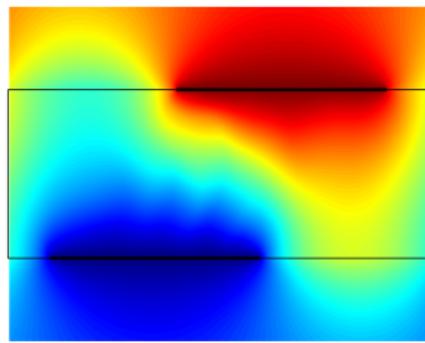
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

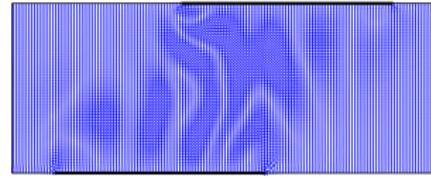
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

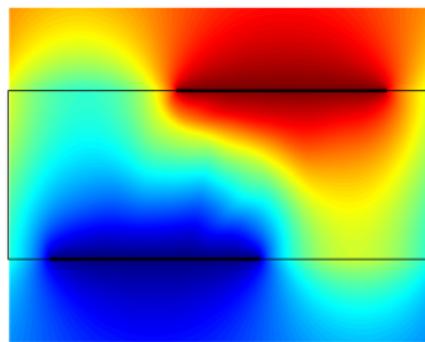
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

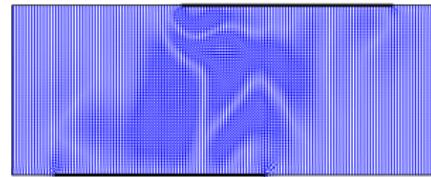
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

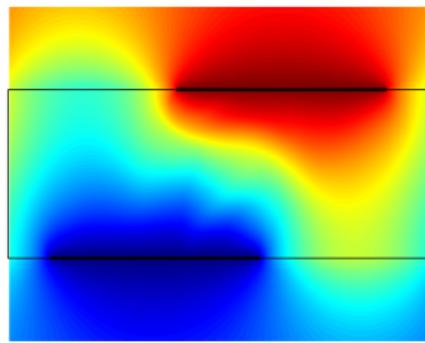
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

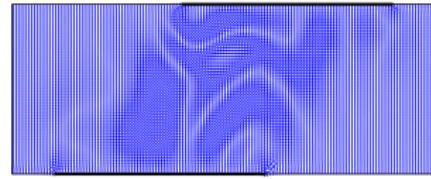
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

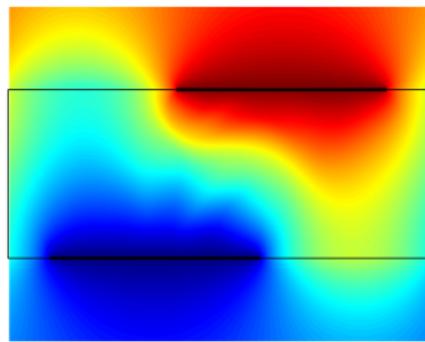
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

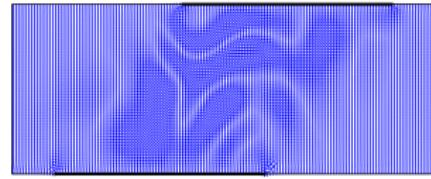
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

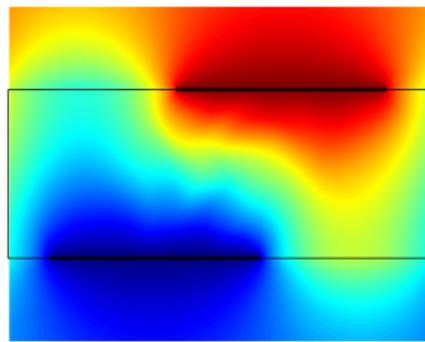
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

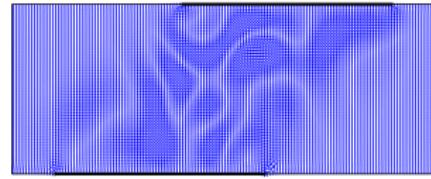
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

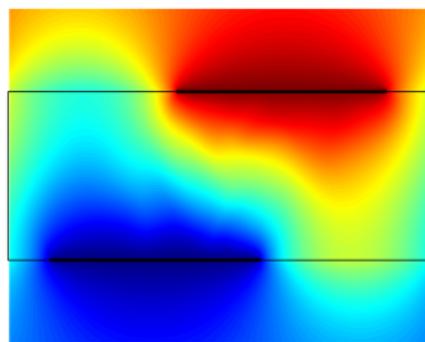
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

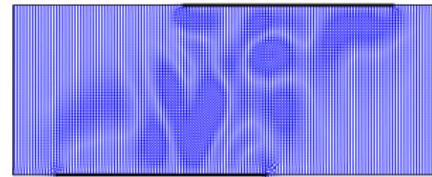
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

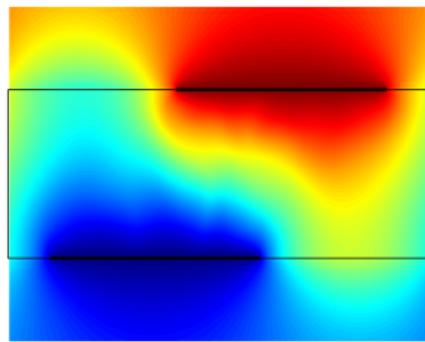
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

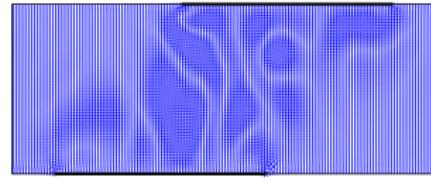
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

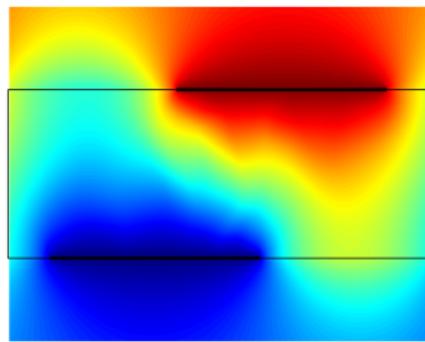
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

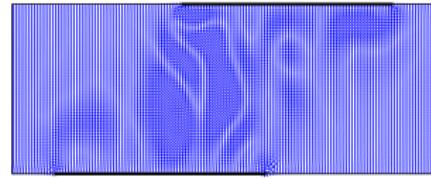
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

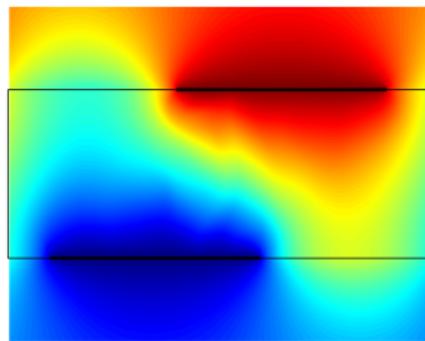
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

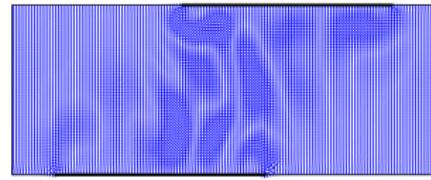
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

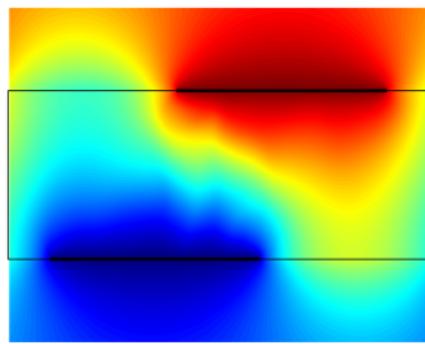
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

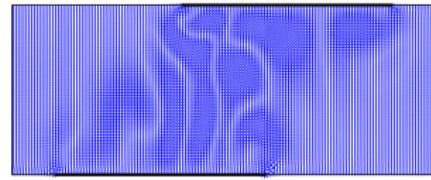
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

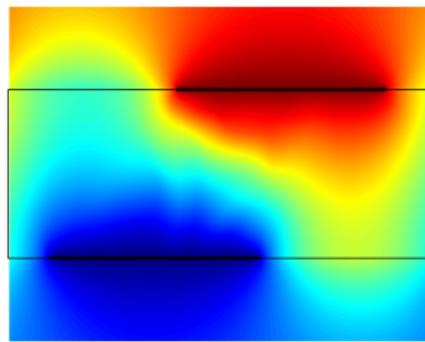
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

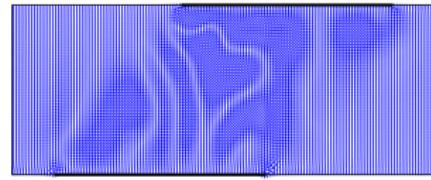
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

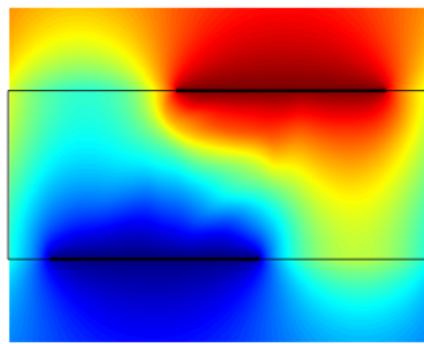
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

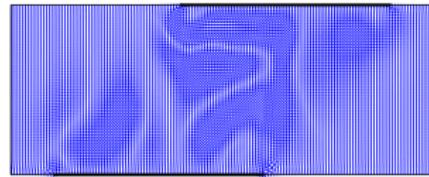
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

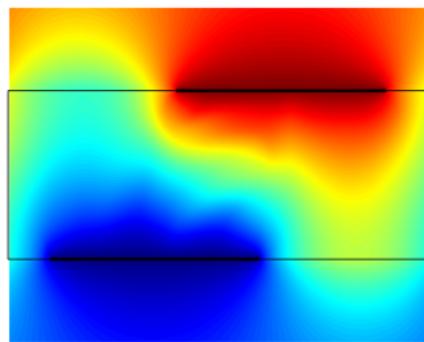
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

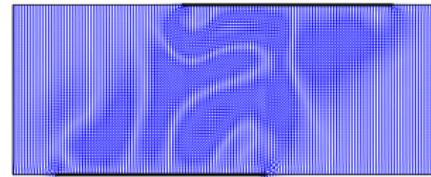
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

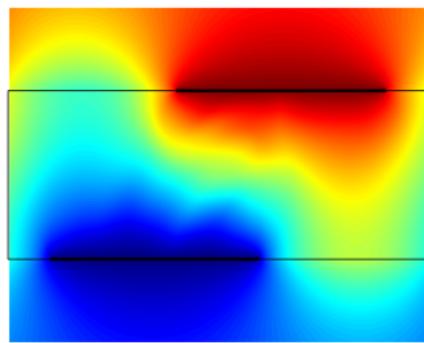
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

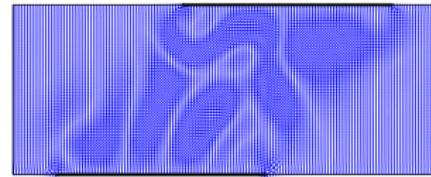
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

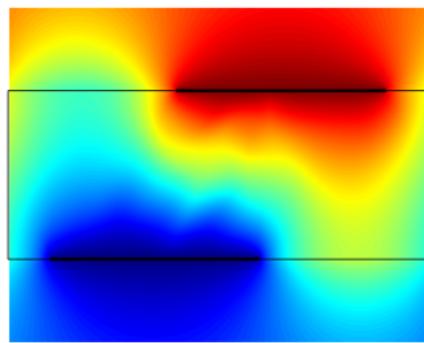
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

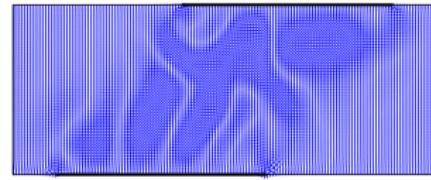
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

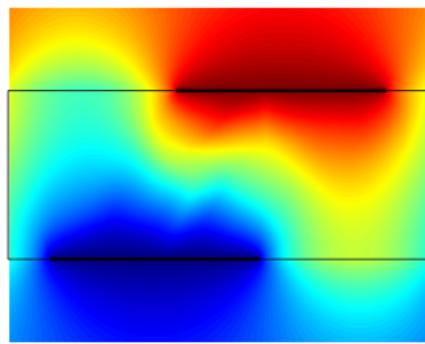
Параметры среды:

$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

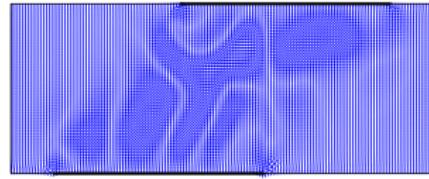
$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

длина молекул 5ЦБ $\delta_0 = 1.87 \text{ нм}$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –
 $x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Результаты расчетов

Поворот молекул жидкого кристалла и их переориентация в направлении электрического поля

Параметры среды:

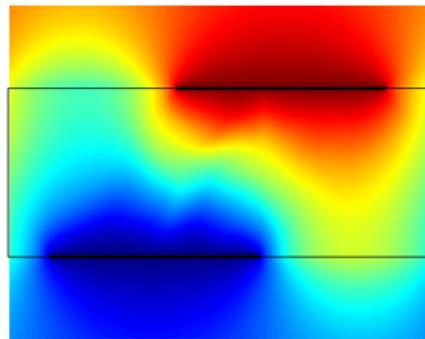
$$J = 3 \cdot 10^{-16} \text{ кг/м}, \alpha = 360 \text{ Па}$$

$$\eta = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}, \varphi_0 = 9 \text{ В}$$

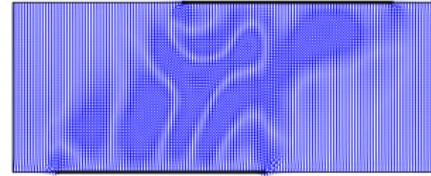
$$\text{длина молекул 5ЦБ } \delta_0 = 1.87 \text{ нм}$$

Размер жидкого кристалла 5ЦБ – $100 \text{ мкм} \times 40 \text{ мкм}$
длины пластин–обкладок конденсатора – $l^\pm = 50 \text{ мкм}$
координаты левых концов пластин –

$x_1^+ = 40, x_1^- = 10 \text{ мкм}$
размерность разностной сетки – 160×64 ячеек



Линии уровня
потенциала электрического поля φ



Угол поворота θ

Заключение (динамика)

- ✓ Для анализа динамических процессов в жидких кристаллах предложена упрощенная математическая модель микрополярной вязкоупругой среды с вращающимися частицами.
- ✓ Разработан вычислительный алгоритм сквозного счета, позволяющий учитывать термомеханические и электростатические воздействия на жидкие кристаллы.
- ✓ Алгоритм реализован в виде параллельной программы с использованием технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями.
- ✓ Численно исследованы особенности поведения ЖК под действием механических, температурных и электрических возбуждений.



Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение № 075-02-2022-873).

Спасибо за внимание!