Символьные вычисления в $\mathcal{N}=1$ суперсимметричной квантовой электродинамике, регуляризованной высшими производными

Широков И.Е.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики

Введение

Многопетлевые вычисления в $\mathcal{N}=1$ суперсимметричных теориях представляют интерес как с теоретической, так и с феноменологической точек зрения. Наиболее удачной регуляризацией в этом случае является регуляризация высшими ковариантными производными [1]. При её использовании удалось получить всепетлевое доказательство хорошо известного NSVZ-соотношения [2] для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голых констант связи [3, 4]. Кроме того, для ренормгрупповых функций, определенных в терминах перенормированной константы связи, это соотношение верно также во всех петлях в определенном классе схем перенормировки [5].

Однако, нужно отметить, что, как показывает практика, вычисления в рамках регуляризации высшими производными являются технически достаточно трудоемкими. По этой причине была создана новая компьютерная программа [6] для работы в терминах суперпространства. На данный момент она способна вычислять вклады в аномальную размерность суперполей материи в рамках $\mathcal{N}=1$ СКЭД с N_f ароматами. При этом с помощью этой программы было произведено вычисление аномальной размерности в этой теории в трех петлях [7].

Рассматриваемая теория

Мы рассматриваем $\mathcal{N}=1$ суперсимметричную электродинамику с N_f ароматами, регуляризованную высшими производными. Регуляризованное действие теории имеет вид:

$$S=\frac{1}{4e_0^2}\mathrm{Re}\int d^4x d^2\theta W^a R(\frac{\partial^2}{\Lambda^2})W_a + \frac{1}{4}\sum_{\alpha=1}^{N_f}\int d^4x d^4\theta\left(\phi_\alpha^* e^{2V}\phi_\alpha+\widetilde{\phi}_\alpha^* e^{-2V}\widetilde{\phi}_\alpha\right) \tag{1}$$

где e_0 – голая константа связи, V— калибровочное суперполе, ϕ_α— N_f киральных суперполей материи, $R(\frac{\partial^2}{\Lambda^2})$ - функция регулятор, на который накладываются следующие условия:

$$R(0)=1, \qquad R(\infty)=\infty \tag{2}$$

Программа для вычислений

Программа выполняет следующие этапы вычисления:

1. Генерация всех суперграфов.
2. Работа с D-алгеброй суперсимметричных ковариантных производных.
3. Устранение объектов со спинорными индексами.
4. Упрощение оставшихся импульсных интегралов.

В данный момент сами импульсные интегралы необходимо вычислять вручную.

Пример входного файла для вычисления в одной петле:

```
Type:
F#_1^1{-1}*F_1^1{1}
Option:
SQED
Nf^0
Loops:
1
Order:
2
Propagators:
V_1^1{1}*V_2^1{1}
2*i*e^0*I{1^-2}*K4{1}*d_{1}{12}
F#_1^1{1}*F_2^1{1}
-1/4*i*e^0*I{1^-2}*D_1(D#_2(d_{1}{12}))
Vertexes:
1/2*i*e*F#_1^1{6}*V_1^1{-3}*F_1_1{-2}
```

Результат, полученный программой:

```
Результат:
-1/2*e^2*F#_1^1{-1}*F_1_2{1}*K4{2}*I{2^-4}
Общее время работы 0.052 сек
```

В данном случае это выражение переводится на аналитический язык следующим образом:

$$-\frac{1}{2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}d^4\theta\,\phi_\alpha^*(0,\theta)\phi_\alpha(0,\theta)\frac{1}{R_k k^4} \tag{3}$$

Это вклад в эффективное действие. Из него можно получить вклад в функцию Грина

$$\Delta G|_{q=0}=-2e_0^2\int\frac{d^4K}{(2\pi)^4}\frac{1}{K^4R_K} \tag{4}$$

Этот результат соответствует формуле (57) из статьи [8], в которой $\xi_0=1$.

Время работы приведено в табл. 1,2,3.

	1 петля	2 петли	3 петли
$\xi_0=1$	0.052 сек	0.14 сек	2.6 сек
$\xi_0\neq 1$	0.067 сек	0.57 сек	2 мин 27 сек

Таблица 1: Время работы, вклад N_f^0

	2 петли	3 петли
$\xi_0=1,\ m=0$	0.16 сек	6.6 сек
$\xi_0\neq 1,\ m=0$	0.52 сек	13 мин 49 сек
$\xi_0=1,\ m\neq 0$	0.41 сек	41.5 сек
$\xi_0\neq 1,\ m\neq 0$	1.23 сек	3 ч 54 мин

Таблица 2: Время работы, вклад N_f^1

	3 петли
$\xi_0=1,\ m=0$	4.2 сек
$\xi_0\neq 1,\ m=0$	6.6 сек
$\xi_0=1,\ m\neq 0$	35 сек
$\xi_0\neq 1,\ m\neq 0$	2 мин 58 сек

Таблица 3: Время работы, вклад N_f^2

Трехпетлевая аномальная размерность и четырехпетлевая β-функция

Удобно описывать расходимости с помощью ренормгрупповых функций (РГФ). РГФ, определенные в терминах голых констант связи:

$$\beta(\alpha_0)=\frac{d\alpha_0}{d\ln\Lambda}\bigg|_{\alpha=\mathrm{const}}; \quad \gamma(\alpha_0)=-\frac{d\ln Z}{d\ln\Lambda}\bigg|_{\alpha=\mathrm{const}}, \tag{5}$$

С помощью программы была получена двухточеченая функция Грина суперполей материи в трех петлях. После взятия интегралов методом полиномов Чебышева [9] результат для аномальной размерности принял вид:

$$\gamma(\alpha_0)=-\frac{\alpha_0}{\pi}+\frac{\alpha_0^2}{2\pi^2}+\frac{\alpha_0^2N_f}{\pi^2}\Big(\ln a+1+\frac{A_1}{2}\Big)-\frac{\alpha_0^3}{2\pi^3} -\frac{\alpha_0^3N_f}{\pi^3}\Big(\ln a+\frac{3}{4}+C\Big)-\frac{\alpha_0^3(N_f)^2}{\pi^3}\Big((\ln a+1)^2-\frac{A_2}{4} +D_1\ln a+D_2\Big)+O(\alpha_0^4), \tag{6}$$

Используя NSVZ соотношение [10]

$$\frac{\beta(\alpha_0)}{\alpha_0^2}=\frac{N_f}{\pi}\Big(1-\gamma(\alpha_0)\Big), \tag{7}$$

получаем выражение для четырехпетлевой β-функции

$$\beta(\alpha_0)=\frac{\alpha_0^2N_f}{\pi}+\frac{\alpha_0^3N_f}{\pi^2}-\frac{\alpha_0^4N_f}{2\pi^3}-\frac{\alpha_0^4(N_f)^2}{\pi^3}\Big(\ln a+1 +\frac{A_1}{2}\Big)+\frac{\alpha_0^5N_f}{2\pi^4}+\frac{\alpha_0^5(N_f)^2}{\pi^4}\Big(\ln a+\frac{3}{4}+C\Big)+\frac{\alpha_0^5(N_f)^3}{\pi^4} \times\Big((\ln a+1)^2-\frac{A_2}{4}+D_1\ln a+D_2\Big)+O(\alpha_0^6). \tag{8}$$

РГФ, определенные в терминах перенормированных констант связи

$$\widetilde{\beta}(\alpha)=\frac{d\alpha}{d\ln\mu}\bigg|_{\alpha_0=\mathrm{const}}; \qquad \widetilde{\gamma}(\alpha)=\frac{d\ln Z}{d\ln\mu}\bigg|_{\alpha_0=\mathrm{const}}, \tag{9}$$

В работе [7] показано, что данные РГФ имеют вид

$$\widetilde{\gamma}(\alpha)=-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{\alpha^2}{2\pi^2}+\frac{\alpha^2N_f}{\pi^2}\Big(\ln a+1+\frac{A_1}{2}+g_{1,0}-b_{1,0}\Big) -\frac{\alpha^3}{2\pi^3}+\frac{\alpha^3N_f}{\pi^3}\Big(-\ln a-\frac{3}{4}-C-b_{2,0}+b_{1,0}-g_{2,0} +g_{1,0}\Big)+\frac{\alpha^3(N_f)^2}{\pi^3}\Big\{-\Big(\ln a+1-b_{1,0}\Big)^2+\frac{A_2}{4}-D_2 -D_1\ln a+b_{1,0}A_1-g_{2,1}\Big\}+O(\alpha^4); \tag{10}$$

$$\frac{\widetilde{\beta}(\alpha)}{\alpha^2}=\frac{N_f}{\pi}+\frac{\alpha N_f}{\pi^2}-\frac{\alpha^2N_f}{2\pi^3}-\frac{\alpha^2(N_f)^2}{\pi^3}\Big(\ln a+1+\frac{A_1}{2} +b_{2,0}-b_{1,0}\Big)+\frac{\alpha^3N_f}{2\pi^4}+\frac{\alpha^3(N_f)^2}{\pi^4}\Big(\ln a+\frac{3}{4}+C+b_{3,0} +b_{3,1}-b_{1,0}\Big)+\frac{\alpha^3(N_f)^3}{\pi^4}\Big\{\Big(\ln a+1-b_{1,0}\Big)^2-b_{1,0}A_1 -\frac{A_2}{4}+D_1\ln a+D_2\Big\}+O(\alpha^4). \tag{11}$$

Вклады, пропорциональные $(N_f)^0$ в аномальной размерности, и пропорциональные $(N_f)^1$ в β-функции, являются схемно-независимыми [11]. При этом во всех петлях можно выбрать минимальную схему, в которой

$$\widetilde{\gamma}(\alpha)=-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{\alpha^2}{2\pi^2}-\frac{\alpha^3}{2\pi^3}+O(\alpha^4);$$

$$\widetilde{\beta}(\alpha)=\frac{\alpha^2N_f}{\pi}+\frac{\alpha^3N_f}{\pi^2}-\frac{\alpha^4N_f}{2\pi^3}+\frac{\alpha^5N_f}{2\pi^4}+O(\alpha^6).$$

Этот результат совпадает со схемно-независимыми вкладами результата полученного в $\overline{\mathrm{DR}}$-схеме в работе [12].

Список литературы

[1] A. A. Slavnov, Nucl. Phys. B 31 (1971), 301-315

[2] V. A. Novikov, M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B 166 (1986), 329-333

[3] K. V. Stepanyantz, Nucl. Phys. B 852 (2011), 71-107

[4] K. Stepanyantz, Eur. Phys. J. C 80 (2020) no.10, 911

[5] A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, Nucl. Phys. B 875 (2013), 459-482

[6] I. Shirokov, [arXiv:2209.05295 [hep-th]].

[7] I. Shirokov and K. Stepanyantz, JHEP 04 (2022), 108

[8] S. S. Aleshin, I. S. Durandina, D. S. Kolupaev, D. S. Korneev, M. D. Kuzmichev, N. P. Meshcheriakov, S. V. Novgorodtsev, I. A. Petrov, V. V. Shatalova and I. E. Shirokov, et al. Nucl. Phys. B 956 (2020), 115020

[9] J. L. Rosner, Annals Phys. 44 (1967), 11-34

[10] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, Phys. Lett. B 166 (1986), 334

[11] A. L. Kataev and K. V. Stepanyantz, Phys. Lett. B 730 (2014), 184-189

[12] I. Jack, D. R. T. Jones and C. G. North, Nucl. Phys. B 473 (1996), 308-322

Благодарности

Автор выражает благодарность К. В. Степаньянцу за существенную помощь во время проведения данного исследования.