

Циклические фробениусовы алгебры

В. М. Бухштабер

МИАН им. В.А.Стеклова, мех-мат МГУ им. М.В.Ломоносова

Недавно В.М. Бухштабером и А.В. Михайловым были введены циклические фробениусовы алгебры (коротко CF-алгебры) в связи с квантовыми уравнениями Новикова.

Пусть L – линейное пространство над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$. CF-алгеброй $\mathcal{A}$ называется ассоциативная $\mathbb{C}$ -алгебра с единицей 1, обладающая $\mathbb{C}$ -билинейной кососимметрической формой $\Phi(\cdot, \cdot): \mathcal{A} \otimes_{\mathbb{C}} \mathcal{A} \rightarrow L$, такой, что

$$\Phi(A, BC) + \Phi(B, CA) + \Phi(C, AB) = 0, \quad A, B, C \in \mathcal{A}.$$

Выбор термина “циклические” объясняется видом дифференциала в коцепном комплексе циклических когомологий.

Примеры:

1. $L = \mathcal{A}$ и $\Phi(A, B) = AB - BA = [A, B]$.
2. $\mathcal{A}$ – пуассонова алгебра со скобкой $\{\cdot, \cdot\}$ и $L = \mathcal{A} / \text{Span}[\cdot, \cdot]$, где $\text{Span}[\cdot, \cdot]$ – $\mathbb{C}$ -линейное подпространство в $\mathcal{A}$, порождённое коммутаторами $[A, B] \in \mathcal{A}$, и

$$\Phi(A, B) = \{A, B\} \mod \text{Span}[\cdot, \cdot].$$

3. $\mathcal{A}$ – CF_L -алгебра со структурой антифробениусовой алгебры, введённой В.В. Соколовым в связи с понятием ассоциативного уравнения Янга–Бакстера. В этом случае $\Phi(\cdot, \cdot)$ – невырожденная форма и $L = \mathbb{C}$.

В работах [1] и [2] построены иерархии интегрируемых полиномиальных гамильтоновых систем в $\mathbb{C}^{2N}$, $N \geq 1$, заданных N -уравнением Новикова для иерархии Кортвега–де Фриза. Методом идеалов квантизации построены квантовые N -КдФ-иерархии.

В центре внимания доклада будут CF-алгебры, формы $\Phi(\cdot, \cdot)$ которых позволили получить интегралы N -КдФ-иерархий Новикова и интегралы их квантовых аналогов для $N \geq 1$.

Доклад основан на результатах работ:

[1] В. М. Бухштабер, А. В. Михайлов, *Интегрируемые полиномиальные гамильтоновы системы и симметрические степени плоских алгебраических кривых.*, УМН, 76:4(460) (2021), 37–104.

[2] V. M. Buchstaber, A. V. Mikhailov, *KdV hierarchies and quantum Novikov’s equations.*, arXiv:2109.06357 v2 [nlin.SI].