

# Мини-конференция молодых ученых, посвященная 60-летию А.И. Назарова

**08 мая 2023, 15:00-17:00**  
**Санкт-Петербург, ПОМИ, ауд. 311,**  
**онлайн-конференция Zoom**

## 1. 15:00-15:25

*«Приближение выпуклых поверхностей»*

Дмитрий Столяров (СПбГУ и ПОМИ)

Пусть  $S$  — выпуклая поверхность в  $\mathbb{R}^d$ , то есть граница выпуклого тела. Когда её можно приблизить выпуклой вещественно-аналитической или хотя бы гладкой поверхностью? Оказывается, что ответ зависит от того, приближаем мы снаружи или изнутри, и формулируется в простых геометрических терминах.

Доклад основан на совместной работе с Д. Азаграй.

## 2. 15:30-15:55

*«Two-tube model of viscous fingering: travelling waves and normal hyperbolicity»*

Юлия Петрова (PUC-Rio, Rio de Janeiro)

We study the motion of miscible liquids in porous media with the speed determined by Darcy's law. The two basic examples are the displacement of viscous liquids and the motion induced by gravity. Such motion often is unstable and creates patterns called viscous fingers (or gravitational fingers). We concentrate on the important for applications property of viscous fingers - speed of their propagation. The work is inspired by the results of F. Otto and G. Menon for a simplified model, called transverse flow equilibrium (TFE). In this work a rigorous upper bound was proved using the comparison principle. At the same time numerical experiments suggest that the actual speeds are better than Otto-Menon estimates. We consider a two-tubes model - the simplest model we were able to construct which includes transverse liquid flow. For this model for the gravitational fingers we were able to find families of travelling waves and the relation between original model and TFE simplification. The main tool in the proof is normal hyperbolicity. It is work in progress with S. Tikhomirov and Ya. Efendiev.

### 3. 16:05-16:30

**«Нерадиальность второй собственной функции дробного Лапласа в шаре»**

Владимир Бобков (Институт математики, УФИЦ РАН, Уфа)

В связи с работой [Banuelos, Kulczycki. J. Funct. Anal., 2004], Кульчицким была выдвинута гипотеза о том, что вторая собственная функция оператора дробного Лапласа в шаре не радиальна, и более того, антисимметрична относительно центрального сечения шара плоскостью. В случае размерностей пространства 1 и 2, данная гипотеза была доказана в работе [Dyda, Kuznetsov, Kwaśnicki. J. Lond. Math. Soc., 2017], а в случае размерности 3, в работе [Ferreira. NoDEA, 2019], с использованием методов Ароншайна и Релея-Ритца для нахождения нижних и верхних оценок на собственные значения. В недавней работе [Fall, Feulefack, Temgoua, Weth. Adv. Math., 2021], гипотеза Кульчицкого была доказана с помощью оценок индекса Морса собственных функций. Доклад будет посвящен работе [Benedikt, Bobkov, Dhara, Girg. Proc. Amer. Math. Soc., 2022], в которой нами был представлен альтернативный, принципиально отличный от предыдущих, подход к доказательству данной гипотезы во всех размерностях. Этот подход основан на развитии (применительно к задачам с дробными операторами) т.н. метода движущейся поляризации, введённого ранее в статье [Bobkov, Kolonitskii. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, 2019].

### 4. 16:35-17:00

**«О решениях полулинейной задачи со спектральным дробным лапласианом Неймана и критической правой частью»**

Никита Устинов (СПбГУ)

Мы обсудим вопрос существования решений с минимальной энергией в  $C^2$ -гладкой ограниченной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^n, n \geq 3$ , для задачи

$$(-\Delta)_{Sp}^s u + u = |u|^{2_s^*-2}u, \quad u \in \mathcal{H}^s(\Omega), \quad s \in (0,1),$$

со спектральным лапласианом Неймана. Здесь  $2_s^* := 2n/(n-2s)$ .

Будут получены достаточные условия для существования таких решений, а также мы затронем вопрос постоянства построенных решений в зависимости от размера области.

Для локального случая  $s = 1$  достаточные условия существования являются классическими: см. [1, 2] для лапласиана Неймана и [3] для  $p$ -лапласиана Неймана. Вопрос постоянства построенных решений для задачи с  $p$ -лапласианом Неймана был исследован в [4].

### **Литература**

1. Adimurthi A., Mancini G.I. The Neumann problem for elliptic equations with critical nonlinearity // Nonlin. Anal. Sc. Norm. Super. di Pisa Quaderni (1991), 9-25.
2. Wang X. J. Neumann problems of semilinear elliptic equations involving critical Sobolev exponents // J. Differential Equations, 93(2) (1991), 283-310.
3. Demyanov A.V., Nazarov A.I. On the existence of an extremal function in Sobolev embedding theorems with critical exponents // Algebra i Analiz 17(5) (2005), 105-140 (in Russian); St. Petersburg Math. J. 17(5) (2006), 108-142.
4. Nazarov A.I., Scheglova A.P. On some properties of extremals in a variational problem generated by the Sobolev embedding theorem // Probl. Mat. Anal. 27 (2004), 109-136 (in Russian); J. Math. Sci. 120(2) (2004), 1125-1144.