Две несложные задачи оптимального управления с двумерным управлением из произвольного выпуклого компактного множества

Мырикова Виктория Андреевна

Математический институт имени В.А. Стеклова РАН

1. Аннотация

Предположим, перед нами задача оптимального управления с двумерным управлением. О множестве Ω допустимых значений управления мы знаем только, что оно выпукло компактно и содержит начало координат во внутренности. Как описать свойства оптимального синтеза, используя геометрические свойства множества Ω?

Конечно, у нас нет общего алгоритма решения подобных задач. На семинаре мы лишь предложим рассмотреть два несложных примера, решенных двумя разными способами.

Решение первой задачи основывается на исследовании функции и уравнения Беллмана. Оптимальный синтез строится явно для выпуклых многоугольников, а затем с помощью предельного перехода получены некоторые свойства синтеза для (почти) произвольного множества Ω. Вторая задача

использует функции выпуклой тригонометрии и идею, предложенные Л.В. Локуциевским (см. [5], [3]). Оптимальное решение построено явно.

2. Постановка задач

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ – выпуклое компактное множество, $O \in \operatorname{int}\Omega$ (множество допустимых управлений).

Задача 1 (см. [6]))

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\int\limits_0^{+\infty} x_1^2(t) + x_2^2(t)dt \to \min, \\ \dot{x}(t) = u(t) \text{ для п.в. } t \in (0, +\infty), \\ u(t) \in \Omega \text{ для п.в. } t \in (0, +\infty), \\ x(0) = x_\circ \in \mathbb{R}^2, \end{cases} \tag{2.1}$$

где $x = (x_1, x_2) \in \mathrm{Lip}([0, +\infty), \mathbb{R}^2)$, $u = (u_1, u_2) \in L_\infty((0, +\infty), \mathbb{R}^2)$.

Задача 2 (см. [7]))

$$\begin{cases} T \to \min, \\ \dot{x}(t) = x_2(t)u(t) \text{ для п.в. } t \in [0, T], \\ u(t) \in \Omega \text{ для п.в. } t \in [0, T], \\ x(0) = x(T) = x_\circ \in \mathbb{R}^2, \\ \int\limits_0^T u_1(t)dt = F_\circ \in \mathbb{R}, \end{cases} \tag{2.2}$$

где $x = (x_1, x_2) \in \mathrm{Lip}([0, T], \mathbb{R}^2)$, $u = (u_1, u_2) \in L_\infty((0, T), \mathbb{R}^2)$.

Список литературы

[1] Л. В. Локуциевский. Особые режимы в управляемых системах с многомерным управлением из многогранника, Изв. РАН. Сер. матем., 78:5 (2014), 167–190.

[2] Л. В. Локуциевский. Об оптимальном потоке в одном классе нильпотентно-выпуклых задач, Оптимальное управление, Сборник статей. К 105-летию со дня рождения академика Льва Семеновича Понтрягина, Тр. МИАН, 291, МАИК, М., 2015, 157–181; Proc. Steklov Inst. Math., 291 (2015), 146–169.

[3] A.A. Ardentov, L.V. Lokutsievskiy, Yu.L. Sachkov. Extremals for a series of sub-Finsler problems with 2-dimensional control via convex trigonometry. ESAIM: COCV. 2021. 27. 32–52. arXiv:2004.10194

[4] I.A. Gribanova. The quasihyperbolic plane. Sib Math J. 1999. 40, 2. 245–257.

[5] L.V. Lokutsievskiy. Convex trigonometry with applications to sub-Finsler geometry. SB MATH. 2019. 210, 8. 120–148. arXiv:1807.08155

[6] Л. В. Локуциевский, В. А. Мырикова. Оптимальный синтез в одной модельной задаче с двумерным управлением из произвольного выпуклого множества. Матем. заметки, 105:1 (2019), 42–64

[7] В. А. Мырикова. Об одной изопериметрической задаче на плоскости Лобачевского с левоинвариантной финслеровой структурой. Оптимальное управление и динамические системы, Сборник статей. К 95-летию академика Реваза Валериановича Гамкрелидзе, Труды МИАН, 321, МИАН, М., 2023, 223–236. arXiv:2204.05020