

Сформулируем сначала основные определения.

Множество $L \subset \mathbb{R}^n$, $n \geq 3$ назовём *хорошим компактом*, если существует такое отображение $\varphi: [0, 1]^{n-2} \rightarrow \mathbb{R}^n$, что

$$\tilde{C}_1 \|x_1 - x_2\| \leq \|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\| \leq \tilde{C}_2 \|x_1 - x_2\|$$

и $\varphi([0, 1]^{n-2}) = L$. Нетрудно проверить, что L имеет хаусдорфову размерность $n - 2$. Пусть μ — $(n - 2)$ -мерная мера Хаусдорфа.

Для $f: L \rightarrow \mathbb{R}$, $x \in L$ и $r > 0$ положим

$$\Delta^* f(x, r) = \sup_{y \in L, \|y - x\| \leq r} |f(y) - f(x)|.$$

Через $H_p^\alpha(L)$ обозначим пространство всех функций f , удовлетворяющих соотношению $\|\Delta^* f(\cdot, r)\|_p \leq C_f r^\alpha$, где $\alpha \in (0, 1)$, а норма взята в пространстве $L^p(L, \mu)$. Через $\tilde{H}_p^\alpha(L)$ обозначим подпространство $H_p^\alpha(L)$ функций f , удовлетворяющих дополнительному условию

$$\Delta^* f(x, r) \leq C_f \left(\frac{r}{R}\right)^\varepsilon \Delta^* f(y, R)$$

при $\varepsilon = \varepsilon(f) > 0$, $r \in (0, R]$, $\|x - y\| \leq R$, $x, y \in L$.

Для функции v , дифференцируемой в $\Lambda_\delta(L)$, положим

$$\text{grad}_\delta v(x) = \sup_{\|y - x\| \leq \delta/2} \|\text{grad } v(y)\|,$$

а для F , заданной на L , положим

$$\max_\delta F(x) = \sup_{y \in L, \|y - x\| \leq \delta} |F(y)|.$$

Обозначим ещё δ -окрестность множества A через $\Lambda_\delta(A)$.

Доклад посвящён следующему результату.

Теорема. 1. Пусть $f \in \tilde{H}_p^\alpha(L)$, $p \geq 1$. Тогда для любого $\delta \in (0, 1/2)$ существует такая гармоническая в $\Lambda_\delta(L)$ функция u_δ , что

$$\|\max_\delta (f(\cdot) - u_\delta(\cdot))\|_p \leq C_1(f, L) \delta^\alpha, \quad (1)$$

$$\|\text{grad}_\delta u_\delta(\cdot)\|_p \leq C_2(f, L) \delta^{\alpha-1}. \quad (2)$$

2. Пусть функция f такова, что для любого $\delta \in (0, 1/2)$ существует такая гармоническая в $\Lambda_\delta(L)$ функция u_δ , что выполнены условия (1) и (2). Тогда $f \in H_p^\alpha(L)$.